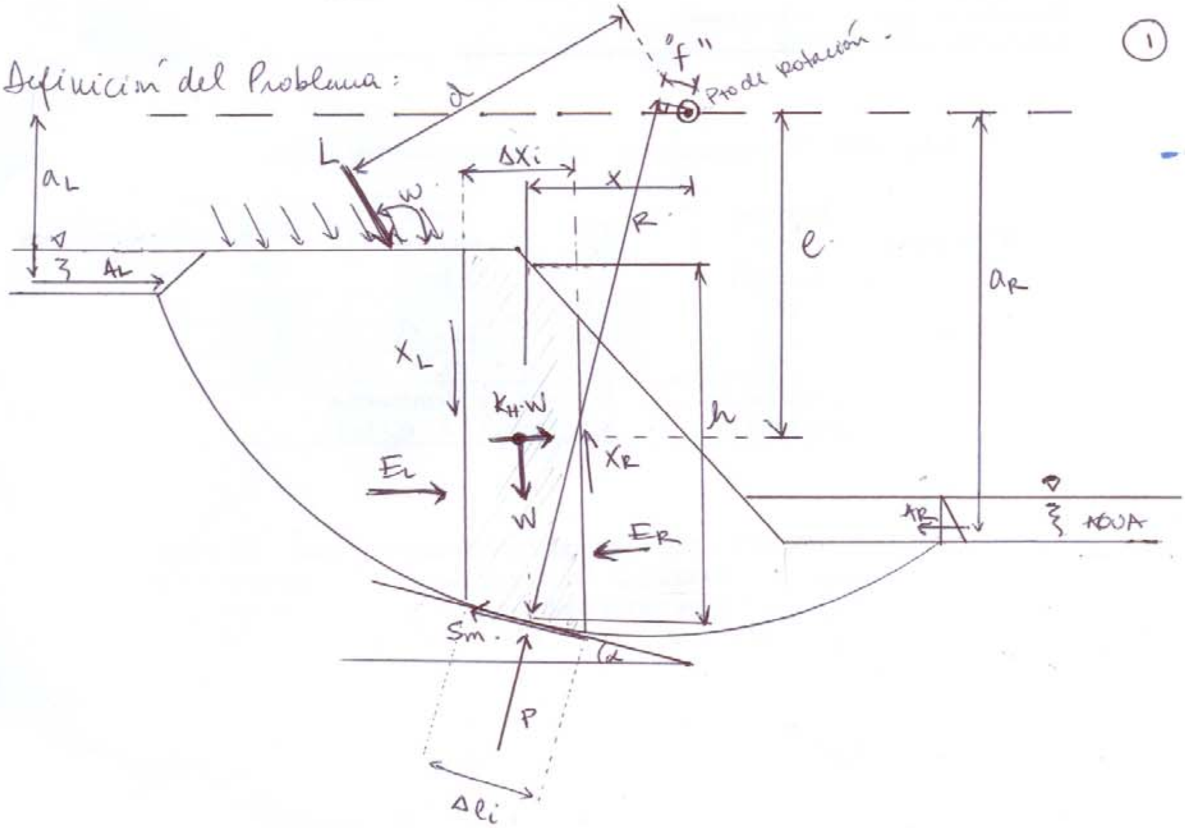
06/06/07

ESTABILIDAD DE TALUDES

(1)

*) Definición del Problema:



W: Peso total de la Dovela.

P: Fuerza normal en la base de la dovela de largo ΔXi.

Sm: Fuerza de corte movilizada en la base de la dovela.

$$Sm = \Delta li \cdot \{c' + (\frac{P}{\Delta li} - u) \cdot tg\phi'\} \cdot \frac{1}{F}$$, F: Factor de Seguridad.

R: Radio ó brazo del momento asociado a Sm.

f: Dist. perpendicular de la fza normal respecto al centro de rotación

x: dist. horizontal de la dovela al centro de rotación.

α: ángulo entre la tg. del centro de la base de la dovela y el hz.

e: Dist. desde el centroide al horizonte del pto de rotación.

