

# Auxiliar número uno MA34B

Profesor: Alexis Peña

Auxiliar: Diego Díaz Espinoza

## **Temario:**

Propiedades deseables de un estimador.

Sesgo

ECM

Eficiencia relativa

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE PRIMER NIVEL

=====

Respecto al sesgo:

### CONOCIMIENTO:

Identificar las componentes del sesgo (Esperanza, parámetro estimado, parámetro real).

Respecto al ECC:

### CONOCIMIENTO:

Identifica las componentes del ECM (sesgo, varianza, propiedades de la varianza)

### COMPRENSIÓN:

Interpreta el sentido del ECM ( medida del error del estimador, sentido de la diferencia de cuadrados entre valor real y estimado )

Contraste con el sesgo ( sesgo muestra la capacidad del estimador ECM mide grado de exactitud)

Eficiencia Relativa:

CONOCIMIENTO:

Identifica la eficiencia relativa como herramienta para comparar estimadores.

COMPRENSIÓN:

Diferenciar sesgo, ECM y eficiencia relativa.

# Propiedades deseables para un estimador

- Sesgo
- Error Cuadrático Medio (ECM)
- Eficiencia Relativa

# 1. Sesgo

**Definición:** Un estimador es insesgado si la esperanza del estimador es igual al valor del parámetro.

¿Esperanza?

**Recuerdo:**

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(x) f_x(x) dx$$

$$E(x) = \sum_{-\infty}^{+\infty} H(x_i) p(x_i)$$

$f_x(x)$  = Función densidad para variable aleatoria  $x$ .

$H(x)$  = Función de  $x$ .

$p(x_i)$  = Función probabilidad de variable aleatoria  $x$ .

$H(x_i)$  = Función de  $x$ .

**Uso:**  $sesgo = E(\hat{\theta}) - \theta$

**Ejemplo, sea:**  $\bar{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$   
 $x_i \rightarrow N(\mu, \sigma)$

1)

$$\hat{\mu} = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

2)

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n+1}$$

**Sesgo asintótico?**

## 2 Error Cuadrático Medio (ECM)

**Definición:** Diferencia cuadrática entre el estimador y el verdadero valor del parámetro. Medida de la calidad de la estimación (calidad del estimador).

**Uso:**  $ECM(\hat{\theta}) = E[(\hat{\theta} - \theta)^2]$

Desarrollando...

$$ECM(\hat{\theta}) = Var(\hat{\theta}) + sesgo(\hat{\theta}^2)$$



¿Varianza?

**Recuerdo:**  $Var(X) = E[(X - E(X))^2]$

Desarrollando...

$$Var(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

Propiedades importantes:

$$Var(x) \geq 0$$

$$Var(c) = 0$$

$$Var(x + y) = Var(x) + Var(y) + Cov(x, y)$$

$$Cov(x, y) = E(xy) - E(x)E(y)$$

# Ejemplos:

1)

$$\hat{\mu} = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

2)

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n+1}$$

### 3. Eficiencia Relativa

**Definición:** Sea dos estimadores insesgados (diferentes) se define la eficiencia relativa como la varianza del primero sobre la varianza del segundo. Sirve para comparar estimadores.

**Uso:**

$$ef(\hat{\theta}, \tilde{\theta}) = \frac{Var(\hat{\theta})}{Var(\tilde{\theta})}$$

*$\hat{\theta}$  es más eficiente que  $\tilde{\theta}$  si  $Var(\hat{\theta}) < Var(\tilde{\theta})$*

## Ejemplo:

1)  $\bar{X} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$   
 $x_i \sim U(0, \theta)$

s

## Solución:

- 1.- Calcular f. verosimilitud.
- 2.- Calcular estadístico suficiente.
- 3.- Calcular f. acumulada.?
- 4.- Calcular E?
- 5.- Calcular Var?
- 6.- Comparar con  $\tilde{\theta} = \frac{n+1}{n} \text{Max}(x_i)$