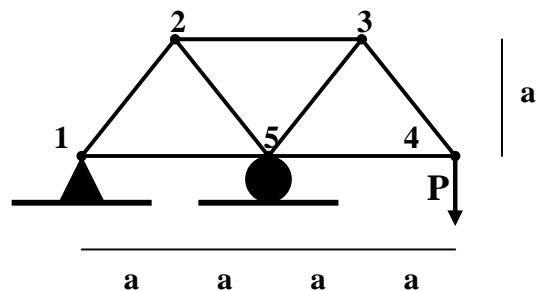


Pregunta N° 1

El material de la estructura de la figura es acero,
con un límite de fluencia de 2400 kg/cm^2
Los elementos de la estructura tienen
sección transversal circular de diámetro
" D_{i-j} " (i, j nudos de la barra).
Considerando únicamente las barras
traccionadas, se pide calcular la carga " P "
que se puede aplicar a la estructura con
un factor de seguridad $FS = 1,5$
Son datos:

$$\begin{aligned} D_{1-2} &= D_{3-4} = 3 \text{ cm} \\ D_{2-3} &= 4 \text{ cm} \end{aligned}$$

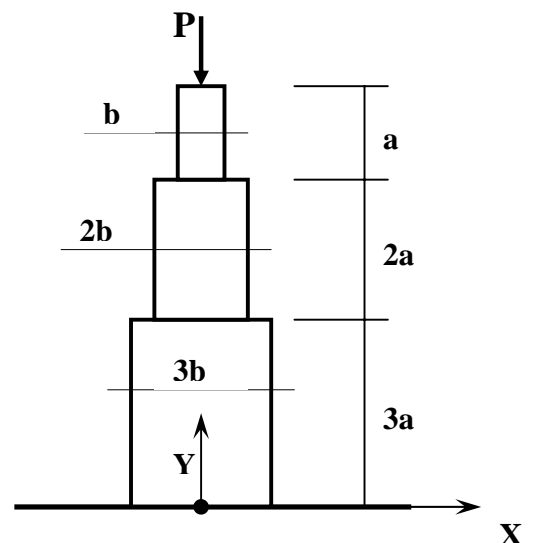


Pregunta N° 2

Al aplicarse la carga " P " = 20 ton,
el extremo superior de la columna de la
figura desciende 0,25 cm.
La columna tiene sección transversal
cuadrada.
Son datos:

$$\begin{aligned} "a" &= 100 \text{ cm} \\ "b" &= 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

El material está en rango linealmente
elástico.
Calcule el módulo de elasticidad del
material.
No considere el peso propio ni fenómenos
de pandeo.



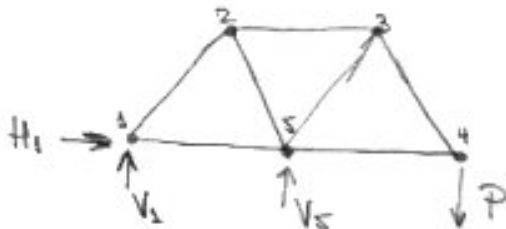
Pregunta N° 3

En la columna de la pregunta anterior, calcule el tensor de esfuerzos en el punto
de coordenadas :

$$\begin{aligned} X &= 5 \text{ cm} \\ Y &= 200 \text{ cm} \\ Z &= 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

Pr: Felipe Donoso Ojeda

P1



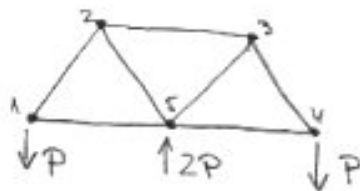
$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 &\Rightarrow H_1 = 0 \\ \sum F_y = 0 &\Rightarrow V_1 + V_5 - P = 0 \\ \sum M_2 = 0 &\Rightarrow 2a \cdot V_5 - 4a \cdot P = 0\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_5 = 2P}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_1 = -P}$$

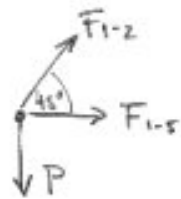
(1 pto): ecuaciones

\Rightarrow



Ahora, por método de los nodos:

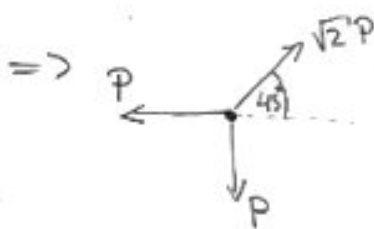
Node 1:



$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 &\Rightarrow F_{1-5} + F_{1-2} \cos 45^\circ = 0 \\ \sum F_y = 0 &\Rightarrow F_{1-2} \sin 45^\circ - P = 0 \\ &\Rightarrow \boxed{F_{1-2} = \sqrt{2} P}\end{aligned}$$

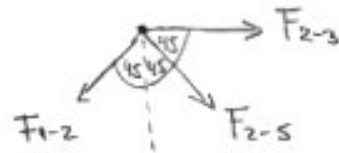
$$\Rightarrow F_{1-5} = -\sqrt{2} \cdot P \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\boxed{F_{1-5} = -P}$$



