

Capítulo 12

Flujo en Canales Abiertos

La característica principal que diferencia el flujo en un canal abierto del flujo en un ducto cerrado es que en el canal existe una superficie libre la cual se encuentra a una presión constante. Por ejemplo, la presión sobre la superficie del agua en un río se encuentra sometida a la presión atmosférica y esta presión es constante a lo largo del río. La implicancia fundamental de esta característica es que el movimiento del fluido se origina en el peso del fluido (fuerza gravitatoria) y no la existencia o no de una diferencia de presiones, como es el caso de un ducto cerrado. La distribución de presiones en un canal abierto es por lo general hidroestática, es decir, depende solo de la profundidad del fluido. Las otras fuerzas de importancia en el estudio de canales abiertos, son la fuerza de inercia y la fuerza originada por la fricción.

Además de las clasificaciones vistas anteriormente como laminar, turbulento, etc., la existencia de una superficie libre permite clasificar los flujos en canales abiertos de acuerdo a la forma en que varía su profundidad (y) a lo largo del canal (x). Un flujo se dirá uniforme si la profundidad del flujo no varía a lo largo del canal, es decir, si $dy/dx = 0$, y no-uniforme si la profundidad varía a lo largo del canal, es decir, si $dy/dx \neq 0$. Los flujos no uniformes se dividen además en flujos que varían rápidamente, $dy/dx \simeq 1$ y flujos que varían lenta o gradualmente, $dy/dx \ll 1$.

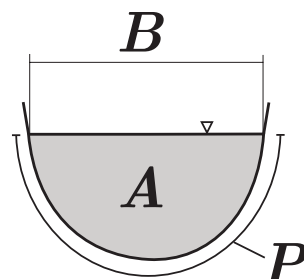
Como en cualquier tipo de flujo, el flujo en canales abiertos puede ser laminar, de transición o turbulento. Esto estará determinado por el valor del número de Reynolds, definido como

$$Re = \frac{\rho V R_H}{\mu}, \quad (12.1)$$

donde V es la velocidad media y R_H el radio hidráulico definido como

$$R_H = \frac{\text{área de paso}}{\text{perímetro mojado}} = \frac{A}{P}.$$

El perímetro mojado es igual a la parte del perímetro del canal que se encuentra en contacto con el fluido. B es el ancho de la superficie libre del canal.



Sección transversal de un canal

Como regla general se considera que el flujo laminar si $Re \leq 500$, turbulento si $Re \geq 12500$ y de transición si $500 < Re < 12500$. Estos son solo valores de referencia y dependen, entre otras cosas, de la geometría del canal y por lo tanto varían de una geometría a otra. En la práctica, el flujo en canales es por lo general turbulento.

Una característica importante de la superficie libre es que esta se puede deformar. Esta deformación forma ondas de superficies (olas) que viajan sobre la superficie a una velocidad que

depende tanto de propiedades de la onda, como su amplitud y longitud, como de características del canal como profundidad, velocidad del flujo, etc.. El carácter del flujo dependerá, entre otras cosas, de la velocidad del flujo relativo a la velocidad de desplazamiento de una onda de superficie. El número adimensional que describe este comportamiento, y por lo tanto caracteriza los distintos tipos de flujo, es el número de Froude, que, como se vio en el capítulo 8, se define como:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gl}}, \quad (12.2)$$

donde l es una dimensión característica del flujo. Como se verá mas adelante, el denominador de la ecuación anterior representa la velocidad de propagación de una onda de superficie o gravedad.

Un flujo donde $Fr < 1$ se denomina subcrítico o lento. Si $Fr = 1$ el flujo se llama crítico y si $Fr > 1$ el flujo se dice supercrítico o rápido. Como se puede apreciar, existe una analogía entre esta clasificación y la clasificación, mediante el número de Mach, de los distintos regímenes de flujos compresibles. El número de Mach es la razón entre la velocidad del flujo y la velocidad de propagación de una onda de presión a través del medio, y el número de Froude es la razón entre la velocidad del flujo y la velocidad de propagación de una onda de superficie sobre la superficie del flujo.