Nota: $f \neq 0 \Leftrightarrow$ Existe una rotación o un deslizamiento respecto a otra superficie DISTINTA a la circular. (Roca, Planos de debilidad, e

Para el caso más general de una dovela ; deben considerarse las solicitaciones provocadas por algún flujo de agua en estado steady state a través del talud. Con ello se encuentran las presiones de poros que actúan en los ptos de interés :

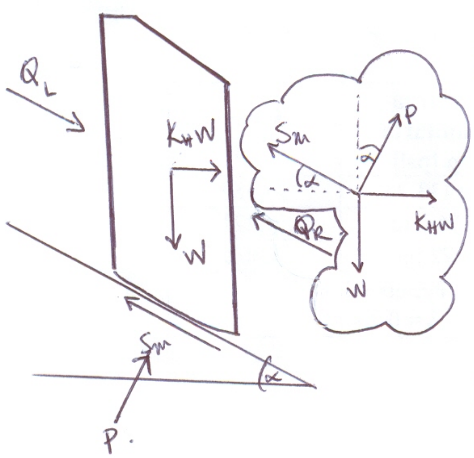
1) MÉTODO ORDINARIO O DE FELLENIUS (1936)

Es el más simple de todos los métodos ya que es el único que obtiene un FS lineal.

Este método asume que las fzas entre dovelas pueden ser eliminadas ya que son paralelas a la base de cada dovela.

(Esto fue desmentido por Whitman y Bailey, 1967 : El principio de acción y reacción de newton no se cumple entre dovelas ... El cambio de dirección de la resultante de una dovela a otra entrega FS con errores de hasta 60%).

i) $\sum F_V = 0 : \quad P \cdot \cos\alpha + S_m \cdot \operatorname{sen}\alpha = W. \quad (1)$



ii) $\sum F_H = 0 : \quad K_H \cdot W + P \cdot \operatorname{sen}\alpha = S_m \cdot \cos\alpha \quad (2)$

Despejo Sm de (2) y reemplazo en (1):

$$P\cos\alpha + (K_H \cdot W \cdot \sec\alpha + P \cdot \operatorname{tg}\alpha) \cdot \operatorname{sen}\alpha = W. \qquad /\cdot\cos\alpha$$

$$P\cos^2\alpha + K_H W \operatorname{sen}\alpha + P \operatorname{sen}^2\alpha = W\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \boxed{P = W\cos\alpha - K_H \cdot W \sin\alpha} \quad (3)$$

Q_L y Q_R se eliminan pq van ∥ a tangente en la base.

(3)

iii) $\sum_i \overset{(+)}{M} = 0$ (se toma desde el pto de rotación):

$$\Rightarrow \sum_i W_i \cdot x_i - \sum_i Sm_i \cdot R - \sum_i P_i \cdot f_i + \sum_i K_H \cdot W_i \cdot e_i + \underbrace{a_L \cdot A_L - a_R \cdot A_R}_{\text{agua}} + \underbrace{L \cdot d}_{\text{S.C.}} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\sum_i Sm_i \cdot R = \sum_i W_i \cdot x_i - \sum_i P_i f_i + \sum_i K_H \cdot W_i \cdot e_i \pm \text{"}a \cdot A\text{"} + L \cdot d.} \quad (4)$$

(La igualdad se da cuando empieza a deslizar)

El factor de seguridad queda como:

$$\text{"}FS. = \frac{\sum \text{Momentos Resistentes.}}{\text{Momentos Solicitantes}}\text{"}$$

← Def. de Sm!

