



Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Curso: Conversión Electromecánica de la Energía
EL42C

Ejercicio 2

Cálculos en por unidad

Profesor: Jorge Romo L. joromo@ctcinternet.cl
Profesor Auxiliar: Carlos Suazo M. casuazo@ing.uchile.cl
10 de Septiembre de 2007
Tiempo: 1:30 hr.

Problema 1:

La figura muestra parte del Sistema Interconectado Central (SIC).

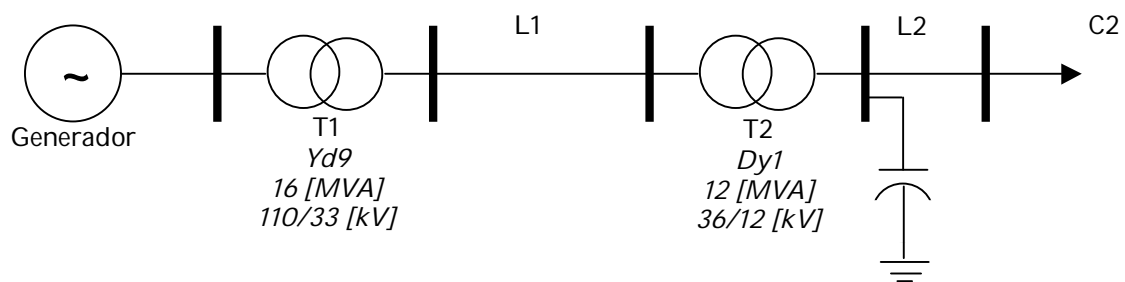


Figura 1: SEP trifásico propuesto

Datos:

Impedancia de línea 1: $L1=4 + j9$ [Ohms]

Impedancia de línea 2: $L2=1 + j3.5$ [Ohms]

Impedancia de transformador 1: $Z=0,01 + j0,06$ [°/1] (base propia)

Impedancia de transformador 2: Compuesta por 3 unidades monofásicas, midiéndose en el lado de alta tensión la siguiente impedancia para cada unidad:

$$Z=3 + j12 \text{ [Ohms]}$$

Consumo: $C2=8$ [MVA] $\cos \phi = 0,8$ inductivo.

Condensador: $C=8$ [MVar], 12 [kV] (originalmente abierto)

Trabajando en [°/1] base 100 [MVA] trifásico, se pide:

- Calcular la magnitud del voltaje en la barra de 110 KV, si el voltaje en la barra de distribución de 12 KV es de 90%.
- ¿Cuál es el ángulo del voltaje de la fase *a* de la fuente (barra de 110KV), con respecto al voltaje de la fase *a* del consumo (barra de 13,2 KV), si se incluye el efecto de la conexión (Yd9 y Dy1) de los transformadores?

- c) La Norma Técnica de Calidad y Seguridad de Suministro de Marzo del 2005 establece que en operación normal del sistema la tensión en las barras de voltaje nominal inferior a 200[kV] debe ser superior a 0.93 en valores por unidad.
- Si el consumo sube repentinamente a 10 [MVA] $\cos = 0,9$ inductivo y suponiendo que el costo de una central por subir su tensión es nulo y que regular tensión conectando el condensador tiene un costo asociado **no nulo** determine qué operación realizaría para mantener la tensión bajo norma sabiendo que el generador sólo puede mover su tensión en el rango de valores $[0.9 - 1.3] V_{nom}$. Calcule el estado final de operación del sistema, en cuanto a voltaje de la barra de carga, potencia de entrada, potencia de salida y estimación de pérdidas.
- d) Para la configuración final determinada en c) se pretende reducir el nivel de pérdidas a nivel del sistema de transmisión cambiando al doble la sección transversal de la línea L2. Este proyecto cuesta alrededor de \$100.000.000. Determine la conveniencia del proyecto considerando la operación determinada en c), que el KWh vale \$28 y que se desea recuperar el capital de la inversión en 1 año.

Se permite el uso de calculadora.

