Fe de erratas - aux 7 de mayo

FI21A - Mecánica
Prof. Patricio Aceituno
Semestre Otoño 2007
por Kim Hauser

Concerniente a Equilibrio y Pequeñas Oscilaciones
Sea α la coordenada con la cual se describe un sistema (por ejemplo, α puede ser x, θ, et cétera) y denotamos por $\overline{\alpha}$ a un punto de equilibrio estable.
Para calcular los puntos de equilibrio se hace $\frac{dV(\alpha)}{d\alpha} = 0$.
Eso es correcto, pero proviene de que la fuerza debe ser cero. Es decir, lo riguroso es:

$$\vec{F}(\overline{\alpha}) = -\nabla V(\overline{\alpha}) = 0 \quad [escalarmente: \; F_x(\overline{\alpha}) = -\frac{dV(\overline{\alpha})}{dx} = 0] \tag{1}$$

Pero $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{z}$, y así, $F_x(\alpha) \neq -\frac{dV(\alpha)}{d\alpha}$.
Lo correcto es $F_x(\alpha) = -\frac{dV(\alpha)}{dx} = -\frac{dV(\alpha)}{d\alpha}\frac{d\alpha}{dx}$.
Por la costumbre de calcular $\frac{dV(\overline{\alpha})}{d\alpha} = 0$ para calcular los puntos de equilibrio, hoy en la clase escribí erróneamente: $c\ddot{\alpha} = F(\alpha) = -\frac{dV(\alpha)}{d\alpha}$.
A partir de esto re-señalo la receta a seguir para buscar la frecuencia de pequeñas oscilaciones.

- **A partir de la energía:** Al escribir la energía se obtendrá, para alguna constante c:

$$E = \frac{1}{2}c\dot{\alpha}^2 + V(\alpha)$$

  Entonces:

$$\omega_{p.o.} = \sqrt{\frac{\frac{d^2V(\overline{\alpha})}{d\alpha^2}}{c}}$$

- **A partir de la ecuación de movimiento:** Tienen la ecuación de movimiento $c\ddot{\alpha} = F(\alpha)$.
  Como son oscilaciones pequeñas, está bien aproximar por Taylor
  $F(\alpha) = \underbrace{F(\overline{\alpha})}_{=0} + F'(\overline{\alpha})(\alpha - \overline{\alpha})$.
  Entonces $c\ddot{\alpha} - F'(\overline{\alpha})(\alpha - \overline{\alpha}) = 0$. Como $\overline{\alpha}$ es punto de equilibrio estable, $F'(\overline{\alpha}) < 0$.
  Entonces:

$$\omega_{p.o.} = \sqrt{-\frac{F'(\overline{\alpha})}{c}}$$