12.1 Ondas de superficie

En esta sección se analizará la velocidad de propagación c de una onda de superficie generada artificialmente que se desplaza sobre la superficie de líquido, originalmente en reposo, como muestra la figura 12.1. Se supondrá que no existen efectos disipativos. Suponiendo un volumen de control que se desplaza con la onda se pueden aplicar las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento al volumen de control perturbado artificialmente. Se supondrá que el flujo es uniforme y unidimensional. La ecuación de continuidad por unidad de profundidad para el volumen de control es

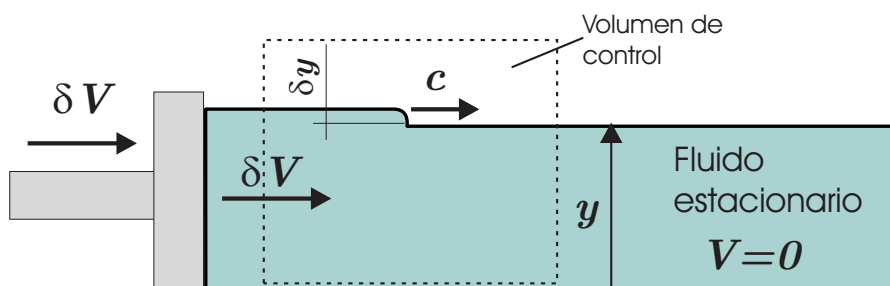


Figura 12.1: Onda de gravedad solitaria.

$$-cy = (-c + \delta V)(y + \delta y). \quad (12.3)$$

Reordenando se obtiene

$$c = \frac{(y + \delta y)}{\delta y} \delta V. \quad (12.4)$$

Análogamente, aplicando la ecuación de cantidad de movimiento se obtiene

$$\frac{1}{2}\rho\gamma y^2 - \frac{1}{2}\rho\gamma(y + \delta y)^2 = \rho c y [(c - \delta V) - c]. \quad (12.5)$$

Despreciando los términos de orden $\delta^2 c/r$ a los términos de orden δ se obtiene

$$\frac{\delta V}{\delta y} = \frac{g}{c}. \quad (12.6)$$

Combinando las ecuaciones 12.4 y 12.6 se obtiene finalmente

$$c \simeq \sqrt{gy} \left(1 + \frac{\delta y}{y}\right)^{0.5}. \quad (12.7)$$

Este resultado muestra que a mayor amplitud la onda se propaga a una velocidad mayor. Para ondas de amplitud pequeña, es decir, cuando $\delta y \ll y$ la ecuación anterior queda

$$c = \sqrt{gy}. \quad (12.8)$$

Considerando el movimiento de ondas continuas de forma sinusoidal, es posible obtener una descripción más general acerca del movimiento de las ondas. Considerando ondas de amplitud pequeña y longitud de onda λ como muestra la figura 12.2 se obtiene la siguiente expresión para la velocidad de desplazamiento

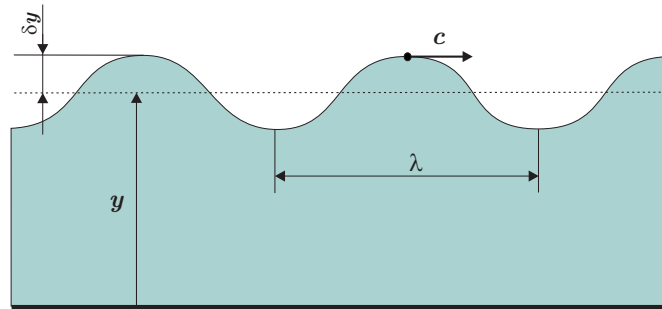


Figura 12.2: Ondas continuas de forma sinusoidal.

$$c = \left[\frac{g\lambda}{2\pi} \tanh \left(\frac{2\pi y}{\lambda} \right) \right]^{0.5}. \quad (12.9)$$

La figura 12.3 muestra resultado anterior en forma gráfica. Se ve que la velocidad de propagación varía tanto con la longitud de onda como con la profundidad del fluido y es independiente de la amplitud δy . Para los casos donde la profundidad del fluido es mucho mayor que la longitud de onda, $y \gg \lambda$, que corresponde al caso de océanos por ejemplo, la velocidad c será independiente de la profundidad e igual a

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}. \quad (12.10)$$

Por otro lado, para el caso donde la profundidad es pequeña en relación a la longitud de onda, es decir, $y \ll \lambda$, la ecuación 12.9 tiende a la ecuación 12.8, es decir, $c \rightarrow \sqrt{gy}$. Esta situación que corresponde a la gran mayoría de los flujo en canales por lo que se seguirá utilizando en este capítulo.

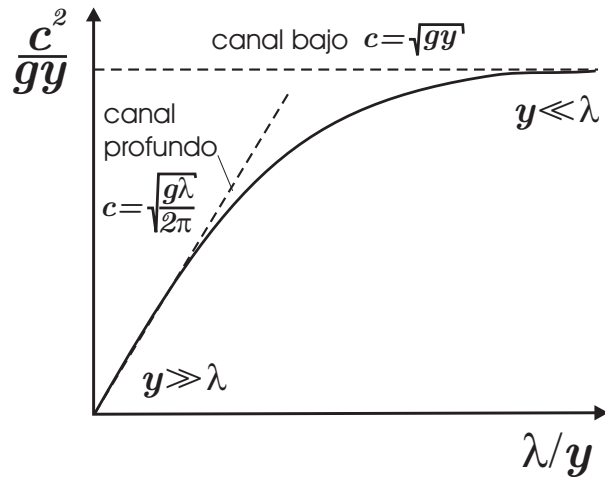


Figura 12.3: Velocidad de propagación de una onda de superficie en función de la longitud de onda.