1:30 Tiempo de resolución.

Mucha Suerte!

Pauta Ejercicio

Tomando voltaje 12[KV] en la zona 3 y referenciando este, de izquierda a derecha los datos bases de cada zona son los siguientes:

Zona 1

$$V_B = 120[\text{KV}]$$

$$S_B = 100[\text{MVA}]$$

$$Z_B = \frac{V_B^2}{S_B} = 144[\Omega]$$

Zona 2

$$V_B = 36[\text{KV}]$$

$$S_B = 100[\text{MVA}]$$

$$Z_B = \frac{V_B^2}{S_B} = 12.96[\Omega]$$

Zona 3

$$V_B = 12[\text{KV}]$$

$$S_B = 100[\text{MVA}]$$

$$Z_B = \frac{V_B^2}{S_B} = 1.44[\Omega]$$

Ahora debemos referenciar todas impedancias a estas impedancias bases zonales:

$$Z_{L1} [^\circ/1] = \frac{(4 + j9)\Omega}{12.96[\Omega]} = 0.3086 + j0.6944 [^\circ/1]$$

$$Z_{L2} [^\circ/1] = \frac{(1 + j3.5)\Omega}{1.44\Omega} = 0.6944 + j2.4306 [^\circ/1]$$

Transformador 1

$$Z_{T1} [^\circ/1] = (0.01 + j0.06) \cdot \frac{110^2}{16} \cdot \frac{1}{144} = 0.0525 + j0.3151 [^\circ/1]$$

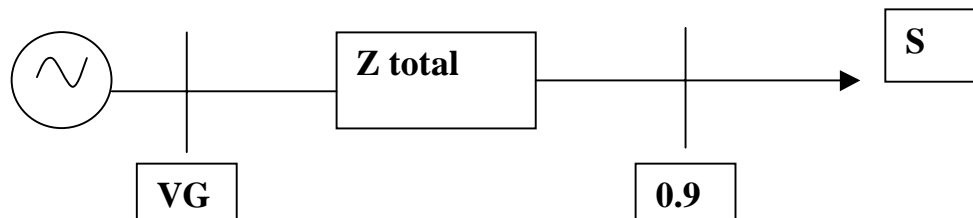
Transformador 2

$$Z_{T2} [^\circ/1] = \frac{1}{3} \frac{(3 + j12)}{12.96} = 0.0772 + j0.3086 [^\circ/1]$$

El Consumo

$$S = \frac{(8 \angle \cos^{-1} 0.8) [MVA]}{100 [MVA]} = 0.08 \angle 36.8699^\circ$$

Con lo cual el sistema queda reducido al siguiente esquema:



Como en la barra de distribución tenemos Voltaje y Potencia aparente consumida podemos calcular la corriente que solicita dicho consumo en esa barra:

$V \cdot I^* = S \Rightarrow I = \left(\frac{S}{V} \right)^*$, tomando como referencia el voltaje de la barra de distribución, tenemos que la corriente es:

$$I = 0.0889 \angle -36.8699^\circ$$

La impedancia total es:

$$Z_{TOTAL} = 1.1327 + j3.7487 [^\circ / 1]$$

Aplicando LVK, tenemos que:

$$V_G = Z_{TOTAL} \cdot I + 0.9 \angle 0$$

$$V_G = 1.1984 \angle 9.9074 [^\circ / 1]$$

En variable física

$$V_G = 1.1984 \angle 9.9074 [^\circ / 1] \cdot V_B = 1.1984 \angle 9.9074 [^\circ / 1] \cdot 120 [KV] = 143.808 \angle 9.9074 [KV]$$

b) El transformador 1 corresponde a un Yd9, lo que cual significa que el Voltaje fase neutro del lado de Alta Tensión (conexión estrella) adelanta al Voltaje fase neutro al de Baja Tensión (conexión delta) en un ángulo = $9 \cdot 30^\circ = 270^\circ$

El transformador 2 corresponde a un Dy1, lo que cual significa que el Voltaje fase neutro del lado de Alta Tensión (conexión delta) adelanta al Voltaje fase neutro al de Baja Tensión (conexión estrella) en un ángulo = $1 \cdot 30^\circ = 30^\circ$

Con lo cual el desfase entre el Voltaje de la Barra de distribución y de generación es 309.9074°

c) En este caso debemos ponernos en el peor de los casos dado que es el mínimo técnico, esto quiere decir que impondremos la cota inferior a lo estipulado por la Norma Técnica de Calidad 0.93 en por unidad en la zona de distribución.