← Eq. (4)

$$\Rightarrow FS = \frac{\sum (c' \Delta l_i + (P_i - u_i \cdot \Delta l_i) \, tg \phi') \cdot R.}{\sum Sm_i \cdot R.}$$

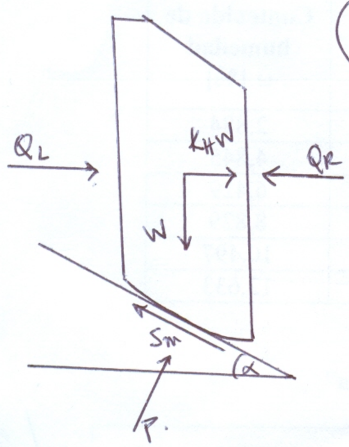
(Es por definición de $\underline{Sm}$)

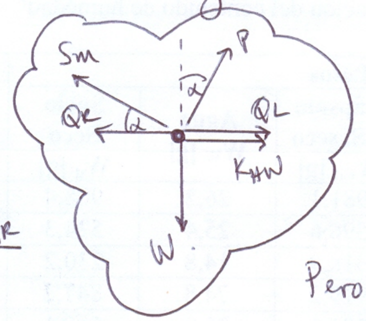
$$\therefore \boxed{FS = \frac{\sum \{ c' \Delta l_i \cdot R + (P_i - u_i \Delta l_i) R \, tg \phi' \}.}{\sum_i W_i \cdot x_i - \sum_i P_i f_i + \sum_i K_H W_i e_i \pm a \cdot A + L \cdot d ..}} \quad (5)$$

Basta reemplazar P_i de ec. (3) y se tiene el resultado.

2) MÉTODO SIMPLIFICADO DE BISHOP.

Este método no considera las fuerzas de corte entre dovelas y asume que una fza. normal u horizontal define adecuadamente dicha interacción.





i) $\sum F_V = 0$:

$$P \cdot \cos\alpha + S_m \cdot \operatorname{sen}\alpha = W.$$

Pero $S_m = \dfrac{c' \cdot \Delta x_i + (P - u_i \Delta x_i)\, tg\phi'}{FS}$.

$$\Rightarrow \; P\cos\alpha + \left(\frac{c'\Delta x_i \operatorname{sen}\alpha + P\operatorname{sen}\alpha \cdot tg\phi - u \cdot \Delta x \cdot \operatorname{sen}\alpha\, tg\phi}{FS} \right) = W.$$

$$\Rightarrow \; P\left(\cos\alpha + \frac{\operatorname{sen}\alpha \cdot tg\phi'}{FS}\right) = W - \frac{c'\Delta x_i \operatorname{sen}\alpha}{FS} + \frac{u\Delta x \operatorname{sen}\alpha\, tg\phi}{FS}.$$

Despejando P_i :

$$\boxed{P_i = \left(W_i - \frac{c' \cdot \Delta x_i \cdot \operatorname{sen}\alpha_i}{FS} + \frac{u_i \Delta x_i \operatorname{sen}\alpha_i\, tg\phi'}{FS} \right) \cdot \frac{1}{m_\alpha}} \quad (1)$$

$$\text{con } m_\alpha = \cos\alpha + \frac{\operatorname{sen}\alpha\, tg\phi}{FS}$$

ii) $\sum M = 0$ ($\curvearrowleft +$) (respecto del punto de rotación).

Este queda igual que en el método ordinario, ya que las fzas horizontales se anulan (igual magnitud e igual brazo).

Lo único que cambia en este método es la definición de la fza normal P.

Luego, la $\sum M$ es igual a la del método ordinario, i.e.:

$\sum_i M_i = 0$ (Debido a que las fzas laterales se eliminan !!)

$$\Rightarrow \boxed{\sum_i S_{mi}\cdot R = \sum_i W_i\cdot x_i - \sum_i P_i f_i + \sum_i k_H\cdot W_i\cdot e_i \pm \text{"}a\cdot A\text{"} + L\cdot d} \quad (2)$$

El factor de seguridad queda como:

$$FS = \frac{\sum \text{Momentos Resistentes}}{\sum \text{Momentos Solicitantes}}.$$

