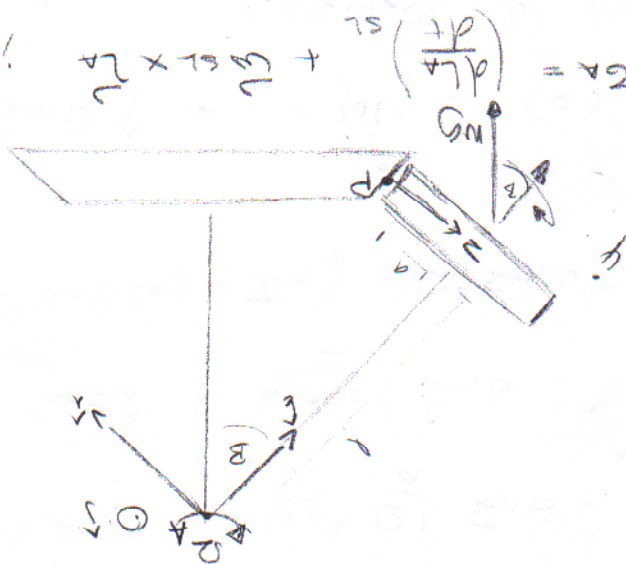


Ejercicio N° 2

Sea un disco de masa "m" y radio "a", el disco rueda sin resbalar sobre una superficie rugosa como se muestra en la figura. El eje del disco no tiene masa, es de largo "L" y forma un ángulo "β" con la vertical, el cual esta conectado a un eje vertical que gira con velocidad angular constante "Ω". Determine el máximo Ω, tal que, el disco permanezca en contacto con la superficie.

Pauta:



Euler:
$$L \tau_A = \left(\frac{dL_A}{dt} \right)_{sl} + \vec{L}_{sl} \times \vec{L}_A ; \quad \vec{L}_A = [I_A] \cdot \vec{\omega}_{sl}$$

→ sistema local que solo rota con Ω₁

$$\vec{L} = I(\sin\beta \hat{j} + \cos\beta \hat{k}) ;$$

$$(\vec{L}_{sl} = I(\sin\beta \hat{j} + \cos\beta \hat{k}))$$

$$(\vec{\omega}_{sl} = \Omega(\sin\beta \hat{j} + \cos\beta \hat{k})) + \dot{\varphi} \hat{k} = (\Omega \cos\beta + \dot{\varphi}) \hat{k} + \Omega \sin\beta \hat{j}$$

$$\Rightarrow \vec{\omega}_{sl} = (\Omega \cos\beta + \dot{\varphi}) \hat{k} + \Omega \sin\beta \hat{j}$$

Pero no conocemos $\dot{\varphi} \Rightarrow$

$$\tau_A = \tau_P + (\vec{\omega}_{sl} \times \vec{L}_A) ; \quad \vec{L}_A = I\hat{k} + a\hat{j}$$

$$\vec{\omega}_A = 0 \rightarrow \text{pelo Reposo}$$

$$\omega_P = 0 \rightarrow \text{Rueda sin Resbalar}$$

$$\Rightarrow \vec{\omega}_{sl} \times \vec{L}_A = 0 \Rightarrow \boxed{\dot{\varphi} = \Omega \sin\beta - \Omega \cos\beta}$$