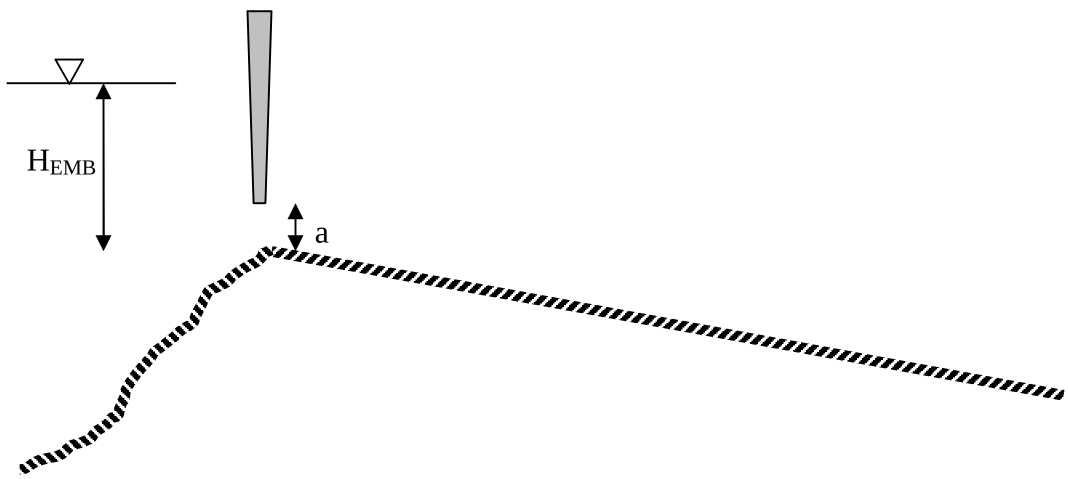
Primavera 2007
Aux.: Cristian Godoy
Sofia Mordojovich

AUXILIAR 6

P1 (Control 3 Otoño 2004)

Una compuerta controla el caudal de un canal de regadío rectangular, el que es alimentado desde un embalse, como se muestra en la figura. Se pide determinar las alturas de escurrimiento en los diferentes puntos de interés del problema. Considere que el canal es de gran longitud.

$H_{EMB} = 1.17$ [m]	$n = 0.014$
$a = 0.3$ [m]	$i = 0.00067$
$\mu = 0.6$	$b = 2$ [m]



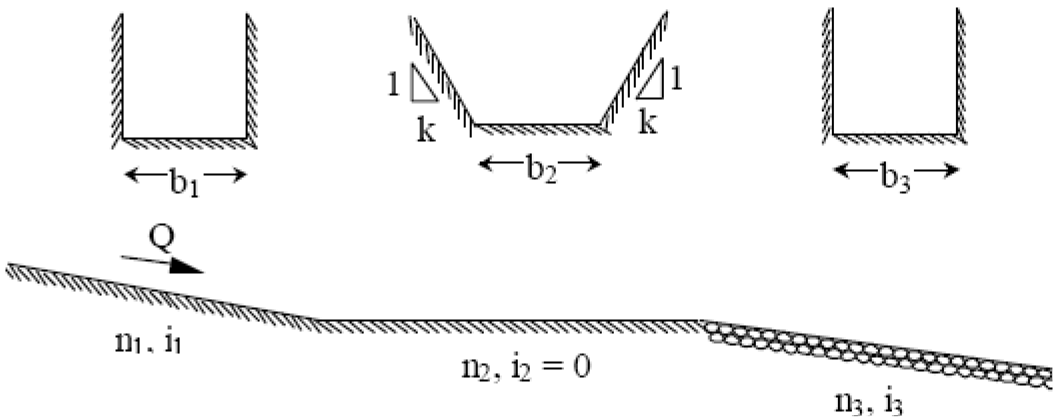
Nota: El problema original consiste en determinar los posibles ejes hidráulicos que se generan en el canal.

P2

En el canal de la figura se pide:

a) Para los datos indicados, clasificar la pendiente hidráulica de cada tramo.

b) Para las pendientes hidráulicas calculadas en a), esquematizar y clasificar los ejes hidráulicos físicamente posibles. (Esto no entra en el ejercicio de mañana, es solo para que estudien mas adelante).