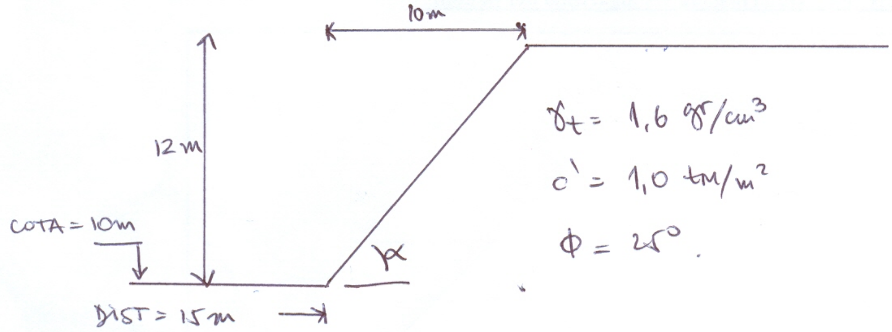
∴ De la ec. (5) del método ordinario:

$$\boxed{FS = \frac{\sum_i \{ c'\cdot\Delta x_i R + (P_i - u_i\Delta x_i) R \operatorname{tg}\phi' \}}{\sum_i W_i x_i - \sum_i P_i f_i + \sum_i k_H\cdot W_i e_i \pm a\cdot A + L\cdot d}} \quad (3)$$

Se reemplaza la ecuación (1) en (3) y se obtiene una ecuación de FS. Se calcula numéricamente por iteraciones.

Aplicación:

Sea un talud de dimensiones como se muestra en la figura



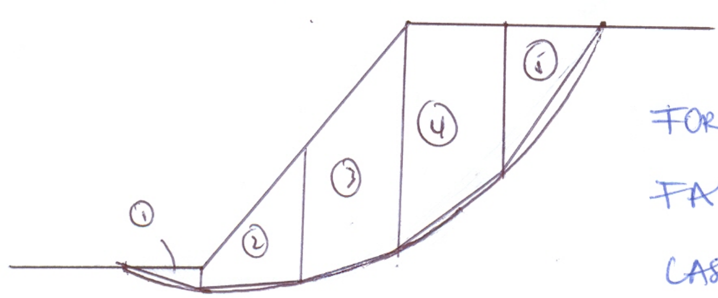
Analice la situación de la situación más crítica para estado estático y sísmico ($K_H = 0{,}3$). Considere las fallas circulares entregadas por programa SLOPE/W.

MÉTODO ORDINARIO: Anula las fzas entre dovelas.

ESTÁTICO: El centro del círculo de falla se encuentra en: x = 17m e y = 28 m (FS = 1,259) (Para 30 dovelas.)

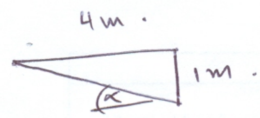
Radio del círculo: $\sqrt{(28-10)^2 + (17-11)^2} = \sqrt{18^2 + 6^2} = \sqrt{360} \cong 18{,}97$m.

Para 5 dovelas: (FS = 1,229)



FORMA DE LA FALLA PARA CASO ESTÁTICO SEGÚN SLOPE/W.

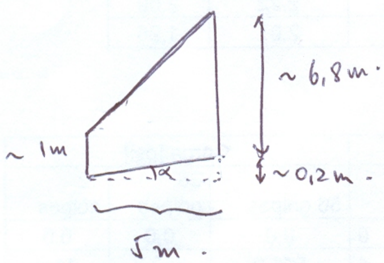
Área ①:



$$A_1 = \frac{4 \cdot 1}{2} = 2\ m^2$$

$$\alpha_1 = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{4}\right) = 14{,}04° \sim 14°$$

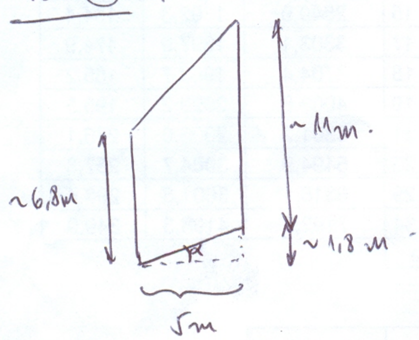
Área ②:



$$A_2 = \left(\frac{7+1}{2}\right) \cdot 5 - \frac{0{,}2 \cdot 5}{2} = 20 - 0{,}5 = 19{,}5\ m^2$$

$$\alpha_2 = \operatorname{arctg}\left(\frac{0{,}2}{5}\right) = 2{,}29 \sim 2{,}3°$$

