

Sistemas Dinámicos

Control 3

Prof: René Rojas C.

Tiempo: 3 horas

Problema 1: Oscilaciones Pequeñas

Un disco de radio a y masa M , con su centro fijo, puede girar libremente¹ y en su borde tiene unido un péndulo de largo l y masa m .

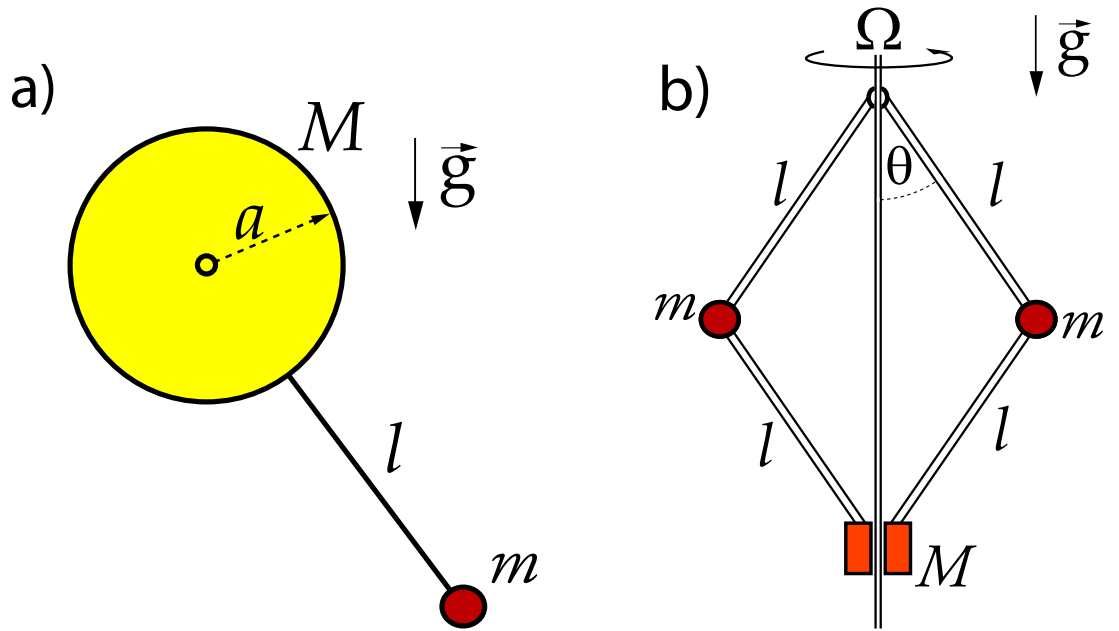


Figure 1: a) problema 1 y b) problema 2

- Escriba el Lagrangiano del sistema.
- Obtenga el lagrangiano aproximado de pequeñas oscilaciones.
- Encuentre las matrices \mathbf{M} y \mathbf{K} .
- Para $M = 4m$ y $l = 2a$, calcule las frecuencias propias del sistema.
- Determine los modos normales y descríbalos cualitativamente .

¹El momento de inercia del disco es: $I = \frac{1}{2}Ma^2$.

Problema 2 : Regulador Centrífugo

El sistema descrito por la figura 1b consta de cuatro barras articuladas de masas despreciables y de longitudes iguales l , que giran en torno a un eje vertical con velocidad angular Ω constante. El cuerpo de masa M puede deslizarse sin rozamiento a lo largo del eje vertical. Las esferas ubicadas en las articulaciones, fuera del eje vertical, son iguales y de masa m .

- Escriba el Lagrangiano del sistema.
- Encuentre los puntos de equilibrio y analícelos ².
- Obtenga los lagrangianos aproximados de pequeñas oscilaciones en torno a los puntos de equilibrio estable y dé su frecuencia de oscilación .

Problema 3 : Sistema de Péndulos

Tres péndulos, de igual masa m e igual largo l , que oscilan en planos perpendiculares al eje horizontal que los une, están acoplados entre sí por resortes de torsión iguales y de constante k .

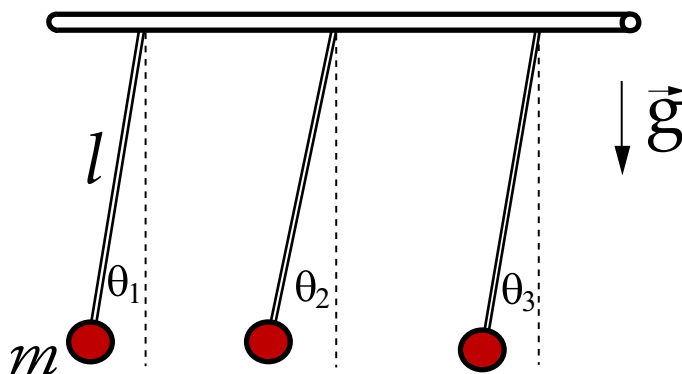


Figure 2: problema 3

- Escriba el Lagrangiano del sistema.
- Encuentre las matrices \mathbf{M} y \mathbf{K} .
- Calcule las frecuencias propias del sistema.
- Determine los modos normales y descríbalos cualitativamente .

²Estudie la estabilidad, vea si hay algún punto de bifurcación, si es así, haga el diagrama de bifurcación y explique, brevemente, que está pasando con el sistema.