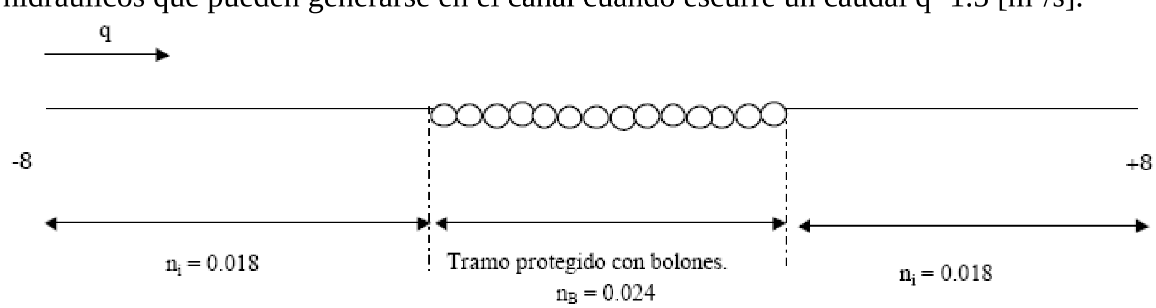
Indicación:

Desprecie las perdidas de energía en los cambios de sección. Suponga que las longitudes de los tramos son suficientemente grandes como para que los ejes hidráulicos se desarrollen completamente en ellos. Es decir, en ellos se alcanza altura normal.

Datos:	$Q = 3\ [m^3/s]$	$k = 1.5$	
	$i_1 = 0.008$	$i_2 = 0$	$i_3 = 0.01$
	$n_1 = 0.011$	$n_2 = 0.015$	$n_3 = 0.026$
	$b_1 = 2\ [m]$	$b_2 = 2.5\ [m]$	$b_3 = 2\ [m]$

P3

Un tramo de canal muy ancho de pendiente i=0.007 se protege con bolones como se esquematiza en la figura. Clasificar las pendientes. Determinar y dibujar los posibles ejes hidráulicos que pueden generarse en el canal cuando escurre un caudal q=1.5 [m^2/s].



P4

El canal de la figura, de sección rectangular de ancho b y pendiente I, revestido en hormigón con un coeficiente de Manning n, conduce un caudal Q en régimen permanente. En el canal existe una compuerta de abertura a1 y una grada de altura a2, ubicada hacia aguas abajo.

a) Calcule las alturas normal y crítica en este sistema. ¿Donde esperaría encontrar escurrimiento normal en el canal?

b) Calcule las alturas de escurrimiento en las secciones aguas arriba y aguas debajo de la compuerta, inmediatamente aguas arriba de la grada, sobre ella e inmediatamente aguas abajo, y las alturas conjugadas del o los posibles resaltos que ocurren en el sistema. Defina si los resaltos son ahogados, al pie o rechazados, y determine la perdida de energía asociada. Considere los siguientes casos:

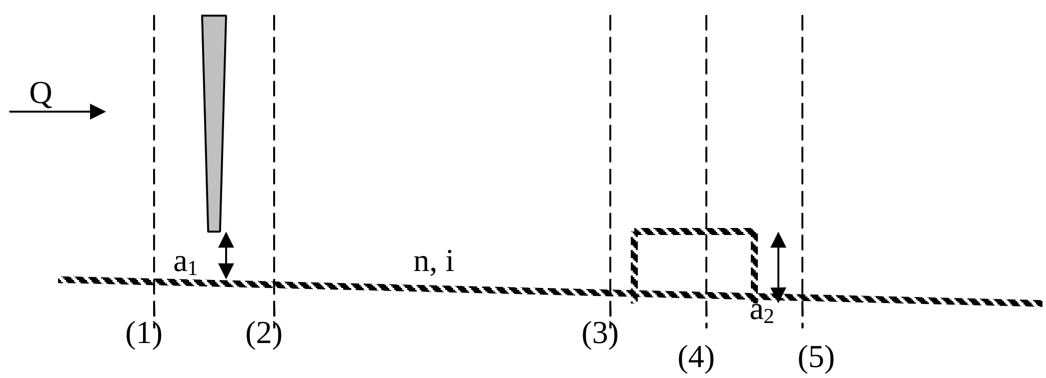
i) $a_2 = 0.35$ [m]

ii) $a_2 = 0.20$ [m]

Suponga que el tramo entre la compuerta ya la grada es suficientemente largo como para que se desarrolle completamente un resalto. Desprecie las perdidas singulares en la grada.

