

Clase Auxiliar N° 5
Economía Aplicada a la Gestión
Bimestre Julio-Agosto 2007

Pregunta 1

Una viejita busca ayuda para cruzar la calle. Se necesita sólo una persona para ayudarlo, si más personas le ayudan está bien pero no es mejor que la situación en que sólo una le ayuda. A y B son las dos personas más próximas a ella y deben decidir simultáneamente si ayudarla o no. A y B obtienen una utilidad de 3 si cualquiera de los dos ayuda a la señora. Pero el que la ayuda incurre en un costo de 1. Escriba la matriz de pagos de este juego. Encuentre el equilibrio de Nash.

En este juego los dos jugadores A y B tienen dos estrategias de ayudar (AY) o no ayudar (NAY) a la viejita. Para representar el juego en forma normal se construye la matriz con los pagos correspondientes a cada uno de los estados.

- En el caso que A y B ayudan ambos obtienen una utilidad de 3 pero incurren en un costo de 1 por lo que los pagos serán (2,2)*
- En el caso que A ayuda y B no ayuda, ambos obtienen una utilidad de 3 ya que la viejita fue ayudada. Pero sólo A incurre en el costo de ayudar. Luego los pagos son (2,3)*
- El caso que A no ayuda y B ayuda es análogo al anterior y los pagos son (3,2)*
- En el caso que ninguno ayuda los pagos son (0,0) ya que ninguno obtiene utilidad ni incurre en costo.*

		A	
		AY	NAY
B	AY	2,2	<u>2,3</u>
	NAY	<u>3,2</u>	0,0

Los equilibrios de Nash son dos: (NAY,AY) y (AY,NAY).

Pregunta 2

Considere el siguiente Juego:

	I	C	D
A	3,2	4,0	1,1
M	2,0	3,3	0,0
B	1,1	0,2	2,3

- Elimine iterativamente todas las estrategias estrictamente dominadas
- Plantee los supuestos de racionalidad/información correspondientes a dicha eliminación.
- ¿Cuáles son las estrategias racionales?
- Encuentre todos los equilibrios de Nash. (no olvide las estrategias mixtas)

a) Para el jugador 1, A domina estrictamente a M, así es que

	I	C	D
A	3,2	4,0	1,1
B	1,1	0,2	2,3

Ahora, D domina estrictamente a C, así es que

	I	D
A	3,2	1,1
B	1,1	2,3

b) Para la primera eliminación, asumimos que J-1 es racional (luego, nunca jugará una estrategia estrictamente dominada). Para la segunda eliminación, asumimos que J-2 es racional, que él sabe que J-1 es racional, y que conoce los pagos de J-1.

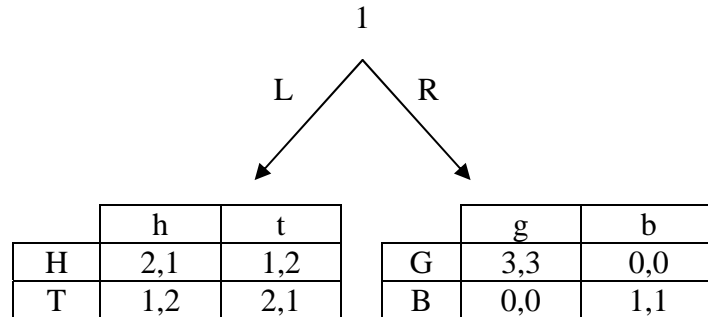
c) $\{A, B\}$ para J-1 y $\{I, D\}$ para J-2

d) Eq. Nash en estrategias puras: (A,I) y (B,D)

Eq. Nash en est. mixtas: $\sigma_1(A)=2/3$; $\sigma_1(B)=1/3$; $\sigma_2(I)=1/3$; $\sigma_2(D)=2/3$.

Pregunta 3

Use argumentos de inducción hacia atrás para predecir el resultado del siguiente juego, donde el jugador 1 elige primero entre los dos subjuegos de movimiento simultáneo. Base su argumentación en supuestos de racionalidad.