12.2 Consideraciones energéticas

En esta sección se realizarán algunas consideraciones energéticas sobre el flujo en canales. Para ello consideraremos un tramo de un canal como el que se muestra en la figura 12.4. Se supondrá que el perfil de velocidades es uniforme en cualquier sección del canal. La pendiente del fondo del canal o solera ($S_0 = (z_1 - z_2)/l$) se supondrá constante y pequeña.

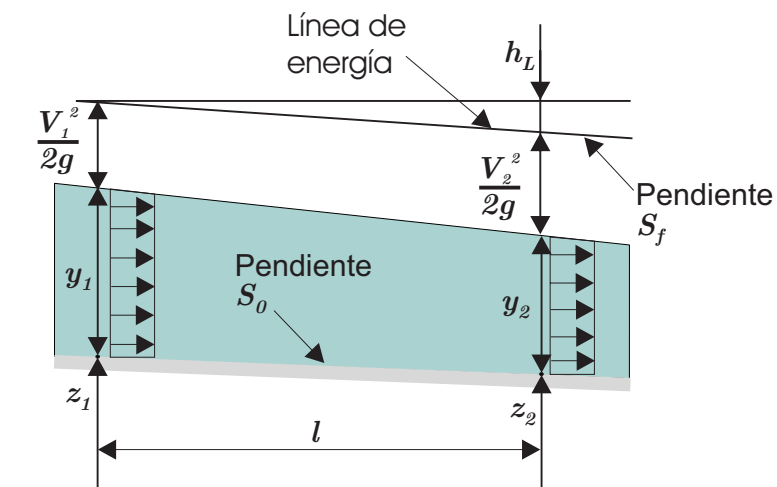


Figura 12.4: Balance de energía para un tramo de canal.

Un balance de energía en unidades de longitud entre dos secciones del canal resulta

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L, \quad (12.11)$$

donde h_L representa las pérdidas de energía. La diferencia de cota entre 1 y 2 se puede expresar como $z_1 - z_2 = S_0 l$. Además, como la presión es esencialmente hidrostática en cualquier sección

del canal, se cumple que $p/\gamma = y$. Reemplazando se obtiene

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} + S_0 l = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_L. \quad (12.12)$$

Expresando la pérdida de energía h_L en función de la pendiente de la línea de energía total S_f tal que $h_L = S_f l$ la ecuación de energía queda

$$y_1 - y_2 = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + (S_f - S_0)l. \quad (12.13)$$

Para el caso donde no hay pérdidas de energía ($S_f = 0$) y el canal es horizontal ($S_0 = 0$) se cumple

$$y_1 - y_2 = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}. \quad (12.14)$$

12.2.1 Energía específica

La energía específica E se define como la energía relativa al fondo del canal, es decir,

$$E = y + \frac{V^2}{2g}. \quad (12.15)$$

La energía total o altura total (energía en unidades de longitud) en un punto del canal será, por lo tanto, la energía específica más la energía potencial del punto dado, es decir,

$$H = E + z. \quad (12.16)$$

El balance de energía analizado anteriormente se puede expresar en términos de la energía específica de la siguiente manera

$$E_1 = E_2 + (S_f - S_0)l. \quad (12.17)$$

Si se considera un canal de sección de paso rectangular de ancho b , la energía específica se puede escribir en términos del flujo volumétrico por unidad de profundidad $q = Q/b = Vy/b = Vy$, como

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2}. \quad (12.18)$$

Para un canal de ancho b constante, q se mantendrá constante a lo largo del canal, independiente de las posibles variaciones de la profundidad y . Graficando la función $E = E(y)$ ¹ para valores constantes de q se obtiene el diagrama de energía específica que tiene la forma del diagrama de la figura 12.5. De esta figura se ve que para un valor dado de q , todas las curvas tienen una energía mínima $E_{\text{mín}}$. Este punto se denomina punto crítico y la profundidad y energía correspondientes se denominan profundidad y energía críticas respectivamente. El valor de la profundidad crítica y_c se obtiene de

¹Esta es una función cúbica en y , con dos soluciones positivas y una negativa. Esta última carece de interpretación física por lo que no se muestra.