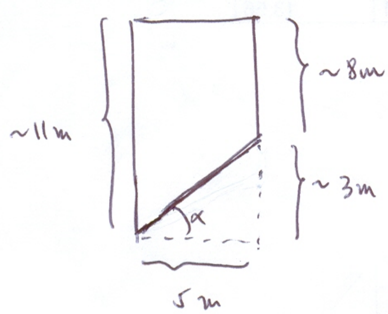
Área ③:



$$A_3 = \left(\frac{6{,}8 + 12{,}8}{2}\right) \cdot 5 - \frac{1{,}8 \cdot 5}{2} = 49 - 4{,}5 = 44{,}5\ m^2$$

$$\alpha_3 \cong 19{,}8°$$

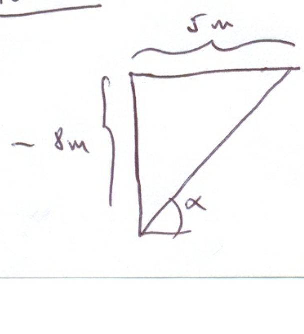
Área 4:



$$A_4 = \frac{(11+8)}{2} \cdot 5 = 47{,}5\ m^2.$$

$$\alpha_4 = \operatorname{arctg}\left(\frac{3}{5}\right) \cong 31°$$

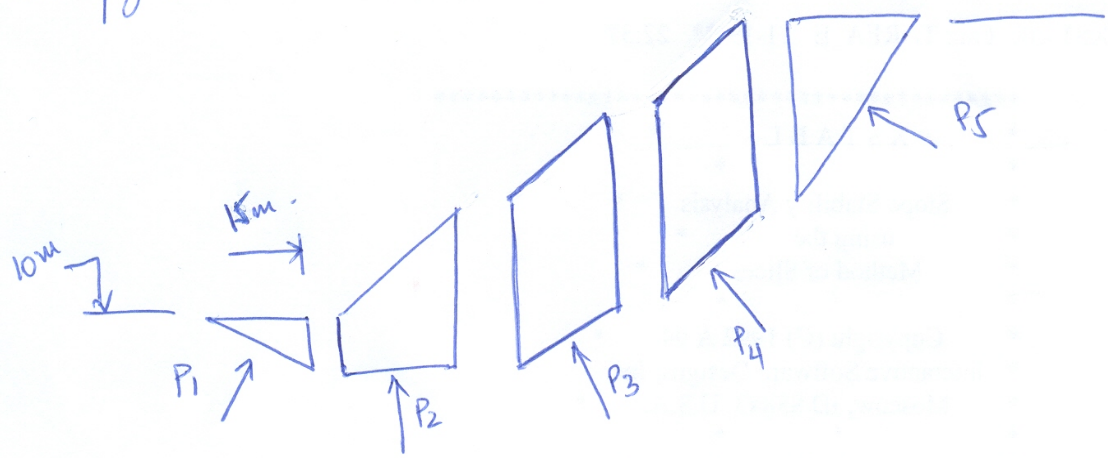
Área 5:



$$A_5 = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20\ m^2$$

$$\alpha_5 = \operatorname{arctg}\left(\frac{8}{5}\right) \cong 58°$$

En cada dovela calculamos el P y los valores asociados a las fzas. existentes.



De la ec (3) : ($K_H = 0$)

$P_1 = W_1 \cdot \cos\alpha_1 = (1,6 \cdot 2)\cos(14,0) = 3,1$ ton/m.

$P_2 = W_2 \cdot \cos\alpha_2 = (1,6 \cdot 19,5)\cdot\cos(2,3) = 31,2$ ton/m.

$P_3 = W_3 \cdot \cos\alpha_3 = (1,6 \cdot 44,5)\cdot\cos(19,8) = 67,0$ ton/m.