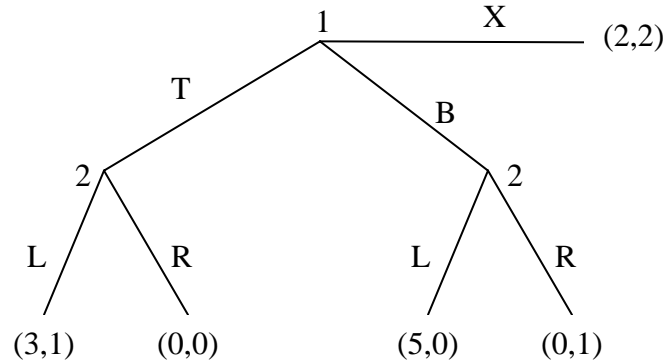
- *Asumamos que el jugador 2 es secuencialmente racional*
- *Y que tiene la firme creencia en la racionalidad secuencial de 1.*
- *Entonces, si el jugador 1 juega 1 en el nodo de inicio,*
- *Entonces el jugador 2 debe desechar la posibilidad de que el jugador 1 pretenda jugar B en el siguiente subjuego;*
- *Porque esto llevaría a un pago de a lo más 1 al jugador 1, mientras que eligiendo L y luego la estrategia mixta $1/2H + 1/2 T$, podría tener un pago esperado de $1 \frac{1}{2}$ (sin importar la estrategia del jugador 2)*
- *Si el jugador 1 no juega B en el subjuego, i.e. si el jugador 1 juega G, entonces el jugador 2 debiese jugar g.*

- *Ahora, asumamos que el jugador 1 es secuencialmente racional, y tiene la firme creencia en las suposiciones hechas previamente en este problema.*
- *Entonces, el jugador 1 sabe que jugando R, obtendrá un pago de 3, que es más que el pago esperado jugando L.*
- *Luego, si el jugador 1 es secuencialmente racional, jugará R en el nodo inicial.*

- *Luego, si sumimos que ambos jugadores son secuencialmente racionales,*
- *y que el jugador 2 tiene la fuerte creencia (correcta) en la racionalidad secuencial de 1*
- *y que el jugador 1 tiene la fuerte creencia (correcta) en estos supuestos, entonces*
- *podemos predecir que en este juego el jugador 1 juega en primer lugar R, y que luego 1 juega G y 2 juega g.*

Pregunta 4

Considere el siguiente juego en forma extendida:



- (a) Encuentre la forma normal del juego
 (b) Encuentre todos los equilibrios de Nash en estrategias puras.
 (c) Cuáles de estos equilibrios son perfectos en el subjuego?

(a)

El jugador 1 tiene tres estrategias {X, T, B}

El jugador 2 tiene cuatro estrategias

- *LL = L si J-1 juega T; L si J-1 juega B*
- *LR = L si J-1 juega T; R si J-1 juega B*
- *RL = R si J-1 juega T; L si J-1 juega B*
- *RR = R si J-1 juega T; R si J-1 juega B*

Luego, la forma normal para este juego será:

	<i>LL</i>	<i>LR</i>	<i>RL</i>	<i>RR</i>
<i>X</i>	2,2	2,2	2,2	2,2
<i>T</i>	3,1	3,1	0,0	0,0
<i>B</i>	5,0	0,1	5,0	0,1

(b)

Eq. Nash: (X, RR); (T, LR)

(c) *(T,LR) es SGPerfect, (X,RR) no, pues 2 no jugaría R si 1 jugase T.*

Pregunta 5

Encuentre todos los equilibrios de Nash en el siguiente juego:

	L	M	R
T	1,0	0,1	5,0
B	0,2	2,1	1,0

Por inspección: no hay Eq. de Nash en estrategias puras para este juego.

Hay un equilibrio en estrategias mixtas:

- *R está estrictamente dominado para J-2, por lo que éste le asignará 0 probabilidad.*
- *Sean p y q las probabilidades de equilibrio para T y L, respectivamente.*
- *Entonces, las probabilidades para B y M son $(1-p)$ y $(1-q)$, respectivamente.*
- *Si J-1 juega T, entonces su pago esperado es $q*1+(1-q)*0=q$.*
- *Si J-1 juega B, entonces su pago esperado es $q*0+(1-q)*2=2(1-q)$.*
- *Ya que J-1 asigna probabilidades positivas a T y B, debe estar indiferente entre ambas, por lo que $q=2(1-q) \rightarrow q=2/3$*
- *Similarmente: $1=2(1-p) \rightarrow p=1/2$*
- *$\sigma_1(T)=1/2; \sigma_1(B)=1/2; \sigma_2(L)=2/3; \sigma_2(M)=1/3; \sigma_2(R)=0$*

Pregunta 6

Encuentre todas las estrategias puras que son consistentes con el conocimiento común de racionalidad en el siguiente juego.

	L	M	R
T	1,1	0,4	2,2
M	2,4	2,1	1,2
B	1,0	0,1	0,2

Respuesta

J-1 es racional. M domina estrictamente a B → no jugará B.

	L	M	R
T	1,1	0,4	2,2
M	2,4	2,1	1,2
B			

J-2 es racional, y sabe que J-1 es racional → sabe que no jugará B. Dado esto, la estrategia mixta que asigna pbb. $\frac{1}{2}$ a L y M domina estrictamente a R, por lo que no jugará R.