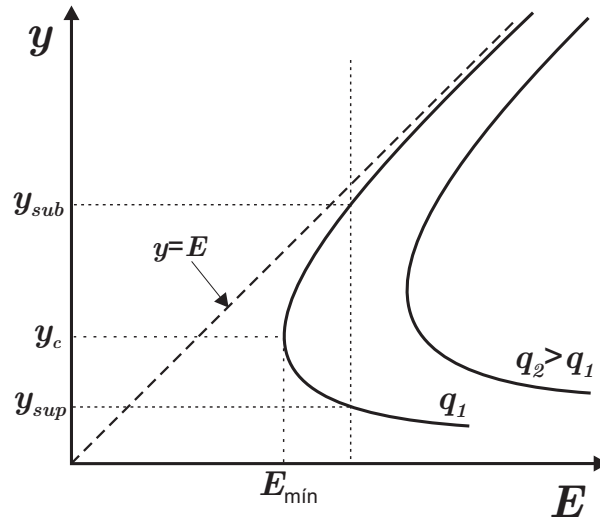


Figura 12.5: Diagrama de energía específica.

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{q}{gy^3} = 0 \quad (12.19)$$

⇒

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3}. \quad (12.20)$$

Reemplazando en $E(y)$ se obtiene

$$E_{\text{mín}} = \frac{3}{2} y_c. \quad (12.21)$$

La velocidad en el punto crítico es

$$V_c = \frac{q}{y_c} = \sqrt{gy_c}. \quad (12.22)$$

Esta velocidad corresponde a la velocidad de una onda de gravedad o superficie vista anteriormente.

Sobre esta energía mínima, es decir, para $E > E_{\text{mín}}$, existen dos posibles profundidades (y_{sub} , y_{sup}) en el canal. Además las curvas son asintóticas a $y = E$ e $y = 0$ superior e inferiormente. Estos límites corresponden a un canal muy profundo con velocidades muy lentas y a un canal con una velocidad muy alta y una profundidad muy baja. Como $q = Vy$ es constante y como $y_{\text{sub}} > y_{\text{sup}}$ se obtiene que $V_{\text{sup}} > V_{\text{sub}}$. Por lo tanto, el punto crítico divide el gráfico en una región superior donde el flujo es subcrítico ($Fr < 1$) y una región donde el flujo es supercrítico ($Fr > 1$). Para el punto crítico se cumple que $Fr = 1$.

El diagrama de energía específica, $E - y$, es para un caudal por unidad de ancho q constante. En un canal es posible que q varíe a lo largo del canal, por ejemplo debido a un cambio de sección entre dos puntos. En el diagrama de energía específica esto se ve reflejado en el cambio de una curva a otra. A medida que q aumenta o disminuye, la curva $E - y$ se desplaza hacia la derecha o izquierda respectivamente.

Para el caso de canales de sección transversal A distinta a la rectangular y caudal volumétrico Q dado la energía específica es

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}. \quad (12.23)$$

La condición de energía mínima se obtiene diferenciando la ecuación anterior con respecto a y obteniéndose

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dy} = 0. \quad (12.24)$$

Para cambios incrementales en la profundidad, el cambio correspondiente en el área es $dA = B dy$, de donde, la condición de energía mínima resulta

$$1 - \frac{Q^2 B}{gA^3} = 0. \quad (12.25)$$

El segundo término de la ecuación anterior es el número de Froude al cuadrado. Por lo tanto, y al igual que para un canal de sección transversal rectangular, la condición de energía mínima corresponde a la de un flujo crítico ($Fr = 1$).

12.3 Variación de la altura de un canal

La variación en la profundidad y de un canal puede ser rápida o moderada. Para variaciones moderadas de la profundidad ($dy/dx \ll 1$) se puede suponer un flujo unidimensional con un campo de velocidades también unidimensional. La energía total en unidades de longitud, H , en un punto dado del canal es

$$H = \frac{V^2}{2g} + y + z. \quad (12.26)$$

Introduciendo las pendientes S_f y S_0 vistas anteriormente y considerando el hecho de que la variación de la energía total a lo largo de un canal es igual a la pérdida de energía se obtiene la siguiente relación al diferenciar la ecuación anterior:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dh_L}{dx} = \frac{V}{g} \frac{dV}{dx} + \frac{dy}{dx} + \frac{dz}{dx}. \quad (12.27)$$

Reordenando \Rightarrow

$$\frac{V}{g} \frac{dV}{dx} + \frac{dy}{dx} = S_f - S_0. \quad (12.28)$$

Utilizando el caudal por unidad de profundidad q tal que $V = q/y$ y diferenciando se obtiene

$$\frac{dV}{dx} = -\frac{q}{y^2} \cdot \frac{dy}{dx} = -\frac{V}{y} \cdot \frac{dy}{dx}. \quad (12.29)$$

