

Auxiliar número tres MA34B

Profesor: Alexis Peña

Auxiliar: Diego Díaz Espinoza

Temario:

Ejercicio (Análisis de caso con nota, 45 minutos.)

Ejercicio resuelto en pizarra (resto de la clase)

Objetivos de aprendizaje

- **Aplicación.** (aplicar frente a un problema particular algún método de estimación puntual, analizar el método mediante propiedades deseables de un estimador; sesgo, eficiencia, etc.). Puntos claves a aplicar: Encontrar distribuciones de una función de variables aleatorias a partir de distribuciones conocidas de las variables componentes, encontrar estimadores suficientes, transformar estimadores sesgados a insesgados, cálculo de esperanzas y varianzas generalizadas ().
- Gráficos Box Plot, frecuencias, conocimiento de media y mediana; en general estudio de los laboratorios del curso (trabajo personal, no serán repasados los contenidos de los laboratorios en auxiliares).

Estudio de caso

(Ejercicio número uno, 45 minutos)

El Servicio Nacional de Salud (SNS) está estudiando la cantidad de bacterias en un local del rubro alimentación en la capital. La idea es que, una vez extraída una muestra de comida, determinar si tiene o no alguna bacteria del tipo E. Coli. Se sabe que este tipo de bacterias se reproduce una vez por cada 40 minutos. Aunque la distribución debiera considerarse como discreta, en la práctica se considera como continua, dado que no todas las bacterias se reproducen al mismo tiempo. La muestra se examina cada 13 horas. Las cantidades de E. Coli encontradas en cada medición son las siguientes.

Tiempo [x 13 Horas]	EMPIRICOS [miles]
0	0
0,5	0
1	0,07
1,5	0,34
2	0,5
2,5	0,75
3	1,1
3,5	1,2
4	1,67
4,5	2,2
5	2,7

Se pide:

1.- Graficar los datos Empíricos $t=\{1,2,3,4,5\}$.

2.- Suponga una distribución de datos:

$$f(x/\theta, \alpha) = \frac{(\alpha+1)x^\alpha}{\theta^{\alpha+1}}$$

Grafique los mismos 5 datos, pero ahora teóricos usando $0 < x < \theta$ $\alpha=2$ (superponga)

3.- Estime θ

4.- Sabiendo que: $E[T^k] = \frac{\theta^k (n\alpha + n)}{n\alpha + n + k}$ $k=1, \dots, n$

si $T \sim \text{Max}(x_i)$

construya un estimador $\hat{\theta}$ insesgado para θ

5.- Compare ambos estimadores.

Ejercicio Resuelto en pizarra

I) Sea la muestra aleatoria:

$$X = (X_1, \dots, X_n), \quad X_i \sim f(x/\alpha) = \frac{2}{\alpha} x e^{-\frac{x^2}{\alpha}}, \quad x > 0, \quad \alpha > 0$$

Conocida como Rayleigh.

- 1.- Graficar para una muestra de $n=100$.
- 2.- Demostrar que X^2 se distribuye exponencial de media α .
- 3.- Encontrar una estadística suficiente T para α .
- 4.- Determinar la distribución de T .
- 5.- ¿ Para qué determinamos la distribución de T ? Comente con sus compañeros.

II) La duración de una bombilla sigue una distribución $N(1200h, 100 h^2)$

1.- Calcule el tamaño mínimo de una muestra aleatoria simple para que la media empírica \bar{x} no difiera del verdadero valor en más de 0.7h con una probabilidad del 95% (Hint: use la distribución de \bar{x} y $P(\|\bar{x} - \mu\| \leq 0.7) = 0.95$)

2.- Se tomó una muestra de 20 bombillas cuyas duraciones son:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1188	1178	1210	1195	1203	1202	1200	1190	1191	1196
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1188	1189	1215	1201	1188	1200	1189	1187	1197	1210

Construya un gráfico de la función distribución empírica de los valores muestrales.

3.- Para estudiar la dispersión de la distribución teórica, se definen:

El valor de X tal que $P(x \leq Q_1) = 1/4$

El valor de X tal que $P(x \leq Q_1) = 1/2$

El valor de X tal que $P(x \leq Q_1) = 3/4$