Datos:

$b = 2.5$ [m]	$i = 0.001$
$n = 0.017$	$Q = 3.0$ [m^3/s]
$a_1 = 0.4$ [m]	$\mu = 0.6$



SOLUCIÓN P1

La compuerta controla: $\mu a = 0{,}6 \cdot 0{,}3 = 0{,}18 \quad m$

$$H_{emb} = E_{\mu a} = 0{,}18 + \frac{q^2}{19{,}6 \cdot 0{,}18^2}$$

$$q = 0.793 \quad m^2/s$$

$$Q = 1.586 \quad m^3/s$$

Altura crítica: $h_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} \quad \Rightarrow \quad h_c = 0{,}4 \quad m$.

Altura normal: $\frac{Qn}{\sqrt{i}} = \Omega R^{2/3} \quad , \quad \Omega = bh_N \quad , \quad R = \frac{\Omega}{b + 2h_N} \quad \Rightarrow \quad h_N = 0{,}753 \quad m$

Luego, el canal es de pendiente suave ($h_N > h_C$).
Como el canal es muy largo, se considera que aguas abajo hay altura normal, correspondiente a un escurrimiento subcritico. La compuerta controla, es decir, impone escurrimiento supercritico aguas debajo de ella. Por lo tanto, existe un resalto entre ambas condiciones.

$$m_{\mu a} = \frac{1}{2}(\mu a)^2 + \frac{q^2}{g(\mu a)} = 0{,}373 \quad m^2$$

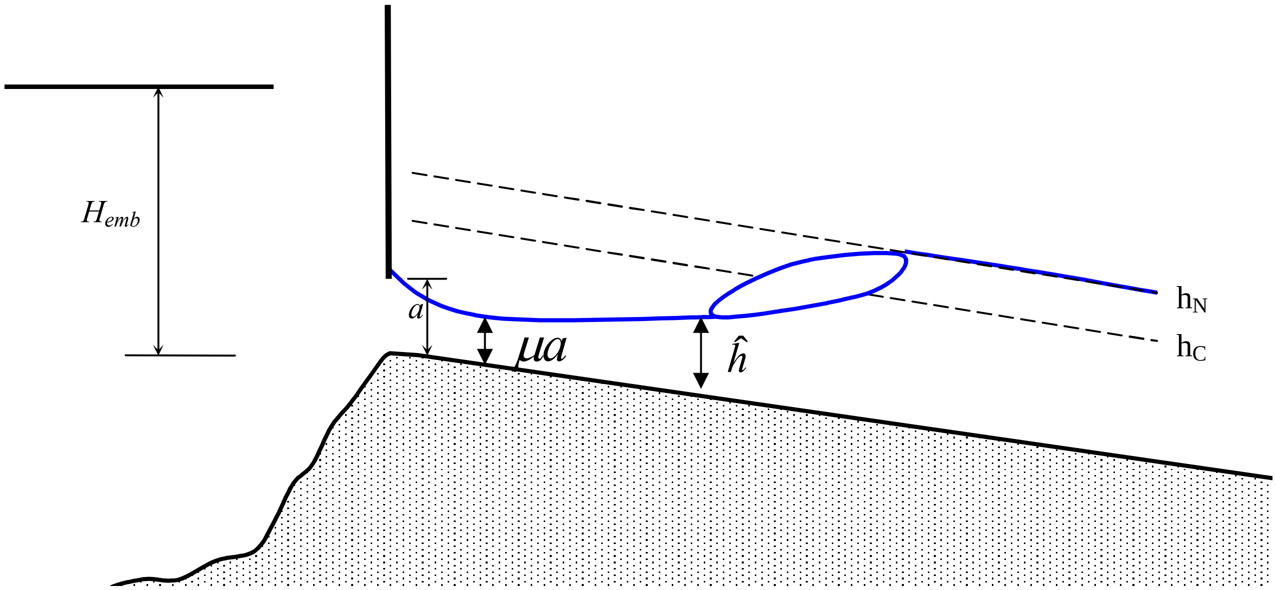
$$m_{h_N} = \frac{1}{2}h_N^2 + \frac{q^2}{gh_N} = 0{,}369 \quad m^2$$

