

# TRANSFERENCIA DE CALOR

MI31A-Fenómenos de Transporte en Metalurgia  
Extractiva

Prof. Tanai Marín

2 Julio 2007

Clase #3

## 3.1 Conducción versus Convección

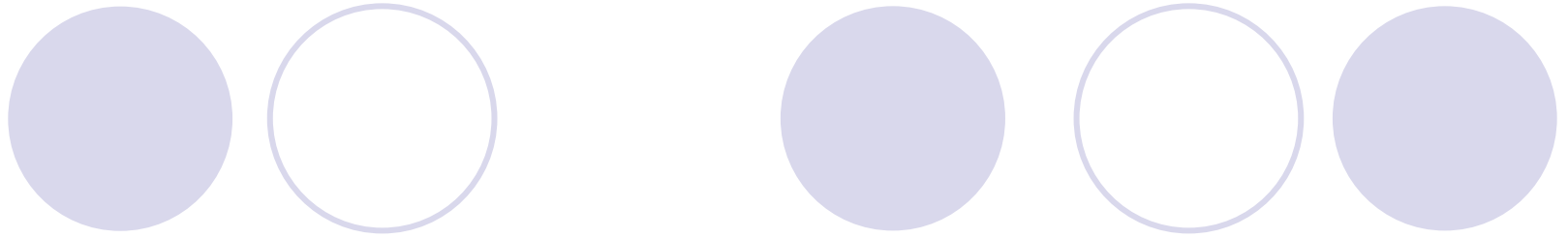
- En sólidos, la energía se transporta por mecanismos moleculares: conducción
- En líquidos, sin embargo, también hay convección y el transporte se transforma en una función de:
  - Las propiedades del fluido
  - Las características del movimiento del fluido

# Convección

- Cuando nos interesa el transporte de energía desde un fluido a una superficie sólida a través de una capa límite, comúnmente se utiliza el concepto de *coeficiente de transferencia de calor*.
- El flujo de calor se expresa:

$$q = h(T_f - T_s)$$

- $h$  es el coeficiente de transferencia de calor en  $[\text{W}/(\text{m}^2 \text{ K})]$ .  $T_f$  temperatura del seno del fluido y  $T_s$  es la temperatura de la superficie.



- Si supiésemos el perfil exacto de temperatura del fluido en y cerca de la superficie del sólido, podríamos haber usado el concepto de conductividad térmica para calcular el transporte de calor:

$$q = -k \left( \frac{dT}{dx} \right)_s$$

- $(dT/dx)_s$  es el gradiente de temperatura en el fluido en la interfaz sólida.
- El uso de esta ecuación es más “fundamental” y se necesitaría para conocer la temperatura en función de la posición.

## 3.2 Condiciones de Borde

- Temperatura constante en la superficie
- Flujo de calor constante
- Interfase adiabática
- Dos Materiales en contacto
- Borde con transferencia por convección

### 3.2.1 Temperatura Constante de Superficie

- Es la condición de borde más simple, cuando se conoce la temperatura a lo largo de una superficie (o borde)

$$T(x = x_0, y, z) = T_0$$

- Una extensión de esta condición es cuando la temperatura varía en forma conocida a lo largo de la superficie

## 3.2.2 Flujo de calor constante

- Se conoce el flujo de calor a través de una superficie:

