

Sistemas Dinámicos

Examen

Profs: Felipe Barra y René Rojas

Tiempo: 3 horas

Problema 1: Transmisión y Reflexión

Considere una cuerda de densidad lineal σ y tensión τ . A un punto de esta cuerda está adherido un corcho de masa m y densidad ρ que está sumergido en un líquido de densidad ρ_0 . Este corcho tiene un movimiento vertical solamente y está en equilibrio cuando la cuerda está perfectamente horizontal. Además, la tensión de la cuerda es lo suficientemente grande como para despreciar los efectos de la gravedad sobre la cuerda.

- a) Encuentre los coeficientes de transmisión y reflexión.¹
- b) Analice el coeficiente de transmisión como función de la frecuencia $T(\omega)$ (grafique y comente).

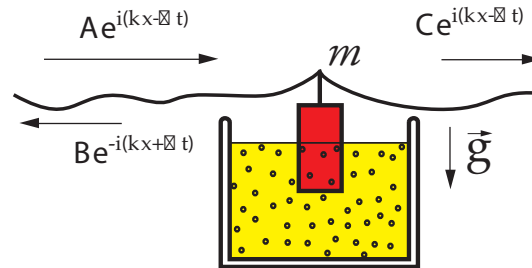


Figure 1: problemas 1

¹Recuerde el principio de Arquímedes: "todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje vertical y hacia arriba igual al peso de fluido desalojado."

Problema 2 : Fuerzas Centrales

Una masa puntual m , que yace sobre un plano, está conectada a un punto fijo en el plano O a través de un resorte de constante elástica k y largo natural cero.

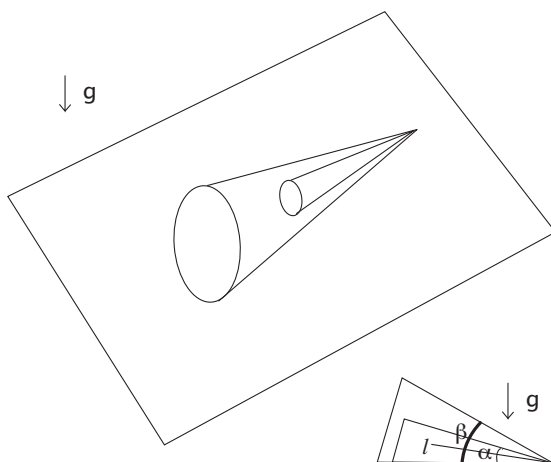


Figure 2: problemas 2

- a) Encuentre el Lagrangiano del sistema.
- b) Encuentre las cantidades conservadas y construya el potencial efectivo. Grafíquelo.
- c) Obtenga los puntos de equilibrio del potencial efectivo y estudie las pequeñas oscilaciones en torno a estos puntos, dando las frecuencias propias de oscilación. Dibuje la órbita que hace la partícula en el plano.

Problema 3 :

Considere un cono de ángulo α que rueda sin resbalar al interior de una superficie cónica de ángulo β como se muestra en la figura. Suponga que el centro de masa se encuentra a una distancia l de la punta del cono y que los momentos de inercia con respecto al centro de masa $I_1 = I_2$ e I_3 son dados.



- a) Escriba la energía cinética del sistema.
- b) Considere la energía gravitacional, escriba el Lagrangiano y calcule la frecuencia de oscilación del cono en torno a su posición de equilibrio.