Como $m_{\mu a} > m_{hN}$ el resalto es rechazado.
Calculemos la altura de escurrimiento justo antes del resalto (altura conjugada del resalto):

$$\frac{1}{2}\hat{h}^2 + \frac{q^2}{g\hat{h}} = 0{,}369 m^2$$

de donde: $\hat{h} = \begin{cases} 0.753 = h_N \\ 0.182 \end{cases}$

Escogemos la solucion supercritica, es decir 0.182 [m]


H_{emb}
a
μa
$\hat{h}$
h_N
h_C

SOLUCIÓN P2

a) • Tramo 1 : rectangular, $b = 2\,m$, $n_1 = 0{,}011$, $i_1 = 0{,}008$

Altura crítica : $h_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = 0{,}612\ m$

Altura normal : $\frac{Q \cdot n}{\sqrt{i}} = \Omega(h_n) \cdot Rh(h_n)^{2/3} = \frac{(b \cdot h_n)^{5/3}}{(b + 2h_n)^{2/3}} \Rightarrow h_n = 0{,}417\ m$

• Tramo 2 : trapecial, $b = 2{,}5\ m$, $k = 1{,}5$, $n_2 = 0{,}015$; $i_2 = 0$

Altura crítica : $Fr^2 = 1 \Rightarrow \frac{Q^2 \ell(h_c)}{g\,\Omega(h_c)^3} = 1 = \frac{Q^2 (b + 2kh_c)}{g\,(bh_c + kh_c^2)^3}$

$\Rightarrow h_c = 0{,}477\ m$

Altura normal : no está definida para $i = 0$

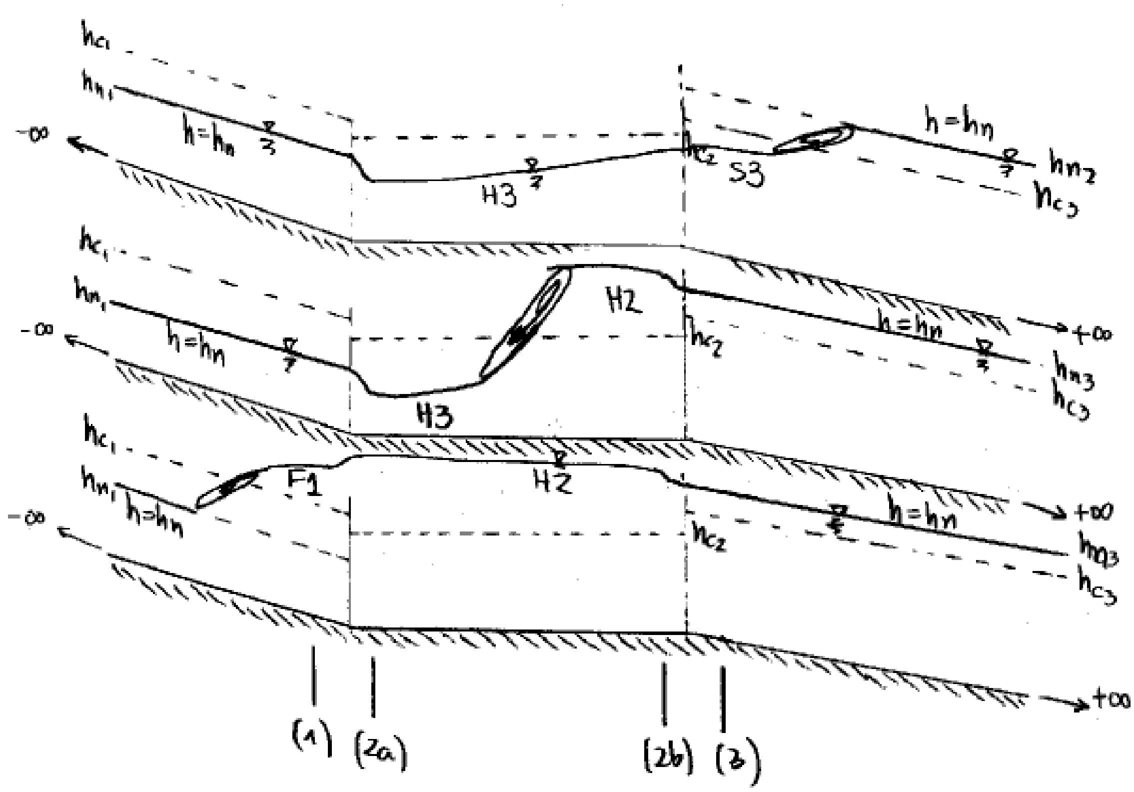
• Tramo 3 : rectangular, $b = 2m$, $n_3 = 0{,}026$; $i_3 = 0{,}010$