$P_4 = W_4 \cdot \cos\alpha_4 = (1,6 \cdot 47,5)\cdot\cos(31,0) = 65,14$ ton/m.

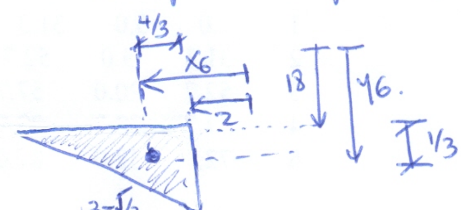
$P_5 = W_5 \cdot \cos\alpha_5 = (1,6 \cdot 20)\cdot\cos(58,0) = 17,0$ ton/m.

$\begin{pmatrix} x = 17\ m \\ y = 28\ m \end{pmatrix}$

Falta calcular los centros de Gravedad (respecto al pto. de rotacio).

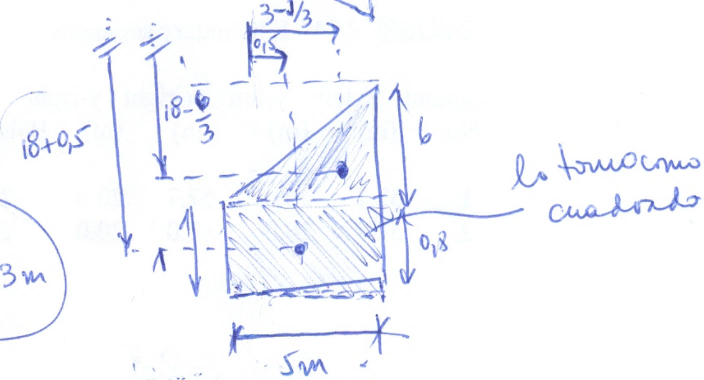
(1) $X_{G_1} = -2 - \frac{4}{3} = -3,33\ m$

$Y_{G_1} = -18 - \frac{1}{3} = -18,33\ m$

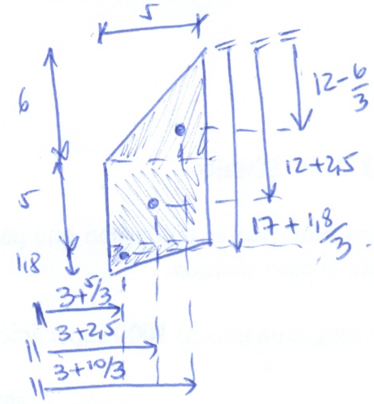


(2) $X_{G_2} \approx \dfrac{0,5 \cdot 5 + \frac{4}{3} \cdot 15}{20} \approx 1,13\ m$

$Y_{G_2} = \dfrac{-18,5 \cdot 5 - 16 \cdot 15}{20} = -16,63\ m$



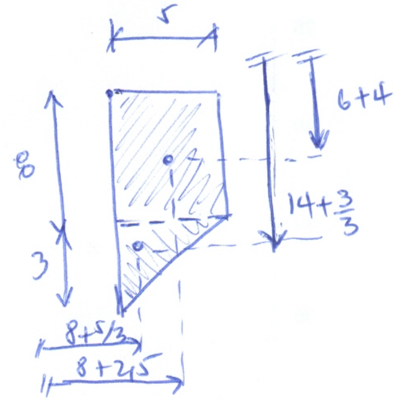
(3)



$$x_{G_3} = \frac{\frac{14}{3}\cdot\overset{\approx 4,5}{\left(\frac{1.8\cdot 5}{2}\right)} + 5,5\cdot 25 + \frac{19}{3}\cdot 15}{\frac{1,8\cdot 5}{2} + 25 + 15} \approx 5,70\ m$$

$$y_{G_3} = \frac{-17,6\cdot 4,5 - 14,5\cdot 25 - 10\cdot 15}{4,5 + 25 + 15} \approx -13,3\ m$$

