

Probabilidades y Procesos Estocásticos

Profesor Cátedra : Fernando Lema
Profesores Auxiliares : José Luis Malverde
Evelyn Andaur

CLASE AUXILIAR 13 DE NOVIEMBRE 2006

1. Un famoso grupo de música va a realizar un concierto en Santiago. Se sabe que los fanáticos del grupo llegan al concierto en un tiempo distribuido exponencialmente de media 2 minutos. Al llegar, los clientes se ponen en una fila única donde deben esperar que un guardia les corte las entradas, el cual demora un tiempo exponencial de media 1 minuto. Además, cuando hay i personas en la cola (incluyendo al que está siendo atendido por el guardia) y llega un nuevo fanático, existe una probabilidad r_i de que los fanáticos rompan la reja, en cuyo caso todos los fanáticos de la cola entrarán corriendo al concierto (con $r_0 = 0$) . Suponga que luego de caerse la reja, ésta es arreglada automáticamente y puede seguir el ingreso de fanáticos en forma regular.
 - a) Modele el sistema.
 - b) Plantee las ecuaciones de balance.
 - c) Determine el largo promedio de la fila.
 - d) Determine el tiempo promedio de espera en la fila.
2. El ascensor de un edificio se mueve solamente entre el primer y último piso y puede llevar a lo más dos pasajeros. Los pasajeros llegan según un proceso de Poisson de tasa λ y si el ascensor no se encuentra en el primer piso deberán esperar. El ascensor tarda un tiempo exponencial en realizar su viaje, de tasa μ . si el ascensor no tiene pasajeros, debe esperar en el primer piso de edificio.
 - a) Dibuje el diagrama de estados correspondiente al sistema “número de personas en fila”.
 - b) Plantee las ecuaciones de balance del sistema.
 - c) Suponiendo conocidas las probabilidades estacionarias, determine el número esperado de personas en la fila.

3. Se dice que X tiene distribución de Weibull de parámetros α, β si:

$$f(X) = \alpha\beta X^{\beta-1} \exp(-\alpha X^\beta), X > 0$$

Calcule $P(\sum_{i=1}^{20} X_i^2 > 12)$ si X_i (con $i = 1, \dots, 20$) son v.a. Weibull de parámetros $\alpha = 2, \beta = 2$ y suponiendo $n=20$ grande.

Indicación: Determine primero la distribución (densidad) de $Y = X^2$.

4. a) Una sucursal de Bancomático consiste de 2 cajeros automáticos en paralelo, con espacio para 1 persona en espera. La llegada de personas es Poisson de tasa 2 personas por minuto y el tiempo de la transacción es de media 90 segundos.

- 1) Modele el proceso $X_t := N^o$ de clientes en la sucursal, determinando la distribución de probabilidades en régimen permanente.
- 2) Calcule la tasa efectiva de ingreso al sistema y la proporción de tiempo que los cajeros están ociosos.

- b) Para mejorar la atención de los clientes del banco, se propone la siguiente modificación:

- El primer cajero será exclusivo para clientes y tendrá espacio para una persona en espera.
- El segundo cajero puede ser usado tanto por clientes como por no-clientes y no tiene espacio de espera.

Las llegadas son de tasas $\lambda_C(\frac{pers}{min})$ para clientes y $\lambda_o(\frac{pers}{min})$ para no-clientes. Los tiempos de atención son exponenciales de medias $\frac{1}{\mu_C}$ para clientes y $\frac{1}{\mu_o}$ para no-clientes.

Modele el sistema propuesto, planteando el diagrama de estados y dos ecuaciones de balance.