



Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa
Profs: R. Epstein, P. Rey
Aux: F. Castro, R. Lagos, L. Reus, R. Wolf

Clase Auxilliary 11, 6 de Septiembre de 2006

Procesos de Poisson

Problema 1

Entre las distintas actividades que se deben planificar para un evento que durará 10 horas, está el planificar el tamaño del estacionamiento que se va a arrendar para los autos de los visitantes. La llegada de los automóviles al evento sigue un proceso de Poisson con tasa λ [autos/hr].

Los organizadores deben pagar por el área total arrendada. Ellos saben que cada auto ocupa un área de A [m^2] y el costo es de h [\$/ m^2]. Cada auto que no puede estacionarse porque el estacionamiento está lleno es un cliente (visitante) perdido, pues este abandona el lugar. Una vez que un visitante llega al evento permanece en él hasta la hora de cierre. Los clientes que entran al evento reportan un beneficio de b [\$/cliente].

1. Formule el problema para determinar el número óptimo de estacionamientos (X) que deben arrendar los organizadores del evento.
2. Suponiendo que los organizadores determinan que el número óptimo de estacionamientos es $X = 500$ ¿Cuál es la probabilidad que se llene?
3. ¿Cuál es el número promedio de autos que entran al estacionamiento?
4. Si el evento comienza a las 10 de la mañana, ¿Cuál es la probabilidad que si Ud. llega al recinto a las 3 de la tarde encuentre estacionamiento?

Problema 2

En un instante cualquiera del día, usted llega a una parada de buses a la cual llegan buses de acuerdo a un proceso de Poisson de tasa λ [buses/hr]. Si usted toma el bus desde el paradero, demora un tiempo fijo R [hrs] desde que sube al bus hasta llegar a su casa. Si camina desde el paradero a su casa demora un tiempo fijo W [hrs]. Suponga que su política al llegar a la parada de buses es esperar el bus un tiempo s [hrs] y si éste no ha pasado hasta ese instante, entonces camina hasta su casa.

1. ¿Cuál es la distribución del tiempo de pasada del siguiente bus desde que usted llega a la parada de buses? Dada su política de espera, ¿cuál es la probabilidad que usted camine a su casa?
2. Si el bus pasa en un instante $t \leq s$ desde su llegada a la parada de buses, ¿Cuánto tiempo demora usted en llegar a su casa desde su arribo al paradero? ¿y si el bus pasa en un instante $t \geq s$?
3. Calcule el tiempo esperado que transcurre desde su llegada al paradero hasta llegar a su casa.
4. Muestre que si $W < \frac{1}{\lambda} + R$ entonces el tiempo esperado de la parte anterior se minimiza en $s = 0$; si $W > \frac{1}{\lambda} + R$ entonces se minimiza en $s = \infty$; y si $W = \frac{1}{\lambda} + R$ todos los valores de s entregan el mismo tiempo esperado.
5. ¿Qué representa en realidad $s = 0$ y $s = \infty$? Entregue una explicación intuitiva de porqué esas son las únicas dos políticas interesantes al considerar minimizar el tiempo esperado.

Problema 3

Considere una sala de cine con capacidad para 200 personas. La entrada a la función es de $p[\$]$ por persona. Sin embargo, si el cliente es socio del cine, se le hace un 20 % de descuento.

Asuma que las personas llegan al cine de acuerdo a un proceso de Poisson a comprar las entradas y que cada persona compra sólo una entrada. Las entradas para la función de las 20:00 horas comienzan a venderse durante el mismo día desde las 16:00 horas, y la boletería se cierra a las 20:00.

La tasa de llegadas es de 40 personas/hora, y cada persona posee tarjeta de socio con una probabilidad de un 25 %.

1. Si usted sabe que se vendieron n entradas ¿Cuál es la probabilidad de que i entradas se hayan vendido a socios del cine?
2. ¿Cuál es la probabilidad que se vendan n entradas?
3. ¿Cuál es la utilidad esperada por función?
4. Suponga que la administración del cine ha decidido no vender mas de 50 entradas a precio rebajado para cada función. Una vez alcanzado este límite, se rechazará a los socios del cine (asuma que los clientes a los que se les rechaze la entrada rebajada no optarán por pagar el valor completo, sino que se retirarán) ¿Cuál es la probabilidad que se vendan 50 entradas a precio rebajado?