\Rightarrow

$$\begin{aligned} \frac{V}{g} \frac{dV}{dx} &= - \underbrace{\frac{V^2}{gy}}_{Fr^2} \frac{dy}{dx} \\ &= -Fr^2 \frac{dy}{dx}. \end{aligned} \quad (12.30)$$

Reemplazando y reordenando se obtiene finalmente

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(S_f - S_0)}{(1 - Fr^2)}. \quad (12.31)$$

La variación en la profundidad de un canal depende, por lo tanto, de la pendiente de la línea de energía S_f , de la pendiente del canal S_0 y del número de Froude. Analizando el numerador de la ecuación anterior se ve que una variación nula en la profundidad del canal ($dy/dx = 0$) indica que la pérdida de energía potencial (peso) del fluido se balancea exactamente con la disipación viscosa ($S_f - S_0 = 0$). Por otro lado, la variación en la profundidad y en un canal se debe a un desbalance entre las fuerzas viscosas y gravitacionales que genera una variación en la cantidad de movimiento y por lo tanto una variación en la velocidad del flujo.

Analizando el denominador se ve que existe un comportamiento inverso dependiendo si el flujo es subcrítico ($Fr < 1$) o supercrítico ($Fr > 1$). Este comportamiento es análogo a lo que sucede en flujos compresibles isoentrópicos en ductos de sección variable visto en el capítulo 11.

En el desarrollo anterior se supuso que g es constante, lo que corresponde a canales de sección rectangular. Sin embargo, la ecuación 12.31 es válida para canales con sección transversal de cualquier forma, siempre y cuando esta sea constante.

12.4 Flujo permanente y uniforme

La característica principal de un flujo permanente y uniforme en canales abiertos es que la superficie del fluido es paralela a la pendiente del canal, es decir, $dy/dx = 0$ o la profundidad del canal es constante. De la ecuación 12.31 se puede ver que la condición que se debe satisfacer para que esto sea así es $S_f = S_0$. Esta condición es, de hecho, utilizada para diseñar canales de profundidad constante como son, por ejemplo, canales de regadío. Las condiciones de flujo permanente y uniforme solo se pueden dar en canales de sección transversal prismáticas, es decir, cuadrada, triangular, trapezoidal, circular, etc. Si el área no es uniforme tampoco lo será el flujo. La aproximación de flujo uniforme implica que la velocidad es uniforme e igual a la velocidad media del flujo y que la distribución de esfuerzos de corte en las paredes del canal es constante.

Bajo las condiciones anteriores se pueden obtener las siguientes relaciones, denominadas relaciones de Chezy–Manning, para la velocidad V y el caudal Q :

$$V = \frac{k}{n} R_H^{2/3} S_0^{1/2}, \quad (12.32)$$

$$Q = \frac{k}{n} A R_H^{2/3} S_0^{1/2}, \quad (12.33)$$

Perímetro mojado	n	Perímetro mojado	n
Canales naturales		Canales artificiales	
Limpios y rectos	0.030	Vidrio	0.010
Fangoso con piscinas	0.040	Latón	0.011
Ríos	0.035	Acero, suave	0.012
		Acero, pintado	0.014
Llanuras de inundación		Acero remachado	0.016
Pasto, campo	0.035	Hierro fundido	0.013
Matorrales baja densidad	0.050	Concreto terminado	0.012
Matorrales alta densidad	0.075	Concreto sin terminar	0.014
Árboles	0.150	Madera cepillada	0.012
		Baldosa arcilla	0.014
Canales de tierra		Ladrillo	0.015
Limpio	0.022	Asfalto	0.016
Grava	0.025	Metal corrugado	0.022
Maleza	0.030	Madera no cepillada	0.013
Piedra	0.035		

Tabla 12.1: Valores del coeficiente de Manning n

donde k vale 1.0 y 1.49 para el sistema internacional (SI) y el británico respectivamente. n se denomina coeficiente de Manning y depende del material de la superficie del canal en contacto con el fluido. Los valores de n para distintos tipos de materiales se pueden ver en la tabla 12.1.

En muchos canales artificiales y naturales la rugosidad de la superficie del canal, y por lo tanto el coeficiente de Manning, varía a lo largo del perímetro mojado de este. Este es el caso, por ejemplo, de canales que tienen paredes encementadas y con un fondo de piedra, el caso de ríos en épocas de bajo flujo la superficie es completamente de piedras y en épocas de crecidas parte del río fluye por la ladera del río, compuesto generalmente por piedras, arbustos, pasto, etc. Por lo tanto, existirá una rugosidad efectiva que debe ser una combinación de las distintas rugosidades existentes. Una forma de solucionar este tipo de problemas es dividir el canal tantas secciones como tipos de materiales de pared existan y analizar cada división en forma aislada. Cada una de las secciones tendrá su propio perímetro mojado P_i , área A_i , coeficiente de Manning n_i . Los P_i no deben incluir los límites imaginarios entre las distintas secciones generadas al dividir la superficie original.