Altura crítica : $h_c = 0{,}612\ m$ $(= h_{c_1})$

Altura normal : $\frac{Q \cdot n}{\sqrt{i}} = \frac{(b\,h_n)^{5/3}}{(b + 2h_n)^{2/3}} \Rightarrow h_n = 0{,}703\ m$

Entonces: tramo 1 : $h_n < h_c \Rightarrow$ pendiente fuerte
tramo 2 : pendiente horizontal
tramo 3 : $h_c < h_n \Rightarrow$ pendiente suave

b) Según indicaciones, el escurrimiento se aproxima con altura normal desde aguas arriba y abajo. Como desde aguas arriba h_n corresponde a torrente, y desde abajo es río, ocurre un resalto; dependiendo de las momentas, el resalto ocurrirá en el tramo 1, 2 ó 3.



Cuando el resalto ocurre en el tramo 2 ó 3, se puede calcular la altura en la transición $1 \rightarrow 2a$.

$$h_1 = h_{n_1} = 0{,}417 \text{ m} \Rightarrow E_1 = 1{,}077 \text{ m}$$

$$E_1 = E_{2a} = h_{2a} + \frac{Q^2}{2g(b_2 h_{2a} + k h_{2a}^2)^2} \Rightarrow h_{2a} = 0{,}259 \text{ m}$$

(sol. supercrítica)

Cuando el resalto ocurre en el tramo 1 ó 2, se puede calcular la altura en la transición $2b \rightarrow 3$

$$h_3 = h_{n_3} = 0{,}703 \text{ m} \Rightarrow E_3 = 0{,}935 \text{ m}$$

$$E_3 = E_{2b} = h_{2b} + \frac{Q^2}{2g(b_2 h_{2b} + k h_{2b}^2)^2} \Rightarrow h_{2b} = 0{,}897 \text{ m}$$

(sol. subcrítica)

La ocurrencia del resalto en una sección u otra depende del eje hidráulico a desarrollarse, donde la altura depende de las propiedades de la sección, y las momentas dependen a su vez de estas alturas.

SOLUCIÓN P3

Altura crítica $h_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = 0{,}612 \ m$

Altura normal: $\frac{Q \cdot n}{\sqrt{i}} = \Omega \cdot Rh^{2/3}$

En canales muy anchos, el perimetro mojado $b + 2h$ se puede aproximar por $p_m \approx b$ $(b \gg 2h)$

$$\Rightarrow \frac{Q \cdot n}{\sqrt{i}} = (b \cdot h) \cdot \left(\frac{b \cdot h}{p_m}\right)^{2/3} = b \cdot h^{5/3} \quad ; \quad \frac{Q}{b} = q$$

$$\frac{q \cdot n}{\sqrt{i}} = h_n^{5/3}$$

tramo sin proteger: $n = 0{,}018$, $i = 0{,}007$

$$\Rightarrow h_n = \left(\frac{1{,}5 \cdot 0{,}018}{\sqrt{0{,}007}}\right)^{3/5} = 0{,}507 \ m < h_c$$

