



Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Eléctrica

Control 3

Profesores: Jorge Romo joromo@ctcinternet.cl

Alfredo Muñoz alfmunoz@uchile.cl

Profesor Auxiliar: Carlos Suazo M. casuazo@ing.uchile.cl

Ayudantes: José Carrasco, Carlos Mendoza, Christine Lozano, Lorenzo Reyes

5 de Noviembre de 2007

Tiempo: 1.5 horas

Pregunta 1:

Indique y justifique si es verdadera o falsa cada una de las siguientes afirmaciones:

- (i) Se tiene un motor de CC serie, cuya resistencia de armadura tiene un valor igual a la mitad de la resistencia de campo. Si se hace partir con una resistencia externa, de valor igual a la resistencia del enrollado de campo, y conectada en paralelo con dicho enrollado, el torque de partida aumenta más de 3 veces respecto al caso de hacerlo partir con la misma resistencia externa conectada en serie con el campo.

Respuesta: Con resistencia ext. en serie el torque de partida es:

$$T_p' = GV^2 / (R_{ex} + R_a + R_f)^2 = GV^2 / (R_f + R_f/2 + R_f)^2 = \mathbf{(4/25) \cdot (GV^2 / R_f^2)} \quad (1)$$

Con resistencia en paralelo con el campo, la corriente por la armadura, con $\omega = 0$, es:

$$I_a = V / (R_{ex} // R_f + R_a) = V / (R_f/2 + R_f/2) = V/R_f$$

Y la corriente por el enrollado de campo es $I_f = I_a/2$. Luego, el torque de partida es:

$$T_p'' = G I_f \cdot I_a = \mathbf{(1/2) \cdot (GV^2 / R_f^2)} \quad (2)$$

Luego, de (1) y (2):

$$T_p'' / T_p' = 3,125$$

Luego, **la afirmación es verdadera.**

- (ii) Para un motor en conexión serie, se obtiene exactamente la misma curva de **torque medio versus velocidad**, ya sea que se alimente con voltaje continuo V_o o con voltaje alterno de valor efectivo V_o .

Respuesta: Con V_o continuo:

$$T_{cc} = G I^2 = GV_o^2 / (R_a + R_f + G\omega)^2$$

Con voltaje alterno de valor efectivo V_o , el torque medio $\langle T_{ca} \rangle$ es el valor medio de:

$$T_{ca}(t) = G i^2(t).$$

Y como $i(t)$ es alterna sinusoidal, el valor medio de $i^2(t)$ es $1/2 I_{max}^2$, siendo I_{max} el valor máximo de la corriente, $I_{max} = \sqrt{2} \cdot I$. Luego:

$$\langle T_{ca} \rangle = G I^2$$

Por otra parte, el valor efectivo de la corriente se obtiene del circuito, considerando ahora además las reactancias de los enrollados:

$$I = V_0 / [(R_a + R_f + G\omega)^2 + (X_a + X_f)^2]^{1/2} .$$

Así, finalmente:

$$\langle T_{ca} \rangle = G V_0^2 / [(R_a + R_f + G\omega)^2 + (X_a + X_f)^2]$$

Así, debido a las reactancias, en CA el torque es levemente menor que en CC, para una misma velocidad.

Luego, **la afirmación es falsa.**

- (iii) En general, puede afirmarse que en un motor shunt, un reóstato en serie con la armadura constituye un control de velocidad en el rango de velocidades bajas (menores o igual a la nominal); y un reóstato en serie con el enrollado de campo constituye un control de velocidad en el rango de velocidades altas (mayores o igual a la nominal).

Respuesta: Sean R' el reóstato en serie con el campo y R'' el reóstato en serie con la armadura. Luego:

$$T_m = G I_f \cdot I_a = G \cdot [V / (R_f + R')] \cdot [V - G\omega V / (R_f + R')] / [R_a + R'']$$

Control con R' , dejando $R'' = cte.$

Torque de partida:

$$T_p = G \cdot [V / (R_f + R')] \cdot V / [R_a + R''] = G \cdot V^2 / [(R_f + R') \cdot (R_a + R'')]$$

Luego, es decreciente con un aumento de R' .

Velocidad en vacío:

$$\omega_0 = (R_f + R') / G$$

Es creciente con un aumento de R' .

Luego, si el torque resistente es bajo o nulo, aumentar R' puede aumentar considerablemente la velocidad.

Control con R'' , dejando $R' = cte.$

Torque de partida:

$$T_p = G \cdot V^2 / [(R_f + R') \cdot (R_a + R'')]$$

Luego el torque de partida es decreciente con un aumento de R'' .

Velocidad en vacío:

$$\omega_0 = (R_f + R') / G$$

Es constante, independiente del valor de R'' .

Luego, al aumentar R'' disminuirá la velocidad a valores menores que ω_0 .