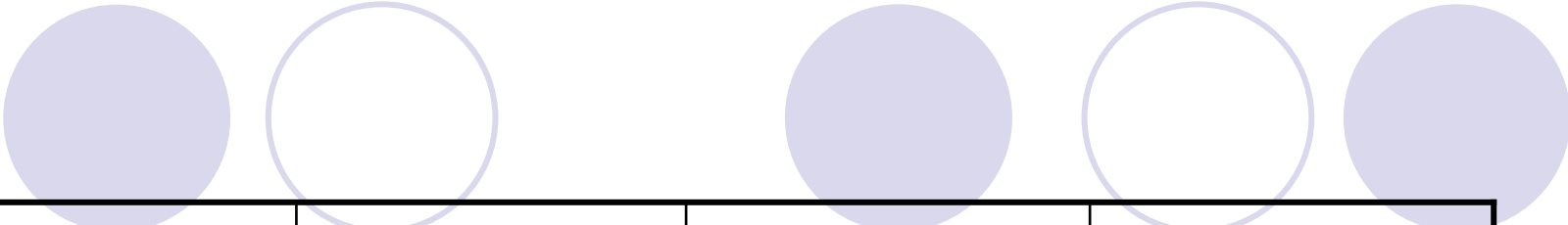
$$-k \frac{dT(x = x_0, y, z)}{dx} = q_0$$

- Por ejemplo, si una fuente de calor genera una cantidad fija de calor por unidad de tiempo y está completamente encerrada por un sólido.

# Ejemplo: Flujo de calor constante

- Los Materiales de la siguiente tabla, de distinta conductividad térmica, se someten a la condición de flujo de calor constante en la interfase. Para cada uno, calcule el gradiente de temperatura en la superficie cuando el flujo de calor es de  $10 \text{ kW/m}^2$ .





| Material | $k[\text{W}/(\text{m K})]$ | $dT/dx [\text{K}/\text{m}]$ | $dT/dx [\text{K}/\text{m}]$ |
|----------|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Cu       | 388                        | ?                           | ?                           |
| Fe       | 62                         |                             |                             |
| Vidrio   | 1.2                        |                             |                             |
| Madera   | 0.17                       |                             |                             |
| Ladrillo | 0.8                        |                             |                             |
| Aislante | 0.1                        |                             |                             |
| Agua     | 0.62                       |                             |                             |
| Aire     | 0.025                      |                             |                             |

### 3.2.3 Interfase adiabática

- Si no hay flujo de calor ( $q=0$ ) a través de un borde, se denomina borde adiabático o simétrico:

$$\frac{dT(x = x_0, y, z)}{dx} = 0$$

- Esta condición ocurre cuando la interfaz está aislada adecuadamente y no hay intercambio de calor a través de ella. También ocurre en casos de simetría

### 3.2.4 Dos Materiales en contacto

- Cuando dos materiales se ponen en contacto. Por ejemplo, una muralla hecha de capas de distintos materiales.
- Dado que el calor no se puede acumular en la interfase (no tiene volumen ni masa), el flujo hacia la interfase desde un lado tiene que igualar al flujo desde la interfase hacia el otro lado de ésta.

# Dos Materiales en contacto

$$-k_1 \left. \frac{dT(x = x_0, y, z)}{dx} \right|_1 = -k_2 \left. \frac{dT(x = x_0, y, z)}{dx} \right|_2$$

- Donde  $k_1$  y  $k_2$  son las conductividades de cada material y las diferenciales representan el gradiente de temperatura a cada lado de la interfase.
- Cuando no hay resistencia térmica entre los dos materiales, la temperatura en la interfase debe ser la misma:

$$T_2(x = x_0, y, z) = T_1(x = x_0, y, z)$$

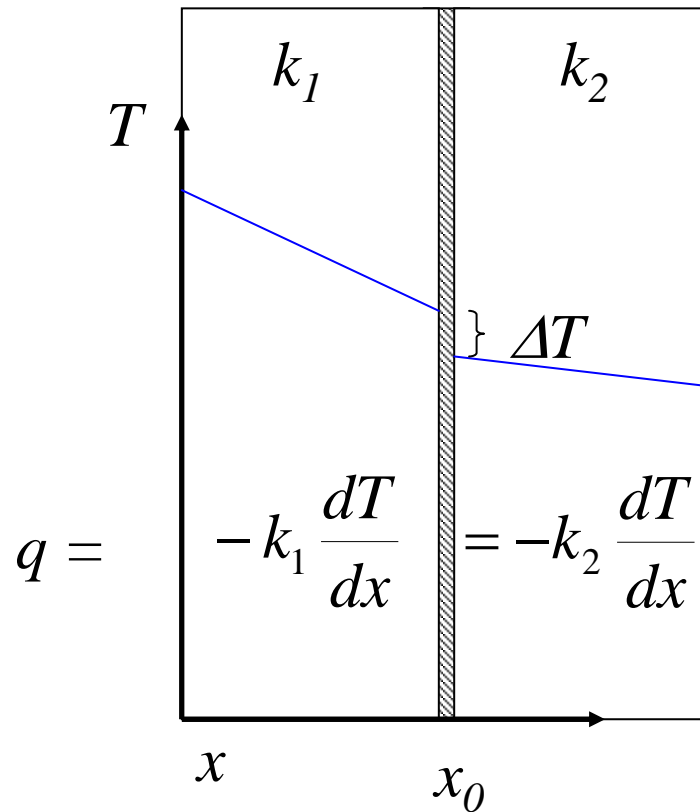
# Dos Materiales en contacto

- Cuando el contacto es pobre, habrá una resistencia térmica  $R$  entre los dos materiales. La diferencia de temperatura será:

$$T_2(x = x_0, y, z) - T_1(x = x_0, y, z) = q \cdot R$$

- $q$  es el flujo de calor y  $R$  es la resistencia, usualmente expresada como  $1/h_R$
- Gráficamente esta situación sería:

# Dos Materiales en contacto



$$\Delta T = q \cdot R = \frac{q}{h_R}$$

# Ejercicio: dos materiales en contacto

- La muralla de una casa consiste de tres capas, madera, aislante y ladrillo. En estado estacionario, el gradiente de temperatura es de  $1^{\circ}\text{C}/\text{cm}$  en la capa externa de ladrillo. Cuál es el gradiente de temperatura en la madera y el aislante. Las conductividades son; madera:  $0.16 \text{ W}/(\text{m}^{\circ}\text{C})$ , ladrillo:  $0.75 \text{ W}/(\text{m}^{\circ}\text{C})$ , aislante:  $0.09 \text{ W}/(\text{m}^{\circ}\text{C})$ .

### 3.2.5 Borde con transferencia por convección

- Cuando una superficie es expuesta a transferencia de calor convectiva, la condición de borde es:

$$h(T_f - T(x = x_0, y, z)) = -k \frac{dT(x = x_0, y, z)}{dx}$$

- Donde  $h$  es el coeficiente de transferencia de calor convectivo,  $T_f$  es la temperatura del seno del fluido