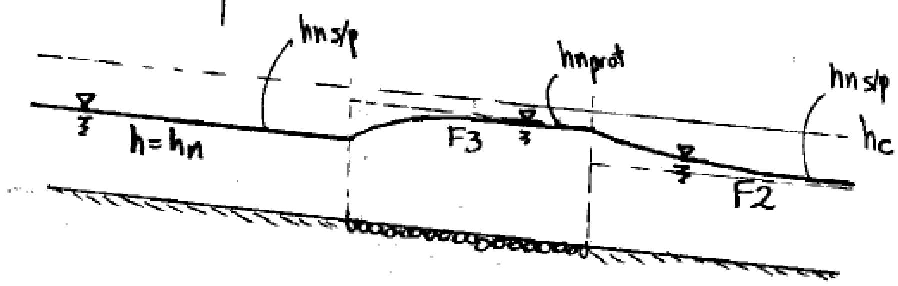
pendiente fuerte

tramo protegido: $n = 0{,}024$, $i = 0{,}007$

$$\Rightarrow h_n = \left(\frac{1{,}5 \cdot 0{,}026}{\sqrt{0{,}007}}\right)^{3/5} = 0{,}603 < h_c$$

pendiente fuerte

Eje hidraulico posible:



SOLUCION P4

a) Altura normal

$$\frac{Q\cdot n}{\sqrt{i}} = \Omega \, R_h^{2/3} \qquad \Omega = b\cdot h_n$$

$$R_h = \frac{\Omega}{P_m} = \frac{b\cdot h_n}{b+2h_n}$$

$$\Rightarrow \frac{Q\cdot n}{\sqrt{i}} = \frac{(b\cdot h_n)^{5/3}}{(b+2h_n)^{2/3}} \quad \Rightarrow \quad h_n = 0{,}967\,[m]$$

Altura critica

$$h_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} = 0{,}528\ m$$

$h_n > h_c$: escurrimiento normal corresponde a regimen subcritico
Se espera entonces encontrar escurrimiento normal en la sección de aguas abajo de la grada, influenciada desde aguas abajo

b) i) $a_2 = 0{,}35\ m$

Por lo expuesto en a), $h_5 = h_n = 0{,}967\ m$

Sin pérdidas, entre (4) y (5):

$$E_4 + a_2 = E_5 \quad \Rightarrow \quad E_4 = E_5 - a$$

$$E_5 = h_5 + \frac{q^2}{2g h_5^2} = 1{,}046\ m$$

$$\Rightarrow E_4 = 0{,}696\ m$$

Pero $E_c = \frac{3}{2} h_c = 0{,}792 > E_4$

⇒ Se debe imponer crisis en (4), con lo que se recalcula la altura en (5):

$$E_5 = E_4 + a_2 = E_c + a_2 = 1{,}142 \text{ m}$$

$$E_5 = h_5 + \frac{q^2}{2g h_5^2} = 1{,}142 \Rightarrow h_5 = \begin{cases} 1{,}079 \text{ m} & \times \\ 0{,}294 \text{ m} & \checkmark \end{cases}$$

$$M_5 = \frac{h_5^2}{2} + \frac{q^2}{g h_5} = 0{,}543 \text{ m}^2$$

$$M_6(h = h_n) = \frac{h_n^2}{2} + \frac{q^2}{g h_n} = 0{,}619 \text{ m}^2$$

$M_6(M_n) > M_5$ ⇒ aguas abajo de la grada hay un resalto ahogado.

Altura de presión en (5)

$$\frac{h'^2}{2} + \frac{q^2}{g h_5} = 0{,}619 \Rightarrow h' = 0{,}488 \text{ m}$$

Perdida de energía: $\left.\begin{array}{l} E_5 = 1{,}142 \\ E_n = 1{,}046 \end{array}\right\} \Lambda = 0{,}096 \text{ m}$

Entre (3) y (4):

$$E_3 = E_4 + a = E_c + a = 1{,}142 \text{ m}$$

$$h_3 + \frac{q^2}{2g h_3^2} = 1{,}142 \Rightarrow h_3 = \begin{cases} 1{,}079 \text{ m} & \checkmark \\ 0{,}294 \text{ m} & \times \end{cases}$$

En (2), la compuerta impone un escurrimiento supercrítico, entre (2) y (3) habrá un resalto. Supongamos que el resalto no es ahogado:

$$\Rightarrow h_2 = \mu \cdot a_1 = 0{,}24 \text{ m}$$

$$m(h_2) = \frac{(\mu \cdot a_1)^2}{2} + \frac{q^2}{g(\mu a_1)} = 0{,}641 \ m^2$$

$$m(h_3) = \frac{h_3^2}{2} + \frac{q^2}{g h_3} = 0{,}718 \ m^2$$

$m_3 > m_2 \Rightarrow$ resalto ahogado

Alturas conjugadas del resalto: $m = 0{,}718 \ m^2 \Rightarrow h = \begin{cases} 1{,}079 \ m \\ 0{,}211 \ m \end{cases}$

