Auxiliar - Lunes 7 de Mayo

FI21A - Mecánica
Prof. Patricio Aceituno
Semestre Otoño 2007
por Kim Hauser

P1. (Ejercicio Nº 7 - profesor Patricio Cordero - Otoño 2005)
Un resorte de constante elástica k y largo natural b tiene una partícula de masa m en un extremo, mientras que el otro extremo está fijo a una pared en un punto Q. Una barra ideal (masa despreciable) de largo $\sqrt{2}b$ está sujeta en un extremo a una rótula, a distancia $\sqrt{2}b$ bajo Q como lo indica la figura. En el otro extremo la barra está fija a la partícula de masa m.

(a) ¿Cuánto debe valer m para que $\phi = \pi/2$ se un punto de equilibrio estable del sistema?

(b) Obtenga la frecuencia angular de pequeñas oscilaciones en torno a ese punto de equilibrio.

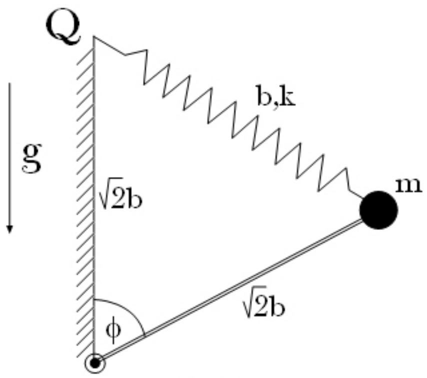

fig. 1

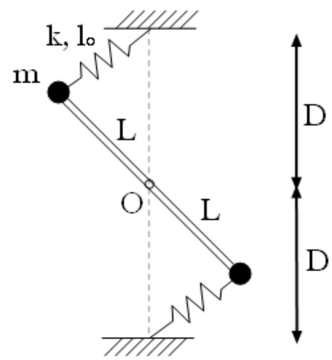

fig. 2

P2.
Se tiene una barra sin masa que puede rotar libremente en torno a su punto medio, fijo en O. En los extremos de la barra hay dos masas m, las cuales a su vez están unidas a resortes idénticos de constante elástica k y largo natural l_o. Considere que $D = 4l_o$ y $L = 2l_o$. El movimiento ocurre en **ausencia** de gravedad.

(a) Determine los puntos de equilibrio del sistema y su estabilidad.

(b) Si el sistema es soltado desde una configuración cercana al único equilibrio estable, calcule la frecuencia de pequeñas oscilaciones.

(c) Considere, por último, que el sistema es sumergido en un medio viscoso de manera tal que la masa inferior experimenta una fuerza del tipo $\vec{F} = -\gamma\vec{v}$, con $\gamma < \sqrt{mk}$, mientras que la superior se sigue moviendo libremente. Determine el movimiento (para pequeñas perturbaciones) que sigue el sistema en tal caso.

Indicación: Escriba la energía en aproximación de pequeñas oscilaciones y obtenga la ecuación de movimiento:

$$\frac{dE}{dt} = \vec{F}^{nc} \cdot \vec{v} \tag{1}$$

P3. (Ejercicio N^{o}6 - profesor Patricio Cordero - Otoño 2005)
Una partícula P de masa m se mueve sin roce sobre la superficie exterior de un cono de ángulo $\pi/4$. El sistema está muy lejos de la Tierra, no hay peso. P comienza su movimiento a distancia r_o del vértice superior, con velocidad perpendicular al eje Z y velocidad angular $\dot{\phi}(0) = \omega_o$. Aparte de la normal, hay una fuerza de atracción que el eje Z ejerce sobre la partícula. En coordenadas cilíndricas esta fuerza es

$$\vec{f} = -B\frac{\hat{\rho}}{\rho^2} \tag{2}$$

donde B es una constante conocida suficientemente grande para que, dadas las condiciones iniciales, P no pueda despegarse del cono.

(a) Encuentre la velocidad angular $\dot{\phi}$ de P en función de la coordenada esférica r.

(b) Determine si $\vec{f}$ es o no conservativa.

(c) Escriba la energía mecánica total en términos de $\dot{r}$ y r.

(d) ¿Existen soluciones en que la coordenada esférica r está acotada entre dos valores, r_{min} y r_{max}?