

# MANEJO Y ADMINISTRACIÓN DEL INVENTARIO

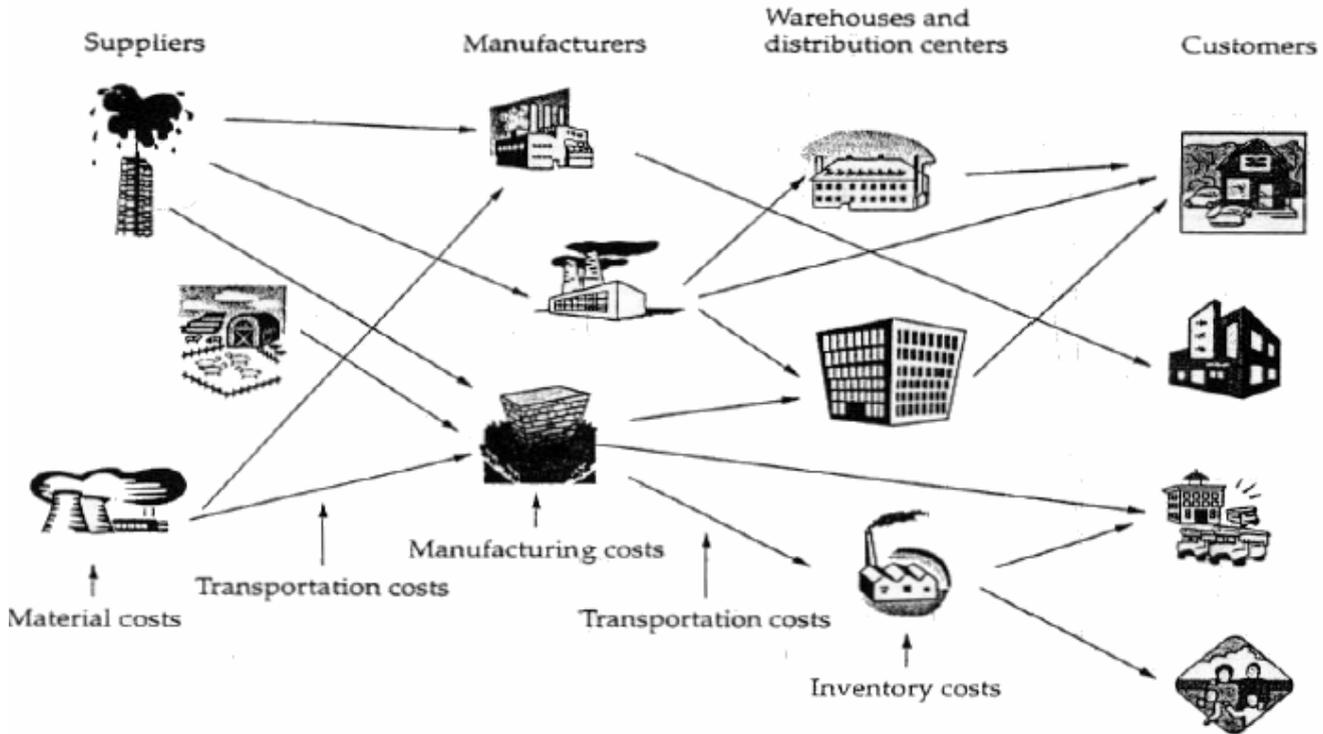
---

Manejo de existencias

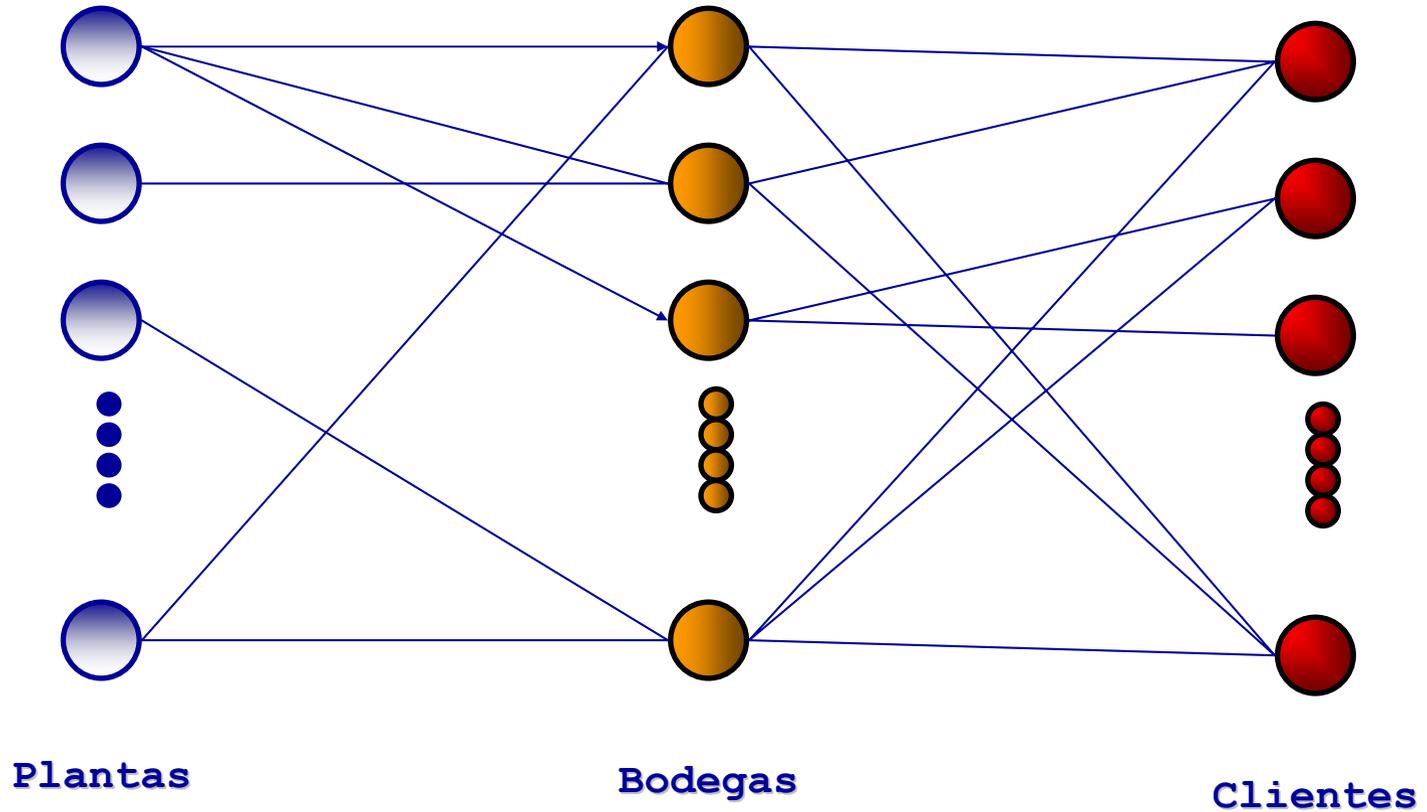
**JAIME MIRANDA**

Departamento de Ingeniería Industrial  
Universidad de Chile

# CADENA DE SUMINISTRO

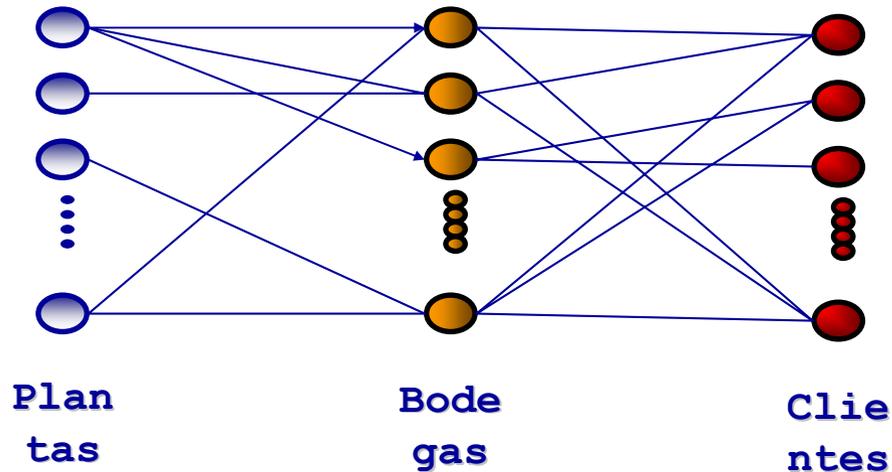