Otro punto importante a considerar es la operación del generador que no debe sobrepasar 1.3 en Voltaje.

1.- Caso de Regulación con la Tensión del Generador.

$$S = \frac{(10 \angle \cos^{-1} 0.9) [MVA]}{100 [MVA]} = 0.1 \angle 25.8419^\circ$$

$$V \cdot I^* = S \Rightarrow I = \left(\frac{S}{V} \right)^*$$

$$I = 0.1075 \angle -25.8419^\circ$$

La impedancia total es:

$$Z_{TOTAL} = 1.1327 + j3.7487 [^\circ / 1]$$

Aplicando LVK, tenemos que:

$$V_G = Z_{TOTAL} \cdot I + 0.93 \angle 0$$

$$V_G = 1.25406 \angle 14.2933 [^\circ / 1]$$

En variable física

$$V_G = 1.25406 \angle 14.2933 [^\circ / 1] \cdot 120 [KV] = 150.4879 \angle 14.2933 [KV]$$

El anterior valor calculado anteriormente para el generador es muy superior, a su cota máxima ($1.3 \cdot V_n = 143 [KV]$).

Este parte inclusive con el calculo de la parte a) era posible determinar que no se podía, debido a que aumentamos el consumo, lo cual hace que la corriente aumente y por ende la caída de potencial en las impedancias de líneas y transformadores, además solicitamos un aumento del voltaje en el extremo de la distribución. Por lo tanto esta solución no es factible.

2.- Caso de Regulación de Tensión vía compensación de Reactivos.

- i) **Suponer consumos, como impedancias asociadas a voltaje nominal:**

Como en este caso el Voltaje Nominal coincide con el voltaje de la zona 3, no es necesario cambiarlo de base.

$$\text{Impedancia del Condensador} = \frac{1}{0.08j} = -12.5j [^\circ / 1]$$

$$\text{Impedancia del Consumo} = \frac{1}{0.1 \angle -25.8419} = 9 + 4.3589j [^\circ / 1]$$

La impedancia del Consumo esta en serie con la impedancia de la línea 2.

$$Z_1 = (9 + 4.3589j) + (0.6944 + 2.4306j) = 9.6944 + j6.7895 [^\circ / 1]$$

La impedancia anteriormente calculada esta en paralelo con el condensador, lo cual da una impedancia:

$$Z_2 = \frac{-12.5j \cdot (9.6944 + j6.7895)}{-12.5j + 9.6944 + j6.7895} = 11.9657 - j5.4516 [^\circ / 1]$$

Por último la impedancia total será, la impedancia anterior mas las impedancias de ambos transformadores y de la línea 1.

$$Z_T = (11.9657 - j5.4516) + (0.4383 + j1.3181) = 12.4040 - j4.1335 [^\circ / 1]$$

Como impusimos que el máximo permitido en voltaje al generador, la corriente asociada es:

$$I = \frac{1.1917 \angle 0}{12.4040 - j4.1335} = 0.0911 \angle 18.4301 [^\circ / 1]$$

El voltaje en el condensador es:

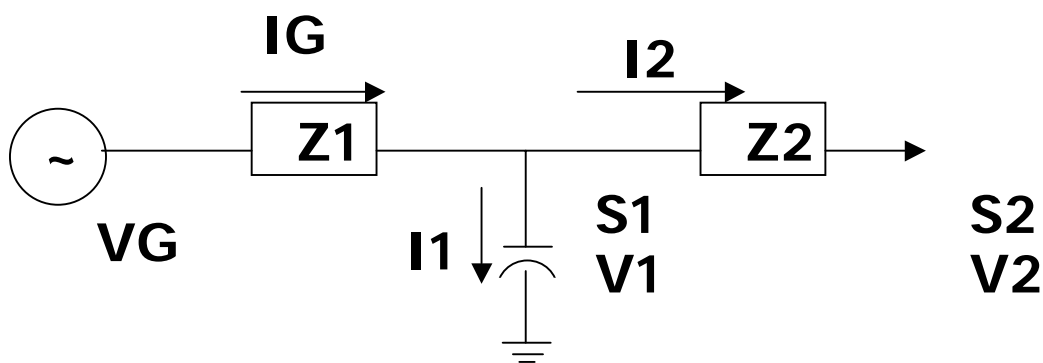
$$V_C = 1.1917 \angle 0 - (0.4383 + j1.3181) \cdot (0.0911 \angle 18.4301) = 1.1985 \angle -6.061 [^\circ / 1]$$

Se ve claramente que el intercalar un condensador aumenta el voltaje, inclusive sobre el valor del Voltaje de generación.

Por último el Voltaje en la barra de distribución es:

$$V_{DIST} = V_C \cdot \frac{\text{Impedancia}_{del_consumo}}{Z1} = 1.0126 \angle -15.2246$$

ii) Imponer ecuaciones de sistemas trifásicos



Donde:

**S₂ y V₂ corresponde al consumo y voltaje en la barra de distribución.
S₁ y V₁ corresponde al consumo y voltaje en la barra del condensador.
V_G corresponde al voltaje en los bornes del generador.**

Algunas Variables y Valores a considerar para plantear las ecuaciones.

$$V_g = 1.1917 \angle \varphi$$

$$Z_1 = 0.4383 + j1.3181$$

$$Z_2 = 0.6944 + j2.4306$$

$$V_1 = |V_1| \angle \gamma$$

$$S_1 = -0.08j$$

$$V_2 = |V_2| \angle 0$$

$$S_2 = 0.1 \angle 25.8419$$

$$(1) \quad I_2 = \left(\frac{S_2}{V_2} \right)^*$$

$$(2) \quad V_1 = I_2 Z_2 + V_2 \Rightarrow V_1 = \left(\frac{S_2}{V_2} \right)^* Z_2 + V_2 \quad (3)$$

$$(4) \quad I_1 = \left(\frac{S_1}{V_1} \right)^* = \frac{S_1^*}{V_1^*} \Rightarrow I_1 = \frac{S_1^*}{\left(\frac{S_2}{V_2} \right)^* Z_2 + V_2^*} \quad (5)$$

$$(6) \quad I_g = I_1 + I_2 = \frac{S_1^*}{\left(\frac{S_2}{V_2} \right)^* Z_2 + V_2^*} + \left(\frac{S_2}{V_2} \right)^*$$

$$(7) \quad V_g = Z_1 I_g + V_1$$

$$\Rightarrow V_g = Z_1 \left(\frac{S_1^*}{\left(\frac{S_2}{V_2} \right)^* Z_2 + V_2^*} + \left(\frac{S_2}{V_2} \right)^* \right) + V_1 \quad (8)$$

La ecuación (8) reemplazando los valores anteriormente definidos, tenemos que:

$$1.1917\angle\varphi = (0.4383 + j1.3181) \left(\frac{0.08j}{\frac{0.1\angle 25.8419}{|V_2|} \cdot (0.6944 - j2.4306) + |V_2|} + \frac{0.1\angle -25.8419}{|V_2|} \right) + \frac{0.1\angle -25.8419}{|V_2|} \cdot (0.6944 + j2.4306) + |V_2|$$

$$1.1917\angle\varphi = \frac{0.0969 + j0.0995}{|V_2|} + \left(\frac{0.08j|V_2|(0.1684 + V_2^2 + j0.1885)}{(0.1684 + |V_2|^2)^2 + 0.1885^2} \right) \cdot (0.4383 + j1.3181) + \frac{0.1684 + j0.1885}{|V_2|} + |V_2|$$