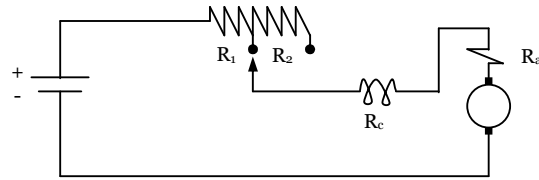
Finalmente, **la afirmación es verdadera**, especialmente si el torque resistente es bajo.

Pregunta 2:

Para una aplicación industrial, se empleará un motor de CC serie para accionar un “revolvedor” que requiere operar a 800 rpm y a 1200 rpm. El motor tiene una resistencia de armadura de 0,2 Ohm y una resistencia del enrollado de campo de 0,4 Ohm. La inductancia rotacional es decreciente con la corriente I del motor, en la forma: $G = 0,2 / (1 + 0,04 \cdot I)$ [H].

Si la fuente de voltaje es de 220 Volts continuos y el torque resistente de la carga mecánica (revolvedor) es $T_R = 5 + 0,0716 \omega$ [Nm], con $\omega =$ velocidad del eje [rad/s], se pide:

- a) Diseñar un reóstato de 2 posiciones como el de la figura, para lograr las 2 velocidades requeridas.

**Respuesta:****Para $\omega = 800$ rpm = 83,8 r/s:**

El torque medio es:

$$T_m = G I^2 = 5 + 0,0716 \cdot 83,3 = 11 \text{ Nm}$$

Así:

$$[0,2/(1 + 0,04 \cdot I)] \cdot I^2 = 11$$

De donde $I = 8,6$ A y por lo tanto $G = 0,2/(1 + 0,04 \cdot I) = 1,49$ HAhora, como $I = V/(R' + R_a + R_f + G\omega)$, entonces:

$$8,6 = 220/(R' + 0,2 + 0,4 + 0,149 \cdot 83,8)$$

Entonces: **$R' = 12,5$ Ohm.****Para $\omega = 1200$ rpm = 125,7 r/s:**

El torque medio es:

$$T_m = G I^2 = 5 + 0,0716 \cdot 125,7 = 14 \text{ Nm}$$

Así:

$$[0,2/(1 + 0,04 \cdot I)] \cdot I^2 = 14$$

De donde $I = 9,9$ A y por lo tanto $G = 0,2/(1 + 0,04 \cdot I) = 1,43$ HAhora, como $I = V/(R'' + R_a + R_f + G\omega)$, entonces:

$$9,9 = 220/(R'' + 0,2 + 0,4 + 0,143 \cdot 125,7)$$

Entonces: **$R'' = 3,65$ Ohm.**Luego: **$R_1 = R'' = 3,65$ Ohm; $R_2 = R' - R'' = 8,85$ Ohm.**

- b) Calcule el costo anual que significa tener operando este sistema, durante 6 hrs/día a 800 rpm y 4 hrs/día a 1200 rpm, con un precio de \$40/KWh.

Respuesta:

La energía diaria resulta ser:

$$E = 220 \cdot 8,6 \cdot 6 + 220 \cdot 9,9 \cdot 4 = 20.064 \text{ [Wh/día]}$$

Por lo que el costo por año es:

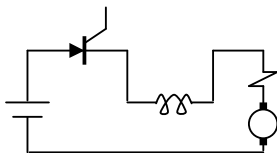
$$\text{Costo} = 20,064 \cdot 40 \cdot 365 = \text{\$}292.934,4 \text{ [año].}$$

- c) Explique cómo operaría el motor, controlando su velocidad con un sistema electrónico tipo chopper. ¿Cuánto sería el ahorro anual por consumo de energía si el sistema reostático se cambia por un control tipo chopper? (asuma que el chopper tiene pérdidas despreciables).

Respuesta:**Para que $\omega = 800$ rpm**Según (a) la corriente promedio debe ser $I = 8,6$ A, así si V_m es el voltaje promedio en el motor:

$$V_m / (0,6 + 0,149 \cdot 83,8) = 8,6$$

De donde se obtiene que el chopper debe reducir los 220V a:



$$V_m = 112,5V$$

Para que $\omega = 1200$ rpm

Según (a) la corriente promedio debe ser $I = 9,9$ A. Así si V_m es el voltaje promedio en el motor:

$$V_m / (0,6 + 0,143 \cdot 125,7) =$$

De donde se obtiene que el chopper debe reducir los 220V a $V_m = 183,9V$

Finalmente la nueva energía diaria: $E' = 112,5 \cdot 8,6 \cdot 6 + 183,9 \cdot 9,9 \cdot 4 = 13.087,44$ Wh/día, obteniéndose que

$$\text{Costo}' = 13,087 \cdot 40 \cdot 365 = 191.070,2 \text{ [$/año]}$$

Por lo cual el ahorro es de **101.864,2 [\$/año]**

Pregunta 3:

Un tranvía dispone de 2 motores de CC serie, idénticos, acoplados al mismo eje. Los datos de placa de cada motor son: 60HP, 600V, 80 A y 1335 rpm; y las resistencias de sus enrollados son $R_{armadura} = 0,1$ Ohm, $R_{campo} = 0,4$ Ohm.