\Rightarrow la barra 1-5 está sometida a compresión ☹
y " " 1-2 " " " tracción ☺

modo 2 :



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{2-3} + F_{2-5} \cdot \cos 45^\circ - F_{1-2} \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$\Rightarrow F_{2-3} + F_{2-5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} P \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$F_{2-3} + F_{2-5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = P$$

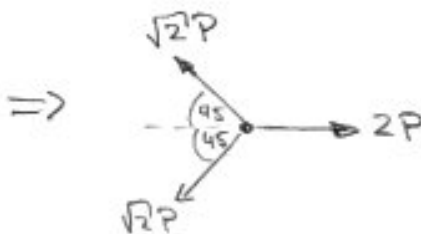
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -F_{1-2} \cdot \cos 45^\circ - F_{2-5} \cdot \cos 45^\circ = 0$$

$$F_{2-5} = -F_{1-2}$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{2-5} = -\sqrt{2} P}$$

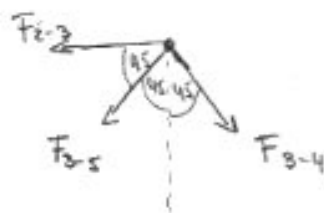
$$\Rightarrow F_{2-3} + \frac{-\sqrt{2} P \cdot \sqrt{2}}{2} = P$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{2-3} = 2P}$$



\Rightarrow la barra 2-3 está sometida a tracción 😊
 y " " 2-5 " " " " compresión ☹️

modo 3 :



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{3-4} \cdot \sin 45^\circ - F_{3-5} \cdot \sin 45^\circ - F_{2-3} = 0$$

$$\Rightarrow F_{3-4} - F_{3-5} = 2\sqrt{2} P$$

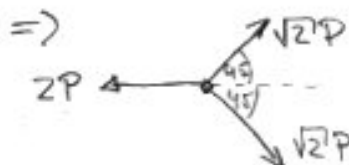
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -F_{3-4} \cdot \cos 45^\circ - F_{3-5} \cdot \cos 45^\circ = 0$$

$$F_{3-4} = -F_{3-5}$$

$$\Rightarrow 2 F_{3-4} = 2\sqrt{2} P$$

$$\boxed{F_{3-4} = \sqrt{2} P}$$

$$\boxed{F_{3-5} = -\sqrt{2} P}$$



\Rightarrow la barra 3-4 está sometida a tracción 😊
 y " " 3-5 " " " " compresión ☹️

modo 4 :

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -F_{3-4} \cdot \cos 45 - F_{4-5} = 0$$

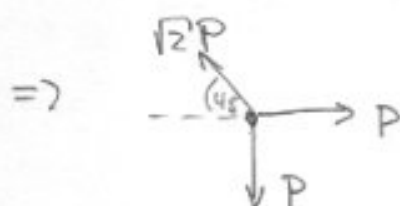
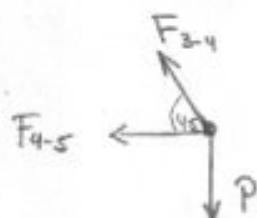
$$\Rightarrow F_{4-5} = -\sqrt{2} P \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\boxed{F_{4-5} = -P}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{3-4} \cdot \sin 45 - P = 0$$

$$\frac{\sqrt{2} P \cdot \sqrt{2}}{2} = P$$

$$P = P \quad \checkmark$$



(3ptos): 1pto por cada fuerza relevante encontrada: F_{1-2} , F_{2-3} , F_{3-4}

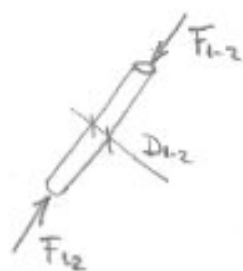
\Rightarrow la barra 4-5 está sometida a compresión. ☹

Demostremos que las barras que están sometidas a tracción son la barra (1-2), (2-3) y (3-4).

En estas barras calcularemos los esfuerzos a los cuales están sometidos:

barra (1-2):

$$\sigma = \frac{F}{A}$$



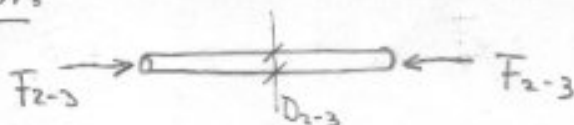
$$F_{1-2} = \sqrt{2} P$$

$$D_{1-2} = 3 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \sigma_{1-2} = \frac{\sqrt{2} P \cdot 4}{\pi \cdot 3^2}$$

$$\boxed{\sigma_{1-2} = 0,2 \cdot P}$$

barra (2-3):



$$\left. \begin{array}{l} F_{2-3} = 2P \\ D_{2-3} = 4 \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow \sigma_{2-3} = \frac{2P \cdot 4}{\pi \cdot 16}$$