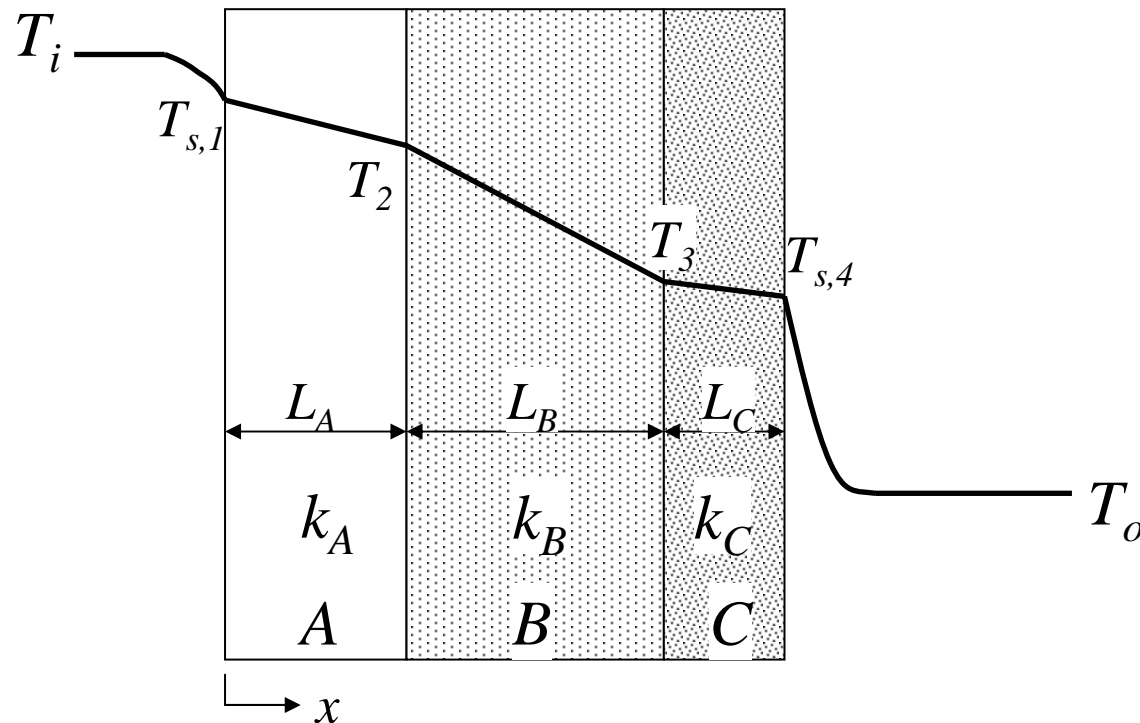


## 3.5 Transferencia de Calor a través de una serie de materiales.

- En el caso de transferencia de calor estacionaria en 1D a través de una muralla compuesta de varias capas. El flujo de calor a través de cada capa debe ser idéntico:

$$-k_i \left[ \frac{dT}{dx} \right]_i = -k_j \left[ \frac{dT}{dx} \right]_j = -k_k \dots$$

- Además, si no hay resistencia de contacto entre las capas, los materiales en contacto tendrán la misma temperatura en la interfases.
- Gráficamente, se tiene la siguiente situación:



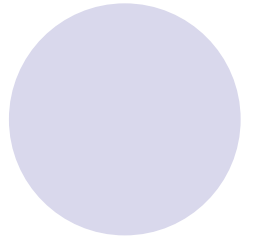
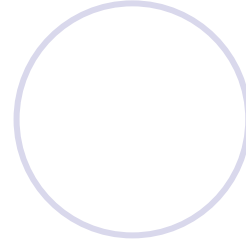
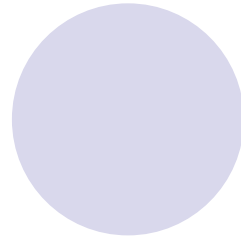
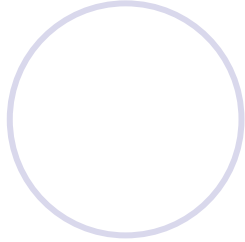
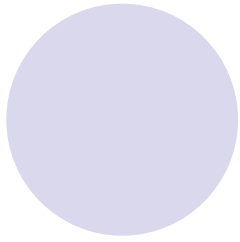


- Considerando el ejemplo anterior (3 capas):

$$q = h_i(T_i - T_1) = -k_A \frac{T_2 - T_1}{\Delta x_A} = -k_B \frac{T_3 - T_2}{\Delta x_B} = -k_C \frac{T_4 - T_3}{\Delta x_C} = h_o(T_4 - T_o)$$

- A menudo, las únicas temperaturas que se miden son  $T_i$  y  $T_o$ . Reordenando la ecuación:

$$q = \frac{T_i - T_o}{\frac{1}{h_i} + \frac{\Delta x_A}{k_A} + \frac{\Delta x_B}{k_B} + \frac{\Delta x_C}{k_C} + \frac{1}{h_o}}$$



- La ecuación anterior se puede expresar como:

$$\text{Flujo de Calor} = \frac{\text{Fuerza motriz total}}{\text{Suma de Resistencias}} = \frac{\Delta T}{\sum R_i}$$