

## Auxiliar Extra Pre Control Funciones y Relaciones

**Profesor:** Leonardo Sánchez C.  
**Profesor Aux.:** Hernán Figueroa V.

---

### P1.

- (a) Sea  $f : A \rightarrow B$  una función. Demuestre que  $f$  es inyectiva  $\Leftrightarrow \exists g : B \rightarrow A/g \circ f = id_A$ .  
(b) Sea  $f : A \rightarrow B$  una función. Se define:

$$\begin{aligned} F : P(A) &\rightarrow P(B) \\ \chi &\rightarrow F(\chi) \\ F(\chi) &= \{f(x)/x \in \chi\} \end{aligned}$$

Demuestre que  $f$  es sobreyectiva  $\Leftrightarrow F$  es sobreyectiva.

### P2.

Sea  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  una función con la propiedad siguiente:  $f(n + m) = f(n) + f(m)$  para cada par de enteros  $n$  y  $m$ .

- (a) Se define la relación  $R$  en  $\mathbb{Z}$  por:  $n R m \Leftrightarrow f(n) = f(m)$ . probar que  $R$  es una relación de equivalencia.  
(b) Probar que  $f(0) = 0$ .  
(c) Probar que  $f(-m) = -f(m)$  para cada  $m \in \mathbb{Z}$ .  
(d) Pruebe que  $f$  es inyectiva sí y solo sí  $f^{-1}(\{0\}) = \{0\}$ .

Sean  $E_1$  y  $E_2$  dos conjuntos no vacíos y  $R_1$  y  $R_2$  relaciones de orden definidas en  $E_1$  y  $E_2$  respectivamente.

(a) Demuestre que  $R$  definida en  $E_1 \times E_2$  por:

$(x, y)R(u, v) \Leftrightarrow [xR_1u \wedge yR_2v]$  es relación de orden en  $E_1 \times E_2$ .

(b) Si  $|E_1| \geq 2$  y  $|E_2| \geq 2$  y  $R_1, R_2$  son relaciones de orden total, pruebe que  $R$  es solo de orden parcial.