# Configuración de una Red Logística

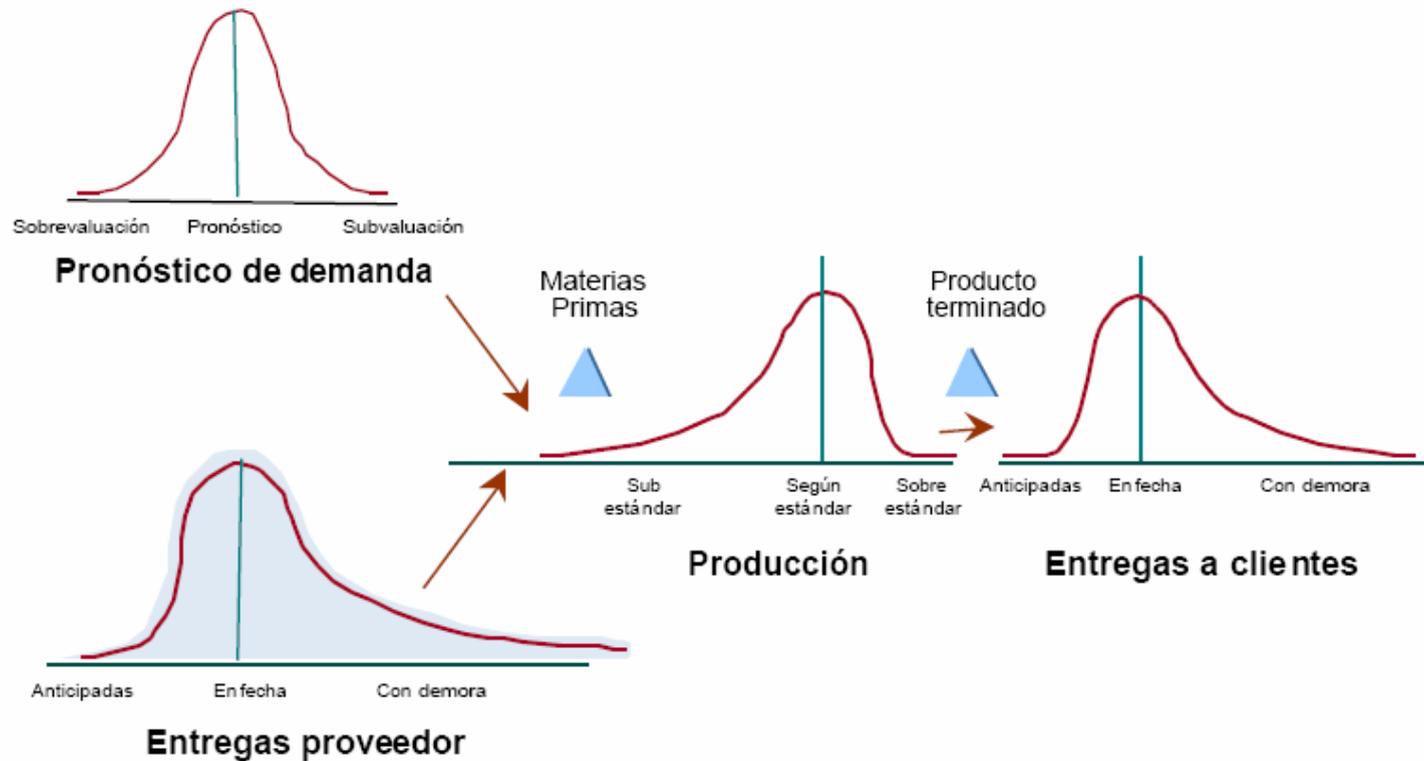


# Ejercicio

- ¿Cuántas plantas y bodegas abrir?
- ¿Dónde instalarlas?
- ¿Cuánto producir?
- ¿Cuánto enviar a las bodegas? y a los centros de demanda?



# Fuente de la Variabilidad de los Stocks



**La incertidumbre y variabilidad de procesos produce dos tercios de los inventarios de una red logística compleja**

# Múltiples Bodegas

## ■ Compartir Riesgo en Múltiples Bodegas:

### ■ Notación:

- $s$ : stock de seguridad ( $s = z\sigma$ ).
- $z$ : factor de seguridad.
- $\sigma$ : desviación estándar en el tiempo de orden.