El torque resistente que opone el tranvía y su carga en el eje de los motores, depende de la velocidad del mismo, ω [rad/s], en la forma $T_R = 12 + 2,2 \omega$ [Nm].

La velocidad u del tranvía es proporcional a la velocidad angular ω de los motores, siendo:

$$u/\omega = 50[\text{Km/h}] / 1000[\text{rpm}]$$

- a) Calcule la inductancia rotacional y el rendimiento nominal de cada motor a partir de sus datos de placa.

Respuesta: Se tiene que el Torque nominal: $T_m = P_m / \omega$. Pero $P_m = 60 \cdot 746 = 44760$ W y $\omega = 2 \cdot \pi \cdot 1335 / 60 = 139,8$ r/s. Se obtiene que: $T_m = 320,17$ Nm.

Luego, como $T_m = G I^2$, se tiene que:

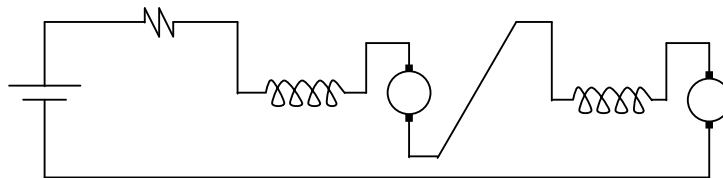
$$320,17 = G 80^2$$

$$G = 0,05 \text{ H.}$$

Finalmente:

$$\text{Rendimiento} = P_m / (VI) = 44760 / (600 \cdot 80) = 93,25\%$$

- b) A la partida, los dos motores se conectan en serie entre sí y se agrega una resistencia serie adicional, de modo de limitar la corriente de partida a 2,5 veces la corriente nominal. ¿A qué velocidad viaja el tranvía en régimen permanente, si esta resistencia se mantiene conectada y los motores continúan conectados en serie entre sí?



En este caso:

$$I_{partida} = 600 / [2(0,1 + 0,4) + R] = 2,5 \cdot 80$$

De lo cual se obtiene que:

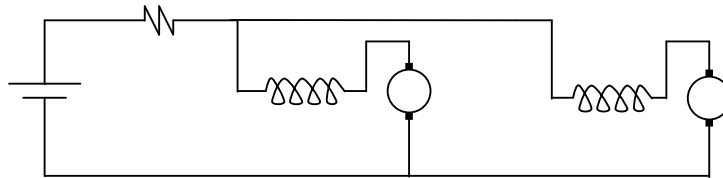
$$\mathbf{R = 2\ Ohm.}$$

Luego, en régimen permanente $T_m = T_r$

$$2G I^2 = 12 + 2,2\omega, \text{ con } I = V/[2 \cdot (R_a + R_f + G\omega) + R].$$

Reemplazando valores: $\omega = 96,6\ \text{r/s} = 922,5\ \text{rpm}$ y $u = \mathbf{46,1\ Km/h.}$

- c) Estando el tren en régimen permanente en la condición anterior, la conexión entre los dos motores se cambia de serie a paralelo, manteniendo la resistencia adicional.
- ¿Qué corriente circula por los enrollados de los motores inmediatamente después del cambio de conexión?
 - ¿A qué velocidad de régimen permanente viajaría ahora el tren?



En este caso:

$$V = R \cdot I + (R_a + R_f + G\omega) \cdot I/2$$

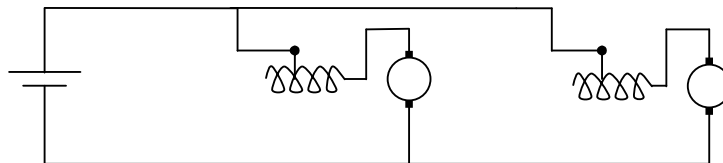
Y como inmediatamente después del cambio aún $\omega = 96,6\ \text{r/s}$, se obtiene que $I = 128,6\ \text{A}$; o sea, $I_{\text{motor}} = I/2 = \mathbf{64,3\ A.}$

Luego en régimen permanente: $T_m = T_r$

$$2 \cdot G (I/2)^2 = 12 + 2,2\omega, \text{ con } I = V / [R + (R_a + R_f + G\omega)/2].$$

Reemplazando valores: $\omega = 130\ \text{r/s} = 1241\ \text{rpm}$ y $u = \mathbf{62\ Km/h.}$

- d) Si se cortocircuita la resistencia externa y se ocupa sólo un 60% de las vueltas del enrollado de campo en ambos motores, ¿a qué velocidad viajaría el tren en régimen permanente?



Con 60% de N_{campo} , como R_f y G son proporcionales a N_{campo} , $R'_f = 0,24\ \text{Ohm}$ y $G' = 0,03\ \text{H.}$

En régimen permanente: $T_m = T_r$

$$2G' I^2 = 12 + 2,2\omega, \text{ con } I = V / (R_a + R'_f + G'\omega).$$

Reemplazando valores: $\omega = 212,4\ \text{r/s} = 2028,3\ \text{rpm}$ y $u = \mathbf{101,4\ Km/h.}$