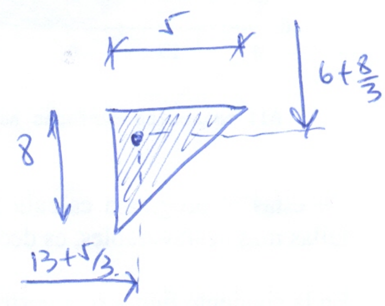
(4)



$$x_{G_4} = \frac{\frac{29}{3}\cdot 7,5 + 10,5\cdot 40}{7,5 + 40} = 10,37\ m$$

$$y_{G_4} = \frac{-15\cdot 7,5 - 10\cdot 40}{47,5} = -10,79\ m$$

(5)



$$x_{G_5} = \frac{\frac{44}{3}\cdot \cancel{20}}{\cancel{20}} = 14,67\ m$$

$$y_{G_5} = \frac{-24}{3} = -8,67\ m.$$

Ahora, hay que agregar los términos a la ecuación: para el método Ordinario:

$$FS = \frac{\sum \{ c' \cdot \Delta l_i \cdot R + (P_i - u_i \Delta l_i) R \, tg\phi' \}}{\sum W_i x_i - \sum P_i f_i + \sum K_H W_i \cdot e_i \pm a \cdot A + L \cdot d}.$$

con $\boxed{P_i = W_i \cdot \cos\alpha_i - K_H \cdot W_i \cdot \sin\alpha_i}$ (*)

Pero $f_i = 0$. (no tengo sector de deslizamiento recto, ie, se desarrolla completamente la falla circular).

$A_L = A_R = 0$ (no existe napa de agua).

$L = 0$ (no hay fzas actuando sobre el talud) (de agu

$u_i = 0$ (no existe presión neutra debido a filtraciones en el talud).

$$\Rightarrow \boxed{FS = \frac{\sum \{ c' \Delta l_i R + P_i R \, tg\phi' \}}{\sum W_i \cdot x_i + \sum K_H \cdot W_i \cdot e_i}} \quad (\#)$$

Dovela	W_i (ton/m)	α_i (°)	Δl_i (m)	x_i (m)	e_i (m)	$W_i x_i$ (ton)	$W_i e_i$ (ton)	$W_i \cos\alpha_i$ (ton)	$W_i \sin\alpha_i$ (ton)
1	3,2	14°	4,12	-3,33	-18,33	-10,66	-58,66	3,10	0,77
2	31,2	2,3°	5	1,13	-16,63	35,26	-518,86	31,17	1,25
3	71,2	19,8°	5,31	5,70	-13,3	405,84	-946,96	67,00	24,12
4	76,0	31°	5,83	10,37	-10,79	788,12	-820,04	65,14	39,14
5	32	58°	9,43	14,67	-8,67	469,44	-277,44	16,96	27,14

$\sum$ 1688,0

tabla continuación...

Dovela	P_i	(1) $c' \Delta l_i R$	(2) $P_i R \, tg\phi$	(1)+(2) (NUM.)	$K_H \cdot W_i e_i$
1	2,87	78,16	25,41	103,57	-17,60
2	30,80	94,85	272,45	367,30	-155,66
3	59,76	100,73	528,59	629,32	-284,09
4	53,40	110,60	472,39	582,99	-246,01
5	8,82	178,89.	77,99.	256,88	-83,23.
				Σ 1940,03	Σ -786,59.

Caso estático: $K_H = 0$

$$\Rightarrow FS = \frac{\Sigma (c' \Delta l_i + P_i \cdot tg\phi) R}{\Sigma W_i x_i} = \frac{1940,03}{1688,0} = 1,15$$

Caso sísmico: $K_H = 0,3$

$$\Rightarrow FS = \frac{\Sigma (c' \Delta l_i + P_i tg\phi) R}{\Sigma W_i x_i + \Sigma K_H \cdot W_i e_i} = \frac{1940,03}{1688 + 786,59} = 0,78.$$

Se deben colocar TODOS POSITIVOS

(Nota: Acabo de cachar que la sup. de falla para el caso sísmico puede cambiar, así que no creo que se apliquen directamente los valores antes calculados por el método estático, ya que cambia el Área, Peso y por ende las fzas P en cada análisis.!!!). Esop :)