12.4.1 Eficiencia

La eficiencia de un canal tiene relación con encontrar un área de paso A mínima para transportar un caudal Q dado, con una pendiente del canal S_0 y coeficiente de Manning n dados. Escribiendo el radio hidráulico como $R_H = A/P$ la ecuación 12.33 se puede reescribir como

$$Q = \frac{k}{n} A \left(\frac{A}{P} \right)^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{k}{n} \frac{A^{5/3} S_0^{1/2}}{P^{2/3}}. \quad (12.34)$$

Despejando $A \Rightarrow$

$$A = \left(\frac{nQ}{kS_0^{1/2}} \right)^{3/5} P^{2/5}, \quad (12.35)$$

donde la cantidad entre paréntesis es constante. La ecuación anterior indica que un área de paso mínima esta asociada a un perímetro mínimo y por lo tanto las necesidades de excavación como

de material, para cubrir las superficies del canal, son mínimas. Esto influye directamente en los costos de construcción. Se puede demostrar que la sección mas eficiente es la semicircular. Para otras geometrías, como rectangulares, triangulares, etc., también es posible encontrar diseños óptimos.

12.5 Flujo gradualmente variable

En muchas situaciones el flujo en un canal abierto no tiene una profundidad uniforme a lo largo del canal. Esto puede ser causado por diferentes condiciones como que la pendiente de la solera no sea constante, que tanto la forma como la magnitud de la sección de paso varíe a lo largo del canal, que exista una obstrucción al flujo en el fondo del canal, etc.. De la ecuación 12.31 se puede ver que cuando la línea de energía y la solera del canal tienen pendientes distintas se obtiene la condición $dy/dx \neq 0$, es decir, la profundidad del canal variará a lo largo de este. Físicamente esto significa que existe un desbalance entre las fuerzas viscosas y las gravitacionales en la dirección del flujo que producen una variación en la cantidad de movimiento del flujo. Esta variación en la cantidad de movimiento esta asociada a una variación en la velocidad y, por continuidad, a una variación en la profundidad del canal. Si la variación en la profundidad es gradual o lenta, es decir, cuando $dy/dx \ll 1$ se dice que el flujo es gradualmente variable.

Si la profundidad del flujo aumenta o disminuye depende de varios parámetros del flujo, encontrándose 12 configuraciones para los perfiles de la superficie libre del fluido. El signo de dy/dx , es decir, si la profundidad del canal aumenta o disminuye, depende tanto del signo del numerador como del denominador de la ecuación 12.31. El signo del denominador depende claramente de si el flujo es subcrítico o supercrítico.

Para un canal dado (tamaño, forma, coeficiente de Manning, y caudal) existe una pendiente crítica, S_{0c} y una profundidad crítica, y_c , tal que $Fr = 1$ bajo las condiciones de flujo uniforme. Se define, además, la profundidad normal, y_0 , como la profundidad que tendría el canal suponiendo condiciones de flujo uniforme, es decir, si $dy/dx = 0$. El carácter de un flujo gradualmente variable se clasifica generalmente en términos de la pendiente de real de la solera, S_0 , en relación a la pendiente necesaria para producir un flujo crítico y uniforme S_{0c} , y en términos de la profundidad y en relación a la profundidad crítica, y_c , y normal, y_0 .

La tabla 12.2 muestra las distintas configuraciones posibles para la superficie libre del fluido dependiente de la pendiente de la solera y profundidad del canal.

Tipo	Pendiente	Profundidad	Froude	Designación
Suave	$S_0 < S_{0c}$	$y > y_0 > y_c$	$Fr < 1$	$M - 1$
		$y_0 > y > y_c$	$Fr < 1$	$M - 2$
		$y_0 > y_c > y$	$Fr > 1$	$M - 3$
Crítica	$S_0 = S_{0c}$	$y > y_0 = y_c$	$Fr < 1$	$C - 1$
		$y < y_0 = y_c$	$Fr < 1$	$C - 2$
Pronunciada	$S_0 > S_{0c}$	$y > y_c > y_0$	$Fr < 1$	$S - 1$
		$y_c > y > y_0$	$Fr > 1$	$S - 2$
		$y_c > y_0 > y$	$Fr > 1$	$S - 3$
Horizontal	$S_0 = S_{0c}$	$y > y_c$	$Fr < 1$	$H - 2$
		$y < y_c$	$Fr > 1$	$H - 3$
Adversa	$S_0 > S_{0c}$	$y > y_c$	$Fr < 1$	$A - 2$
		$y < y_c$	$Fr > 1$	$A - 3$