### Nivel de Servicio y Valores de $z$ :

---

<b>Nivel de Servicio</b>	90%	91%	92%	93%	94%	95%	96%	97%	98%	99%	99,9%
<b><math>z</math></b>	1,29	1,34	1,41	1,48	1,56	1,65	1,75	1,88	2,05	2,33	3,08

---

# Múltiples Bodegas

- Sean  $M$  clientes independientes cada uno con demanda media igual a 1 y desviación estándar igual a 2.
  - Caso una bodega:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^M \sigma_i^2} = 2\sqrt{M} ; \quad s = 1,65 \times 2\sqrt{M}$$

- Caso dos bodegas, A y B, cada una con la mitad de los clientes:

$$\sigma_A = \sigma_B = \sqrt{\sum_{i=1}^{M/2} \sigma_i^2} = \sqrt{2M} ; \quad s = s_A + s_B = 1,65 \times 2\sqrt{2M}$$

# Múltiples Bodegas

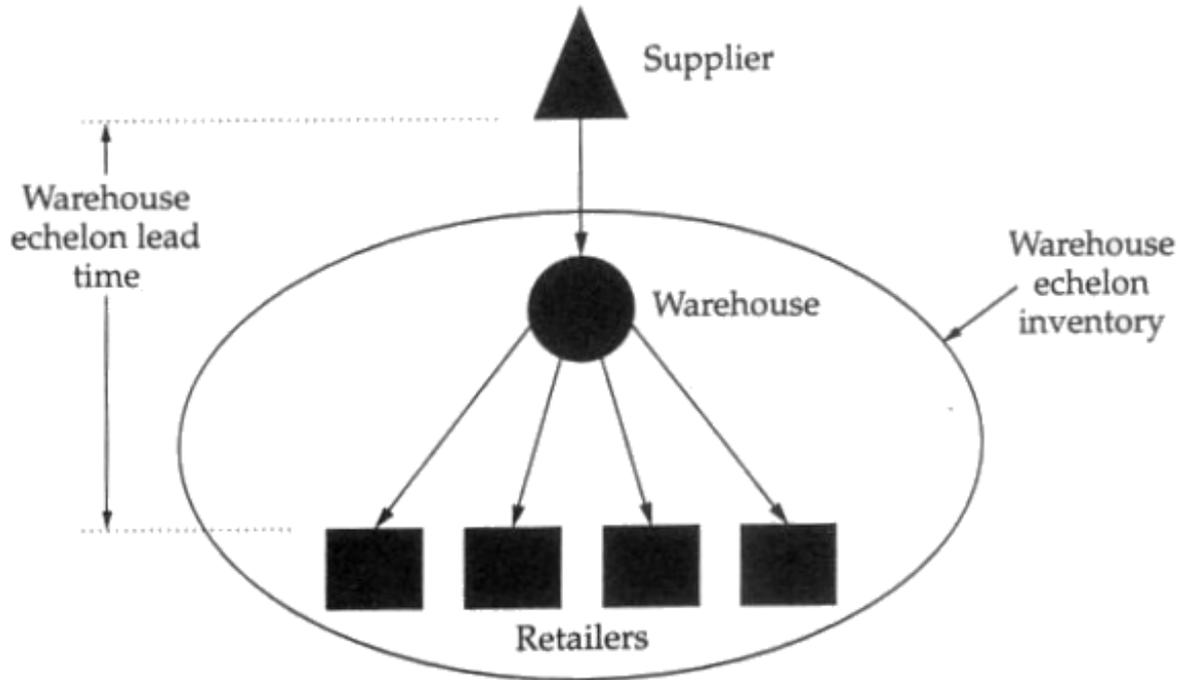
---

- ∴ El stock de seguridad total para dos bodegas es mayor que el stock de seguridad para una bodega.
- Intuición: al crecer el número de clientes es más fácil que se compensen las variabilidades de la demanda. Esto hace que centralizar stocks de seguridad permita disminuir sus niveles.

# Múltiples Bodegas

- Caso de una bodega y múltiples negocios:
  - Se tienen dos niveles de inventario (escalonado).
  - Existe un solo tomador de decisiones, que conoce toda la información.
  - En cada escalón se deben ver los inventarios aguas abajo.
  - Si cada negocio funciona con sistemas (P), la bodega ve la suma de los negocios, en (P).

# Múltiples Bodegas



## Inventario Escalonado de Bodegas

# Múltiples Bodegas

$$S_{\text{bodega}} = L^e \times AVG + z \times STD \times \sqrt{L^e}$$

donde:

$L^e$  = tiempo de reposición (planta - bodega + bodega a negocios).

$AVG$  = demanda media de todos los negocios.

$STD$  = desviación estándar agregada de la demanda total.

