

Trabajo dirigido #11 MA38B

Profesor de cátedra: Carlos Conca.

Profesores auxiliares: Roberto Cortez, Cristian Figueroa, Diego Morán.

Problema 1. Demuestre que toda aplicación lineal de un e.v.n. V de dimensión finita en un e.v.n. W es continua.

Problema 2. Sea X e.v.n., V un sub-espacio cerrado, y $x_0 \in X \setminus V$. Pruebe que existe $f \in X'$ tal que $f(x_0) = 1$ y $f(x) = 0 \ \forall x \in V$.

Problema 3. Sea E un e.v.n. y S un sub-espacio denso en E . Suponga que $f \in S'$. Sin usar el teorema de Hahn-Banach, pruebe que exist $g \in E'$ que prolonga a f y tal que $\|g\| = \|f\|$.

Problema 4. Sea X e.v.n. Definimos la aplicación $J : X \rightarrow X''$ (donde X'' es el *bidual* de X , i.e., $X'' = (X')'$) como $(Jx)(f) = f(x)$ para $x \in X$ y $f \in X'$.

- (a) Pruebe que para $x \in X$, Jx es efectivamente un elemento de X'' . Pruebe que $\|Jx\| \leq \|x\|$.
- (b) Usando Hahn-Banach (o alguno de sus corolarios) pruebe que $\|Jx\| = \|x\|$. Concluya que X puede identificarse con un sub-espacio de X'' .