Tabla 12.2: Clasificación de los distintos perfiles de superficie

Como el flujo considerado no es uniforme, la inercia del fluido aparece como un mecanismo

mas que gobierna el flujo, además de las fuerzas gravitacionales y viscosas. En otras palabras un balance de los efectos inerciales, gravitacionales y viscosos agregan un grado de libertad al flujo que no se encuentra en el flujo uniforme, donde los efectos inerciales no son influyentes. Como consecuencia de lo anterior, la determinación de si un flujo es subcrítico o supercrítico no depende solo de si $S_0 < S_{0c}$ o si $S_0 > S_{0c}$, como sucede para un flujo uniforme, sino que depende además de la profundidad del canal en relación a la profundidad crítica y la normal. Por ejemplo, para el caso de una pendiente suave, es decir, $S_0 < S_{0c}$ el flujo puede ser subcrítico o supercrítico. Bajo esta misma condición de la pendiente S_0 el flujo solo podría ser subcrítico si la profundidad del canal fuera uniforme.

12.6 Flujo rápidamente variable

En muchas situaciones la profundidad de un canal varía sobre una distancia relativamente pequeña de tal manera que $dy/dx \simeq 1$. Estas condiciones de flujo rápidamente variables son complejas, tridimensionales y por lo tanto difíciles de analizar rigurosamente. Debido a lo anterior se utilizan modelos simplificados, usualmente un modelo de flujo unidimensional, ajustado mediante coeficientes que se determinan experimentalmente.

La aparición de un flujo rápidamente variable puede ocurrir por ejemplo, debido a una variación (expansión o contracción) de la sección de paso de un canal. Bajo ciertas condiciones un flujo rápido, en un canal de sección constante, se transforma en un flujo lento aumentando drásticamente su profundidad en una distancia corta. Este fenómeno es llamado salto o resalto hidráulico y será analizado en la siguiente sección.

Muchos elementos para medir el flujo en canales abiertos están basados en los principios asociados a los flujos rápidamente variables. Entre ellos se encuentran, por ejemplo, los vertederos y compuertas.

12.6.1 Resalto hidráulico

Un resalto hidráulico es un fenómeno en el que el fluido pasa de un estado supercrítico ($Fr > 1$) a un estado subcrítico ($Fr < 1$) sobre una corta distancia. Tanto la intensidad como la ubicación del resalto están determinadas por las condiciones aguas arriba y aguas abajo del resalto. Su aparición se debe a la incompatibilidad de las condiciones del flujo entre dos puntos de un canal y es, por lo tanto, un mecanismo de ajuste y transición entre dos situaciones incompatibles. Debido a los procesos irreversibles producidos a través de un resalto hidráulico existe una disipación de energía cuya magnitud dependerá de la intensidad del resalto.

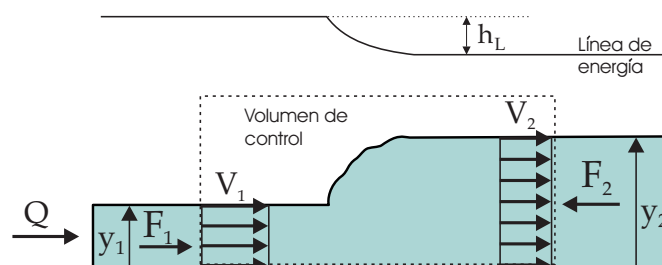


Figura 12.6: Resalto hidráulico en un canal horizontal.

El caso más sencillo de un resalto hidráulico se produce en un canal horizontal y rectangular como se muestra en la figura 12.6. Se considerará que la distancia sobre la cual se produce el

resalto es pequeña ($dy/dx \rightarrow \infty$) y que los efectos de los esfuerzos de corte son despreciables en esta sección.

Aplicando la ecuación de cantidad de movimiento al volumen de control de la figura 12.6 resulta

$$F_1 - F_2 = \rho Q(V_2 - V_1) = \rho V_1 y_1 b(V_2 - V_1), \quad (12.36)$$

donde b es el ancho del canal. Las fuerzas que actúan en las secciones son la resultante de la distribución de presiones en la sección, es decir

$$F = \gamma y^2 \frac{b}{2}. \quad (12.37)$$

\Rightarrow

$$\frac{y_1^2}{2} - \frac{y_2^2}{2} = \frac{V_1 y_1}{g}(V_2 - V_1). \quad (12.38)$$