# Múltiples Bodegas

---

- Ventajas y desventajas respecto a un sistema de bodegaje centralizado:
  - ↓ stocks de seguridad.
  - ↓ nivel de servicio (↑ tiempos de entrega).
  - ↓ costos fijos (economías de escala).
  - ↓ costos de transporte a bodegas.
  - ↑ costos de transporte a clientes.

# Múltiples Bodegas

## ■ Ejemplo:

- Una empresa desea consolidar el manejo de inventario, de un producto, desde dos bodegas A y B, a una sola (una ampliación de la bodega A).
- Las demandas mensuales de sus cuatro clientes pueden modelarse como variables aleatorias con distribución normal.
- El tiempo de entrega de una orden es de un mes y se desea otorgar una política de servicio del 95%.
- El costo anual por llevar una unidad de stock es \$1.200 (100 mensual).
- Actualmente la bodega A atiende a los clientes 1 y 2, y la bodega B a los clientes 3 y 4.

# Múltiples Bodegas

- A continuación , se resume la información que tiene la empresa para tomar la decisión de consolidación:

**Tabla 1:** Costos Unitarios de Transporte.

Bodega	Cliente 1	Cliente 2	Cliente 3	Cliente 4
A	60	40	80	100
B	120	80	50	70

**Tabla 2:** Demanda de los Clientes.

Cliente	Media	Desv. Std.
1	120	20
2	200	30
3	300	40
4	80	10

# Múltiples Bodegas

- ¿Le conviene a la empresa consolidar su bodegaje en A?

Para considerar los costos de transporte hay que ver cuánto más caro es abastecer a los clientes 3 y 4 desde A:

$$\underbrace{80 \times 300 + 100 \times 80}_{\text{Costo de abastecer a los clientes 3 y 4 desde A.}} - \underbrace{(50 \times 300 + 70 \times 80)}_{\text{Costo de abastecer a los clientes 3 y 4 desde B.}} = \underbrace{\$11.400}_{\text{Aumento en los costos de transporte.}}$$

Para considerar los costos de inventario hay que comparar los stocks de seguridad de de cada caso:

$$\underbrace{1,65 \times \sqrt{20^2 + 30^2} \times \sqrt{1}}_{\text{Stock de seguridad en bodega A.}} + \underbrace{1,65 \times \sqrt{40^2 + 10^2} \times \sqrt{1}}_{\text{Stock de seguridad en bodega B.}} \approx \underbrace{128}_{\text{Stock total sistema actual.}}$$

# Múltiples Bodegas

$$\underbrace{1,65 \times \sqrt{20^2 + 30^2 + 40^2 + 10^2} \times \sqrt{1}}_{\text{Stock de seguridad en ampliación de la bodega A.}} \approx \underbrace{90}_{\text{Stock total sistema consolidado.}}$$

$$\therefore (128 - 90) \times 100 = \underbrace{\$3.800}_{\text{Ahorros en inventarios.}}$$

De esta manera, al comparar el aumento en los costos de transporte y el ahorro en inventarios, se puede concluir que **NO** conviene consolidar el inventario en una ampliación de la bodega A.

# Múltiples Bodegas

---

- El Efecto de la correlación entre demandas de distintos mercados o clientes:
  - Los beneficios alcanzados compartiendo riesgo decrecen mientras más positiva es la correlación entre las demandas de dos mercados o clientes.
- Ejemplo:
  - Considere una empresa que vende un solo producto y que tiene bodegas ubicadas en Antofagasta, La Serena, Santiago y Curico, desde las cuales abastece directamente a sus clientes.

# Múltiples Bodegas

- La ventas por bodega durante los últimos doce meses se reflejan en la siguiente tabla:

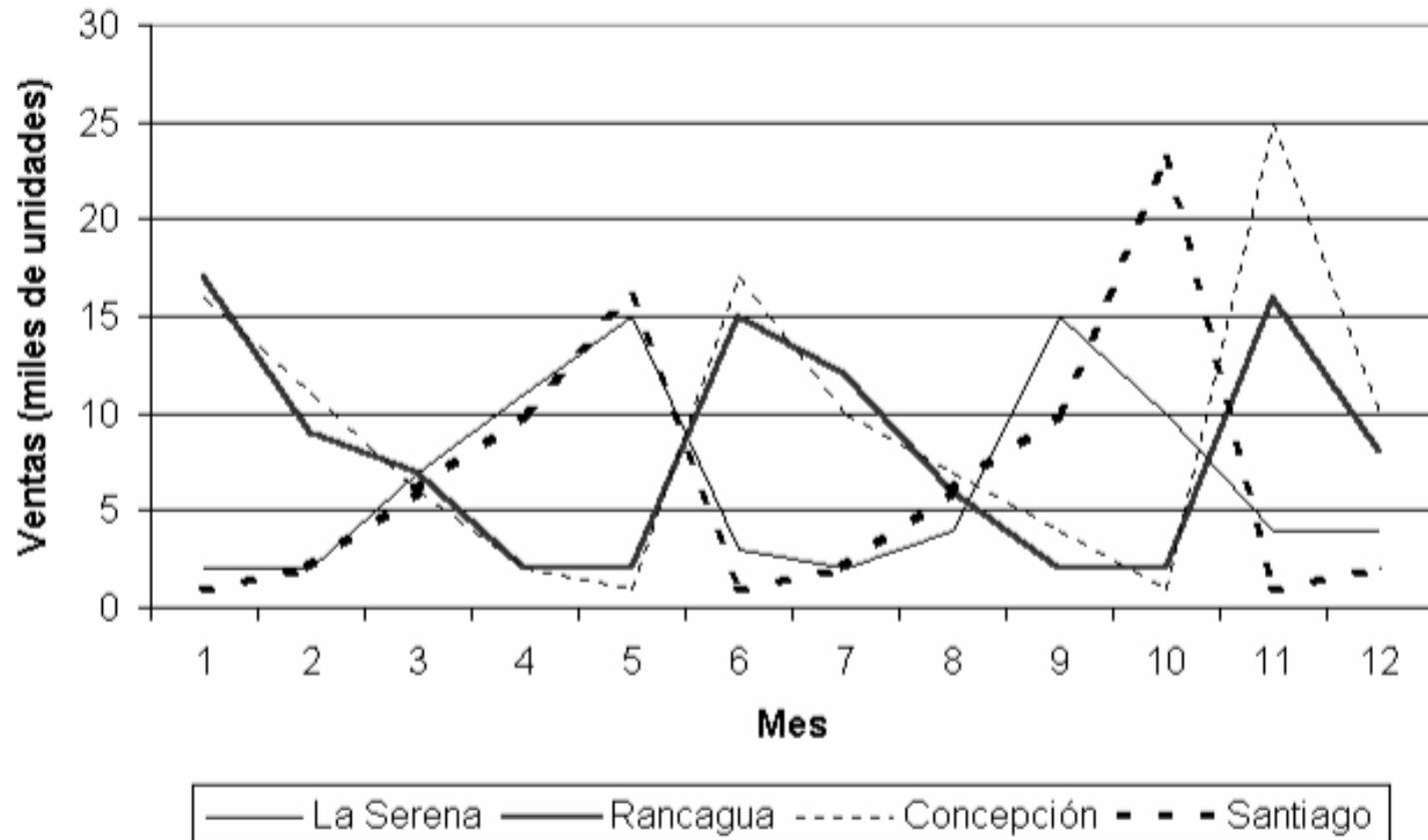
**Tabla 3:** Ventas por Bodega Último Año.

	<b>Ventas Mensuales (en miles).</b>											
<b>Bodega</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>Antofagasta</b>	2	2	7	11	15	3	2	4	15	10	4	4
<b>La Serena</b>	17	9	7	2	2	15	12	6	2	2	16	8
<b>Santiago</b>	16	11	6	2	1	17	10	7	4	1	25	10
<b>Curico</b>	1	2	6	10	16	1	2	6	10	23	1	2

- Si la empresa estuviese evaluando la posibilidad de modificar su estructura de bodegaje (número de bodegas y ubicación), ¿qué le recomendaría usted?

# Múltiples Bodegas

## Ventas por Bodega en el Último Año



# Conclusiones

---

- Tres aspectos críticos acerca del riesgo de grupo:
  - Inventarios centralizados reducen los stocks de seguridad y los niveles promedio de productos almacenados.
  - Mientras más grande es la variabilidad de la demanda mayores son los beneficios obtenidos por sistemas centralizados.
  - Los beneficios de compartir riesgo dependen del comportamiento de la demanda de un mercado respecto a la de otro.

# Modelos

## ■ Caso de costos y variables de producción.

### ■ Variables:

$x_t$  : producción en el período t.

