

Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema
Profesores Auxiliares : José Luis Malverde
: Evelyn Andaur

CLASE AUXILIAR

25 DE SEPTIEMBRE 2006

1. Considere el problema del mechón que efectúa saltos unitarios hacia adelante y hacia atrás en el frontis de la Escuela (Visto en clase auxiliar 4) Determine $\mathbb{E}(X)$ donde X es la variable aleatoria “Posición del mechón”.
2. Para armar su árbol de navidad, usted debe probar las luces antes de ponerlas. Para evitar probar las luces una a una, usted separa las N ampolletas y las conecta en k series de n ampolletas cada una y las prueba (considere $N = k \cdot n$). En caso de que una serie no funcione, usted prueba todas las ampolletas de esa serie. Se sabe que cada ampolleta tiene una probabilidad p de encontrarse defectuosa. Considere X : “número de pruebas hechas” y encuentre $\mathbb{E}(X)$. Encuentre k tal que, en promedio, le convenga más probar las luces de esta forma, que probarlas una a una.
3. En una caja se encuentran 5 monedas, tales que: $\mathbb{P}(\text{cara en la } i\text{-ésima moneda}) = \frac{1}{1+i}$ con $i = 1, \dots, 5$. Al sacar una moneda y lanzarla se gana 10 U.M. si sale cara, en caso contrario 0 U.M. Calcular cuánto se está dispuesto a pagar (por moneda extraída), para que el juego convenga en promedio.
4. Encuentre t tal que minimice:
 - a) $\mathbb{E}((x - t)^2)$ (Error cuadrático medio)
 - b) $\mathbb{E}(|x - t|)$ (Error absoluto)
5.
 - a) Considere X_1, \dots, X_n variables aleatorias continuas, independientes, idénticamente distribuidas, según una distribución $f_x(X)$ determine la densidad de: $\min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$
 - b) Considere $X \rightarrow f_X(X)$. Pruebe que si $Y = X^2$, entonces:
$$f_Y(y) = \frac{1}{2\sqrt{y}}(f_X(\sqrt{y}) + f_X(-\sqrt{y}))$$
 - c) Sea X v.a. continua con $\mathbb{P}(X \leq 0) = 0$. Demuestre que:

$$\mathbb{E}(X) = \int_0^{\infty} \mathbb{P}(X > t) dt$$