$$\sigma_{2-3} = 0,16 P$$

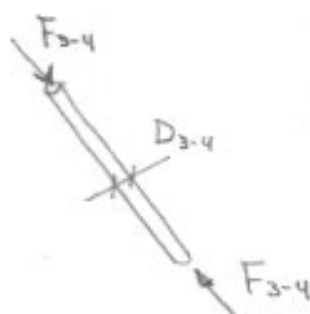
barra (3-4):

$$F_{3-4} = \sqrt{2} P$$

$$D_{3-4} = 3 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \sigma_{3-4} = \frac{\sqrt{2} P \cdot 4}{\pi \cdot 9}$$

$$\Rightarrow \sigma_{3-4} = 0,2 P$$



(pto): por encontrar los 3 esfuerzos

Por el enunciado, tomamos sólo en cuenta estos 3 esfuerzos: σ_{1-2} , σ_{2-3} y σ_{3-4}

Elegimos el mayor de los esfuerzos que actúa sobre las barras traccionadas, o sea, σ_{1-2} ó σ_{3-4} . Este valor tiene que igualarse al $\sigma_{\text{admisible}}$:

$$\sigma_{\text{admisible}} = \frac{\sigma_{\text{fluencia}}}{F.S.} \Rightarrow \sigma_{\text{adm.}} = \frac{2400 \text{ Kg/cm}^2}{1,5}$$

$$\sigma_{\text{adm}} = 1600 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\Rightarrow \sigma_{1-2} = \sigma_{\text{adm}}$$

$$\Rightarrow 0,2 P_{\text{max}} = 1600$$

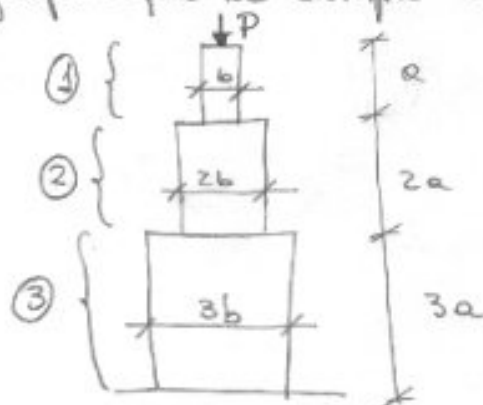
(pto): encontrar P_{max}

$$\Rightarrow P_{\text{max}} = 7997,2 \text{ Kg}$$

Carga máxima "P" que se puede aplicar en (H)

P2

El material está en el rango linealmente elástico significa que se cumple la ley de Hooke.



En el tramo ①: $\sigma_1 = \frac{P}{A_1} \wedge \sigma_1 = E \cdot \left(\frac{\Delta l_1}{l_1} \right)$

$$\Rightarrow \frac{P}{b^2} = E \cdot \frac{\Delta l_1}{a} \Rightarrow \boxed{\Delta l_1 = \frac{a \cdot P}{b^2 E}} \quad (1,5 \text{ pts})$$

En el tramo ②: $\sigma_2 = \frac{P}{A_2} \wedge \sigma_2 = E \cdot \left(\frac{\Delta l_2}{l_2} \right)$

$$\Rightarrow \frac{P}{4b^2} = E \cdot \frac{\Delta l_2}{2a} \Rightarrow \boxed{\Delta l_2 = \frac{a \cdot P}{2b^2 E}} \quad (1,5 \text{ pts})$$

En el tramo ③: $\sigma_3 = \frac{P}{A_3} \wedge \sigma_3 = E \cdot \left(\frac{\Delta l_3}{l_3} \right)$

$$\Rightarrow \frac{P}{9b^2} = E \cdot \frac{\Delta l_3}{3a} \Rightarrow \boxed{\Delta l_3 = \frac{a \cdot P}{3b^2 E}} \quad (1,5 \text{ pts})$$

El extremo superior de la columna baja 0,25 cm

2/2

$$\Rightarrow \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = 0,25$$

$$\frac{aP}{b^2E} + \frac{aP}{2b^2E} + \frac{aP}{3b^2E} = 0,25$$

$$\frac{aP}{b^2E} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = 0,25$$

$$\frac{aP}{b^2E} = \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{11}$$

$$\Rightarrow E = \frac{11 \cdot 4}{6} \cdot \frac{aP}{b^2}$$

$$E = \frac{11 \cdot 4}{6} \cdot \frac{100 \cdot 20000}{100}$$

$$E = 146667 \text{ Kg/cm}^2$$

módulo de elasticidad del material

$$\begin{aligned} a &= 100 \text{ cm} \\ b &= 10 \text{ cm} \\ P &= 20000 \text{ Kg} \end{aligned}$$

1,5 pts

P3]

En la coordenada (5, 200, 5) el único esfuerzo que actúa es el axial en "y".

$$\sigma_{yy} = \frac{P}{A_3} \Rightarrow \sigma_{yy} = \frac{20000}{9 \cdot 100} = 22,2 \text{ Kg/cm}^2$$

\Rightarrow El tensor de esfuerzos en (5, 200, 5) es:

$$\sigma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 22,2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$