$h_t$  : inventario del período t al t + 1.

$$\delta_t = \begin{cases} 1 & \text{si se produce en el período t.} \\ 0 & \sim \end{cases}$$

### ■ Parámetros:

$c_t$  : costo unitario de producción en el período t.

$d_t$  : costo unitario de inventario de t a t + 1.

$e_t$  : costo fijo de producción en el período t.

$DD_t$  : demanda en el período t.

# Modelos

- Modelo:

$$\text{Min } z = \sum_t (c_t x_t + d_t h_t + e_t \delta_t)$$

$$\text{s.a. } x_t + h_{t-1} - h_t = DD_t \quad \forall t.$$

$$x_t, h_t \geq 0, \delta_t \in \{0,1\} \quad \forall t.$$

- Es fácil demostrar que una solución óptima se produce siempre para cumplir la demanda de un número entero de períodos. Por ejemplo:

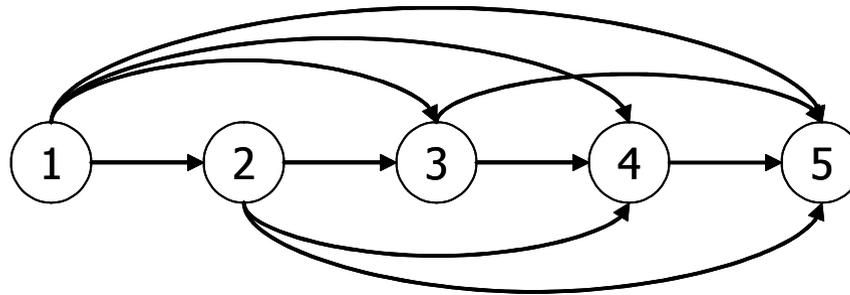
$$x_1 = DD_1 + DD_2 + DD_3$$

$$x_4 = DD_4 + DD_5$$

$$x_6 = DD_6 + DD_7 + DD_8$$

# Modelos

- Luego, la solución óptima corresponde al camino más corto entre el nodo 1 y el nodo N:



$$\text{Costo arco } (1,2) = \delta_1 + c_1 DD_1$$

$$\text{Costo arco } (1,5) = \delta_1 + c_1 \sum_{t=1}^4 DD_t + \sum_{t=1}^3 d_t \left( \sum_{l=t+1}^4 DD_l \right)$$

$$\text{Costo arco } (3,4) = \delta_3 + c_3 DD_3$$

Todos los otros esquemas son subóptimos.

## ■ Caso general de producción de múltiples productos:

### ■ Variables:

$x_k^t$  : producción del producto k en el período t.

$h_k^t$  : inventario del producto k del período t al t + 1.

$$\delta_k^t = \begin{cases} 1 & \text{si se produce el producto k en el período t.} \\ 0 & \sim \end{cases}$$

### ■ Parámetros:

$C_t$  : capacidad disponible en el período t.

# Modelos

$a_k$  : capacidad requerida por cada unidad del producto k.

$c_k^t$  : costo unitario de producción del producto k en el período t.

$d_k^t$  : costo unitario de inventario del producto k de t a t + 1.

$e_k^t$  : costo fijo de producción del producto k en el período t.

$DD_k^t$  : demanda por el producto k en el período t.

## ■ Función Objetivo:

$$\text{Min } z = \sum_t \sum_k (c_k^t x_k^t + d_k^t h_k^t + e_k^t \delta_k^t)$$

# Modelos

- Restricciones:
  - Capacidad de la planta:

$$\sum_k a_k x_k^t \leq C_t \quad \forall t.$$

- Se puede producir el producto  $k$  en el período  $t$  si se paga el costo fijo, y se produce hasta la capacidad (o se puede limitar por la demanda total desde  $t$  hasta el horizonte considerado, no hay ventas pendientes).

$$x_k^t \leq C_t \delta_k^t \quad \text{o} \quad x_k^t \leq \delta_k^t \sum_{\theta=t}^T DD_k^\theta \quad \forall k, t.$$

- Conservación de flujo:

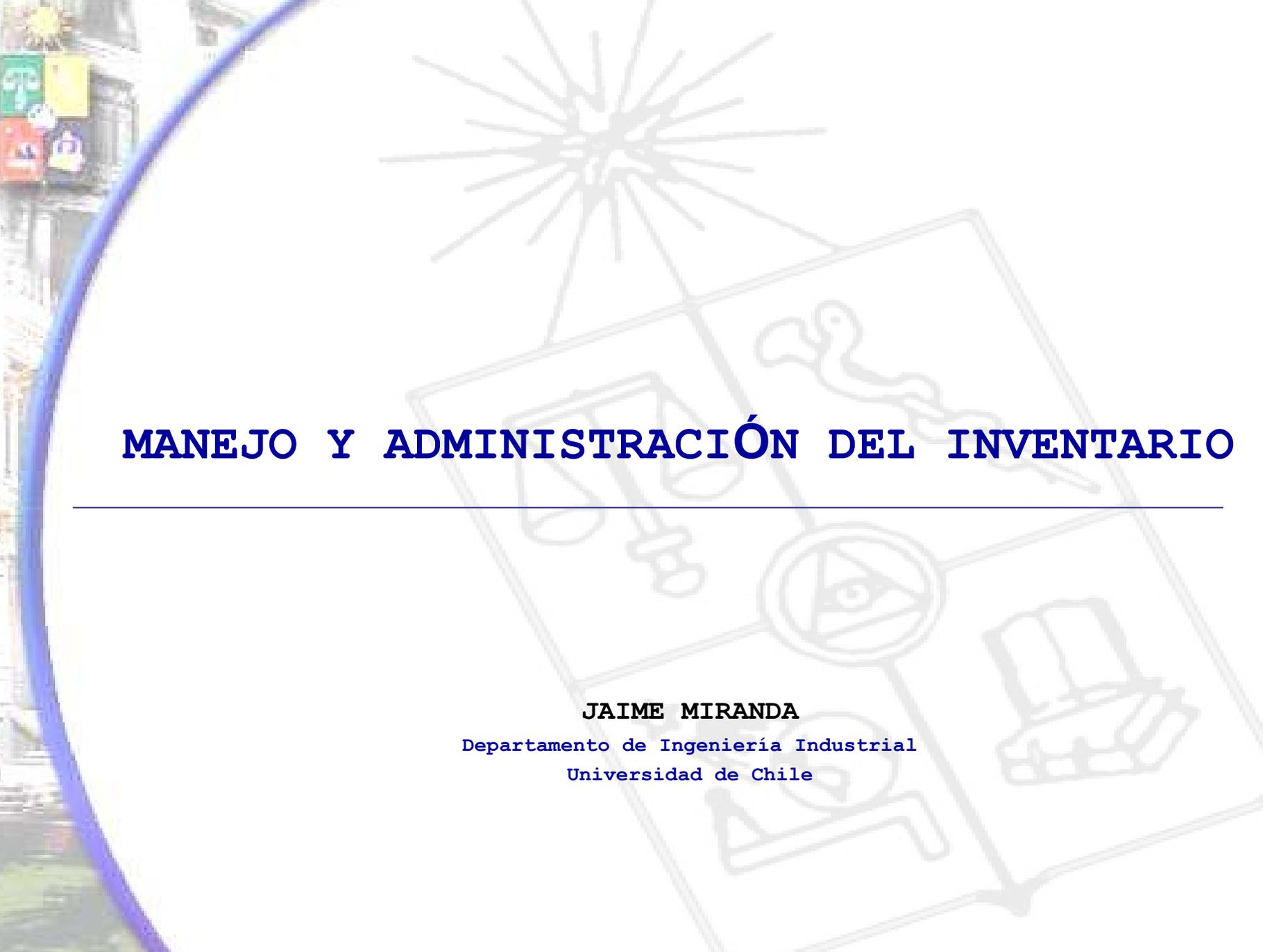
$$x_k^t + h_k^{t-1} - h_k^t = DD_k^t \quad \forall k, t.$$

- Naturaleza de las variables:

$$x_k^t, h_k^t \geq 0, \delta_k^t \in \{0, 1\} \quad \forall k, t.$$

- Comentarios:

- Al problema se pueden agregar consideraciones de sobretiempo, subcontratación, ventas pendientes, capacidades múltiples y muchas otras cosas.
- Instancias grandes pueden ser difíciles de resolver con optimización directa. Existen heurísticas para encontrar soluciones aproximadas de manera más fácil. Por ejemplo, fijando mediante reglas variables binarias en cero o uno.



# MANEJO Y ADMINISTRACIÓN DEL INVENTARIO

---

**JAIME MIRANDA**

Departamento de Ingeniería Industrial  
Universidad de Chile