	L	M	R
T	1,1	0,4	
M	2,4	2,1	
B			

Dado que J-1 sabe que J-2 es racional, y que sabe que J-1 es racional, sabe que no jugará R. dado esto, M domina estrictamente a T, y como J-1 es racional, no jugará T.

	L	M	R
T			
M	2,4	2,1	
B			

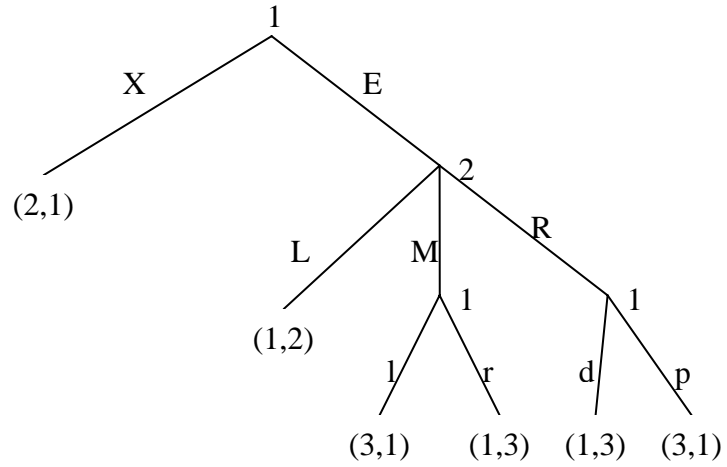
Dado que el jugador 2 sabe que el jugador 1 es racional, y que el jugador 1 sabe que el jugador 2 es racional, y sabe que el jugador 1 sabe que el jugador 2 es racional, sabe que J-1 no jugará T o B, por lo que J-2 no jugará M, que es estrictamente dominada por L.

	L	M	R
T			
M	2,4	2,1	
B			

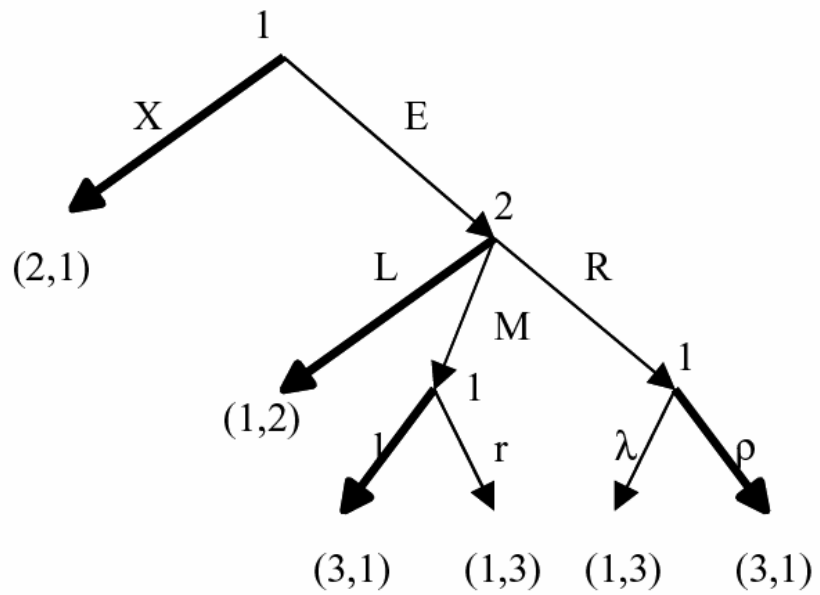
Luego, la única estrategia que es consistente con conocimiento común de racionalidad es M para J-1 y L para J-2.

Pregunta 7

Considere el siguiente juego en su forma extendida



a) Usando Inducción hacia atrás, encuentre el equilibrio del juego.



b) Represente el juego en su forma normal.

1\2	L	M	R
Xl λ	2,1	2,1	2,1
Xl ρ	2,1	2,1	2,1
Xr λ	2,1	2,1	2,1
Xr ρ	2,1	2,1	2,1
El λ	1,2	3,1	1,3
El ρ	1,2	3,1	3,1
Er λ	1,2	1,3	1,3
Er ρ	1,2	1,3	3,1

c) Encuentre el equilibrio de Nash en estrategias puras.

1\2	L	M	R
Xl λ	2,1	2,1	2,1
Xl ρ	2,1	2,1	2,1
Xr λ	2,1	2,1	2,1
Xr ρ	2,1	2,1	2,1
El λ	1,2	3,1	1,3
El ρ	1,2	3,1	3,1
Er λ	1,2	1,3	1,3
Er ρ	1,2	1,3	3,1

Los equilibrios de Nash son (Xld, L), (Xlp, L), (Xrd, L), (Xrp, L)