La ecuación anterior tiene como incógnitas φ y V_2

Separando en parte Real e Imaginaria esta ecuación se tiene:

Parte Real (A)

$$|V_2|1.1917\cos(\varphi) = 0.2653 + |V_2|^2 + \frac{|V_2|^2}{(0.1684 + |V_2|^2)^2 + 0.1885^2} (-0.1054 \cdot (0.1684 + |V_2|^2) - 0.00662)$$

Parte Imaginaria(B)

$$|V_2|1.1917\sin(\varphi) = 0.288 + \frac{|V_2|^2}{(0.1684 + |V_2|^2)^2 + 0.1885^2} (0.0351 \cdot (0.1684 + |V_2|^2) - 0.01987)$$

Elevando al cuadrado A y B, obtenemos una única ecuación de incógnita $|V_2|$. Con lo cual resolviendo esta ecuación se llega a los valores de nuestras incógnitas:

$$|V_2| = 0.97198 [^\circ/1]$$

$$\varphi = 10.9177^\circ$$

d) Las pérdidas en esta configuración se puede determinar como:

Resolviendo las ecuaciones anteriores tenemos que

$$I_2 = \left(\frac{S_2}{V_2} \right)^* = \frac{0.1 \angle -25.8419}{0.97198} = 0.1029 \angle -25.8419$$

$$V_1 = 1.1616 \angle 9.6116$$

$$I_1 = 0.0689 \angle 99.6116$$

$$I_g = 0.08432 \angle 15.8645$$

$$S_g = V_g \cdot I_g^* = (1.1917 \angle 15.1251) \cdot (0.08432 \angle -15.8645) = 0.1005 - 0.0013j \text{ [}^\circ/1\text{]}$$

Multiplicando por la base de 100 [MVA]

$$S_g = 10.0476 - 0.1297j \text{ [MVA]}$$

Las pérdidas de potencia son: $\Delta_{PI} = P_G - P_C = 10.0476 - 9 = 1.0476 \text{ [MW]}$

Para el caso de de aumentar la sección en la línea 2, la impedancia disminuye a la mitad.

$R = \frac{\rho L}{S}$, si S aumenta al doble, R disminuye a la mitad y suponemos que la reactancia también es inversamente proporcional a la sección transversal. Con lo cual la impedancia de la línea 2 es:

$$Z_2 = \frac{0.6944 + j2.4306}{2} = 0.3472 + j1.2153$$

Con este valor y los anteriores definidos en la parte c) debemos calcular nuevamente todas las variables:

$$I_2 = \frac{0.1 \angle -25.8419}{1.1017} = 0.0908 \angle -25.8419$$

$$V_1 = 1.1812 \angle 4.1542$$

$$I_1 = 0.0677 \angle 94.1542$$

$$I_g = 0.0817 \angle 19.9899$$

$$S_g = V_g \cdot I_g^* = (1.1917 \angle 9.6161) \cdot (0.0817 \angle -19.9899) = 0.0958 - j0.0175 \text{ [pu]}$$

Multiplicando por la base de 100 [MVA]

$$S_g = 9.577 - 1.7532j \text{ [MVA]}$$

Las pérdidas de potencia son: $\Delta_{P2} = P_G - P_C = 9.577 - 9 = 0.577 \text{ [MW]}$

La pérdida neta es: $\Delta_{P1} - \Delta_{P2} = 1.0476 - 0.577 = 0.4706 \text{ [MW]}$

El Ahorro en dinero sería:

$$Arr = 470.6 \text{ [KW]} \cdot 8760 \text{ [horas]} \cdot 28 \left[\frac{\$}{\text{KWhora}} \right] = \$115.428.768$$

Lo cual el ahorra de energía menos la inversión es positiva, por lo cual el capital de la inversión es recuperada en el primer año de funcionamiento.