La ecuación de continuidad aplicada al volumen de control es

$$y_1 b V_1 = y_2 b V_2 = Q, \quad (12.39)$$

y, la ecuación de conservación de energía es

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_L. \quad (12.40)$$

Combinando las ecuaciones 12.36 y 12.39 se obtiene

$$\frac{y_1^2}{2} - \frac{y_2^2}{2} = \frac{V_1 y_1}{y_2} \left(\frac{V_1 y_1}{y_2} - V_1 \right) = \frac{V_1^2 y_1}{g y_2} (y_1 - y_2) \quad (12.41)$$

\Leftrightarrow

$$\left(\frac{y_2}{y_1} \right)^2 + \left(\frac{y_2}{y_1} \right) - 2Fr_1^2 = 0 \quad (12.42)$$

que es una ecuación cuadrática que tiene como solución positiva²

$$\left(\frac{y_2}{y_1} \right) = \frac{1}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 8Fr_1^2} \right). \quad (12.43)$$

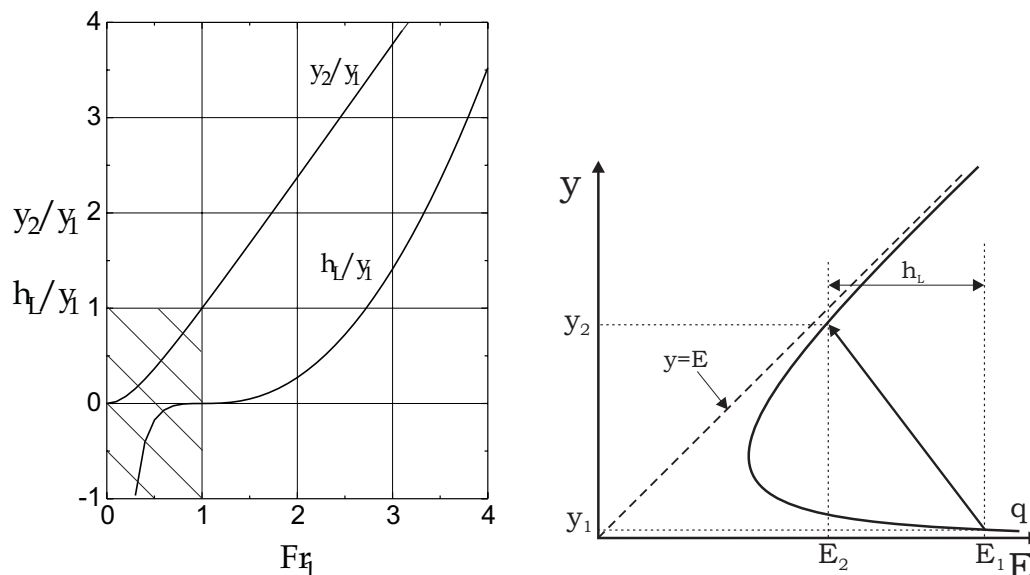
Se ve que la razón y_2/y_1 , es decir, la razón entre las profundidades antes y después del resalto hidráulico, es solo una función del número de Froude del flujo aguas arriba del resalto (Fr_1).

La ecuación 12.40 se puede escribir de la siguiente manera

$$\frac{h_L}{y_1} = 1 - \frac{y_2}{y_1} + \frac{Fr_1^2}{2} \left[1 - \left(\frac{y_1}{y_2} \right)^2 \right]. \quad (12.44)$$

²La solución negativa no tiene sentido físico

La figura 12.7(a) muestra las relaciones 12.43 y 12.44 gráficamente. Considerando que a través de un resalto existe disipación de energía, es decir, $h_L > 0$, la zona del gráfico donde $h_L < 0$ no puede representar ninguna situación real y carece por lo tanto de sentido. Lo anterior indica que un resalto hidráulico solo puede producirse en un flujo supercrítico, es decir, un flujo donde $Fr_1 > 1^3$. El flujo después del resalto será subcrítico ya que $(y_2/y_1) \geq 1$ para la zona donde $Fr_1 > 1$. La figura 12.7(b) muestra la representación de un resalto hidráulico en un diagrama de energía específica.



(a) Razón de profundidades y disipación energética adimensional a través de un resalto como función del número de Froude aguas arriba del resalto.

(b) Representación de un resalto hidráulico en un diagrama de energía específica.

Figura 12.7: Representación gráfica del fenómeno de resalto hidráulico

El hecho que exista una pérdida de energía a través de un resalto es de mucha utilidad en algunos casos y puede, por lo tanto, ser un fenómeno deseado y originado artificialmente introduciendo elementos de control de flujo en un canal dado.

³Cabe mencionar que esta es una condición necesaria pero no suficiente, es decir, para que se produzca un resalto el flujo debe ser supercrítico, pero no necesariamente en todo flujo supercrítico se producirá un resalto. Lo anterior se ve de las ecuaciones que tiene como solución trivial $y_2 = y_1$ y $V_2 = V_1$