Cálculo del resalto ahogado:

$$m_3 = m_2 = \frac{h_2'^2}{2} + \frac{q^2}{g \mu a_1} \Rightarrow h_2' = 0{,}460 \ m$$

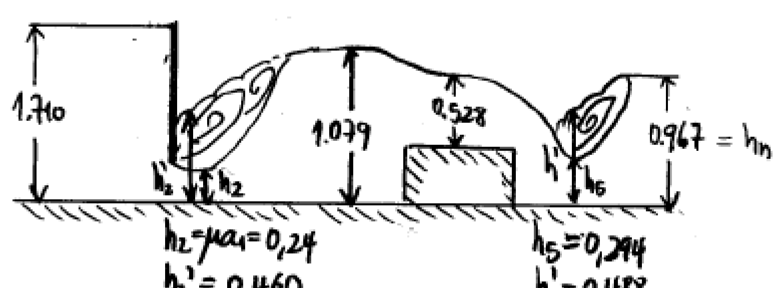
$$E_2 = h' + \frac{q^2}{g(\mu a_1)^2} = 1{,}735 \ m$$

Pérdida de energía del resalto: $\left. \begin{array}{l} E_2 = 1{,}735 \\ E_3 = 1{,}142 \end{array} \right\} \Delta = 0{,}593 \ m$

En la compuerta:

$$E_1 = E_2 = 1{,}735 = h_1 + \frac{q^2}{2g h_1^2} \Rightarrow h_1 = \begin{cases} 1{,}710 \ m \ ✓ \\ 0{,}220 \ m \ \times \end{cases}$$

Resumen:



ii) $a_2 = 0,20$ m

$$h_5 = h_n = 0,967 \text{ m} \Rightarrow E_5 = 1,046 \text{ m}$$

$$E_4 + a_2 = E_5 \Rightarrow E_4 = E_5 - a_2 = 0,846 > E_c = 0,792 \text{ m}$$

$\Rightarrow$ En este caso no se impone crisis sobre la grada, la energía es suficiente.

$$E_4 = h_4 + \frac{q^2}{2g h_4^2} = 0,846 \text{ m} \Rightarrow h_4 = \begin{cases} 0,693 \text{ m} & ✓ \\ 0,411 \text{ m} & \times \end{cases}$$

Aguas arriba de la grada:

$$E_3 = E_4 + a_2 = E_5 \Rightarrow h_3 = h_5 = 0,967 \text{ m}$$

Analizando el resalto entre (2) y (3):

Supongamos que no es ahogado:

$$h_2 = \mu \cdot a_1 = 0,240 \text{ m} \Rightarrow M_2 = 0,641 \text{ m}^2$$

$$M_3 = \frac{h_3^2}{2} + \frac{q^2}{g h_3} = 0,619 \text{ m}^2$$

$$M_2 > M_3 \Rightarrow \text{resalto rechazado}$$

A partir del punto de máxima contracción del flujo, el escurrimiento variará hasta alcanzar la altura conjugada asociada al nivel impuesto de aguas abajo.

Alturas conjugadas del resalto: $M = 0,619 \Rightarrow \begin{cases} h = 0,967 \text{ m} \\ h = 0,250 \text{ m} \end{cases}$

Pérdida de energía: $\left.\begin{aligned} & E_{Ag.\ arriba\ del\ resalto} = E(h=0{,}25) = 1{,}426\ m \\ & E_3 = 1{,}046\ m \end{aligned}\right\}\ \Delta = 0{,}380\ m$

En la compuerta:

$$E_1 = E_2 = \mu a_1 + \frac{q^2}{2g(\mu a_1)^2} = 1{,}516\ m$$

$$1{,}516 = h_1 + \frac{q^2}{2g h_1^2} \Rightarrow h_1 = \begin{cases} 1{,}483\ m & \checkmark \\ 0{,}240\ m & \times \end{cases}$$

Resumen: