

$$\sigma_{rr} = \frac{p}{2} \left[ (1+k) \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right) - (1-k) \left( 1 - 4 \frac{a^2}{r^2} + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos(2\theta) \right]$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{p}{2} \left[ (1+k) \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right) + (1-k) \left( 1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos(2\theta) \right]$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{p}{2} \left[ (1-k) \left( 1 + \frac{2a^2}{r^2} - \frac{3a^4}{r^4} \right) \sin(2\theta) \right]$$

$$u_r = -\frac{Pa^2}{4Gr} \left[ (1+k) - (1-k) \left\{ 4(1-\nu) - \frac{a^2}{r^2} \right\} \cos(2\theta) \right]$$

$$u_{\theta} = -\frac{Pa^2}{4Gr} \left[ (1-k) \left\{ 2(1-2\nu) + \frac{a^2}{r^2} \right\} \sin(2\theta) \right]$$

Donde  $u_r$ ,  $u_{\theta}$  son los desplazamientos inducidos por la excavación, y  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{\theta\theta}$ ,  $\tau_{r\theta}$  son los stress generados después de la excavación.

Donde  $\nu$  es el coeficiente de Poisson y  $G$  es el módulo de rigidez

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

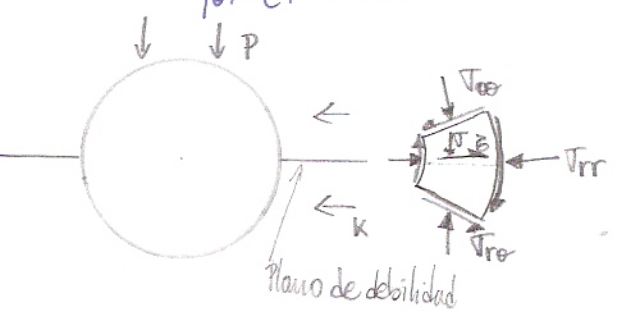
# Efectos de los planos de debilidad en la distribución de esfuerzos.

Los planos de debilidad se encuentran caracterizados por:

$\tau = \sigma \tan \phi$ , es decir sin cohesión.

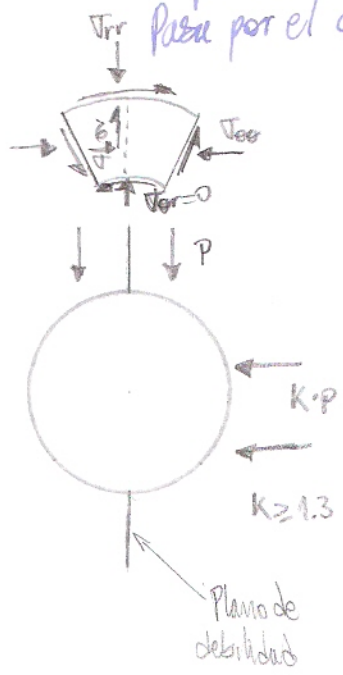
Nota: Este análisis es solamente para dar una visión global al comportamiento esperado bajo estas condiciones, ya que las hipótesis para obtener las ecuaciones de Kirsch. asumen continuidad por ende en estricto rigor el siguiente análisis no es más que una guía.

Caso 1: El plano de debilidad es completamente horizontal y pasa por el centro de la excavación:



De las ecuaciones de Kirsch para  $\theta=0$  obtenemos que  $\tau_{r\theta}=0$ , para todo r. Como también que  $\sigma_{\theta\theta}(\theta=0)$  y  $\sigma_{rr}(\theta=0)$  son los stress principales. El stress de corte en el plano de debilidad es cero, luego no hay tendencia a resbalar. Por lo tanto el plano de debilidad no tiene efecto sobre la distribución de esfuerzos.

Caso 2: El plano de debilidad es perpendicular a la excavación (Vertical) y pasa por el centro de la excavación.



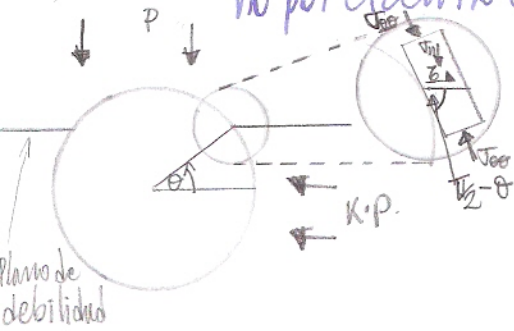
En este caso tenemos de las ecuaciones de Kirsch. para  $\theta = \pi/2$  donde se obtiene  $\tau_{r\theta}=0$  para todo r. El stress de corte en el plano de debilidad es cero, por ende no hay tendencia a resbalar. Por ende en este caso tampoco existe un efecto sobre la distribución de esfuerzos. La posibilidad de separación de la grieta o plano de debilidad depende del valor de K.

Para  $a=r$  se tiene

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{P}{2} [(1+K)(1+1) + (1-K)(1+3) \cos(180)] = P \cdot (3K-1)$$

Para  $K \leq \frac{1}{3}$  Se produce una zona de liberación de stress en la corona de la excavación (como también en el piso).

Caso 3: El plano de debilidad es horizontal, pasa por la excavación, pero no por el centro de ésta.



$$\tau_n = \tau_{00} \cos^2 \theta$$

$$z = \tau_{00} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$$

Utilizando la relación  $z = \tau_n \tan \phi$

se obtiene:  $\tau_{00} \sin \theta \cos \theta = \tau_{00} \cos^2 \theta \cdot \tan \phi$  (1)

$$\Rightarrow \sin \theta = \cos \theta \cdot \tan \phi$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \tan \phi$$

luego, para  $\theta = \phi$  se satisface la ecuación de deslizamiento en el plano de debilidades. la ecuación (1) puede escribirse como

$$\tau_{00} \sin \theta \cos \theta \geq \tau_{00} \cos^2 \theta \tan \phi \quad (\text{para que ocurra deslizamiento})$$

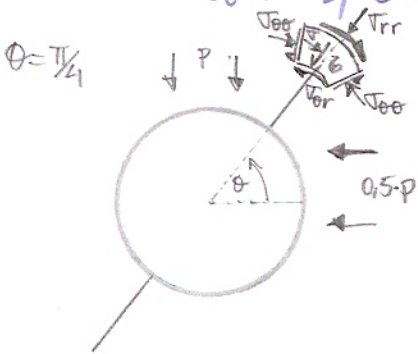
$$\tau_{00} \sin \theta \cos \theta \geq \tau_{00} \cos \theta \sin \phi \cdot \frac{\cos \theta}{\cos \phi} \geq 0$$

$$\tau_{00} \frac{\cos \phi \sin \theta}{\cos \phi} - \tau_{00} \cos \theta \frac{\sin \phi}{\cos \phi} \geq 0$$

$$\frac{\tau_{00}}{\cos \phi} \cdot \sin(\theta - \phi) \geq 0, \text{ Finalmente si } \theta > \phi, \text{ entonces}$$

La única forma que se obtenga el equilibrio es que  $\tau_{00} = 0$ . Así la región cercana al contacto entre la excavación y la discontinuidad debe encontrarse desconfinada.

Caso 4: El plano de debilidad posee un pequeño ángulo de inclinación de  $45^\circ$  con respecto a la horizontal, y pasa por el centro de la excavación.



Utilizando  $K=0.5$ . (elección arbitraria).

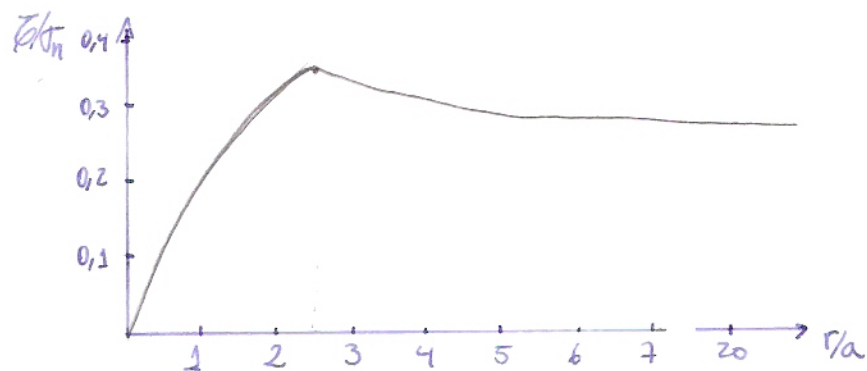
tenemos, reemplazando  $\theta=45^\circ$  y  $K=0.5$ , en las ecuaciones de Kirsch:

$$\tau_{00} = \frac{P}{2} (1+K) \cdot (1 + \frac{a}{r})^2 = \frac{1.5}{2} P \cdot (1 + \frac{a}{r})^2$$

$$\tau_{or} = \frac{P}{2} (1-K) (1 + 2(\frac{a}{r})^2 - 3(\frac{a}{r})^4) = \frac{0.5}{2} P \cdot (1 + 2(\frac{a}{r})^2 - 3(\frac{a}{r})^4)$$

$$\tau_n = \tau_{00} \text{ y } z = \tau_{or}$$

luego plotando  $z/\tau_n$  v/s  $q_r$  se obtiene:

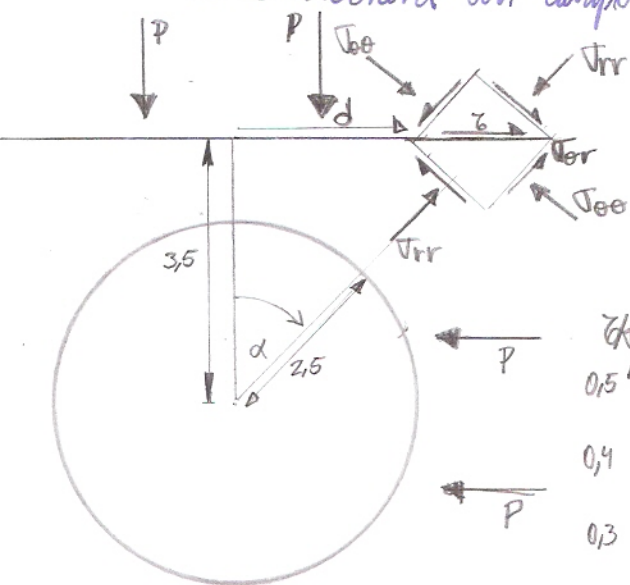


Donde se obtiene un valor máximo de 0,357 para  $z/k_n$  con un  $r/a$  de 2,5.  
 luego utilizando que  $z = \tau_n \tan \phi$  y  $z/k_n = 0,357 \Rightarrow \tan \phi = 0,357$   
 $\Rightarrow \phi = 19,6^\circ$

Utilizando  $r \rightarrow \infty$  tenemos  $z/k_n = 1/3 \Rightarrow \phi = 18,43^\circ$

Si el macizo rocoso se encontraba en el equilibrio límite de esfuerzos (con un  $\phi < 18,43$ ) el análisis indica que la excavación podría desarrollar una extensa zona de deslizamiento a través del plano de debilidad.  
 Por otro lado si el ángulo de fricción en el plano de debilidad excede los  $19,6^\circ$  puede ser suficiente para impedir el deslizamiento en cualquier lugar del medio. Finalmente si el ángulo de fricción se encuentra entre  $18,43^\circ$  y  $19,6^\circ$  es recomendable monitorizar la situación.

Caso 5: En este caso se tiene el plano de debilidad cercano a la excavación, pero sin intersectarla. Con el propósito de ser un ejemplo ilustrativo se considerará un campo de esfuerzos hidrostático ( $k=1$ ).

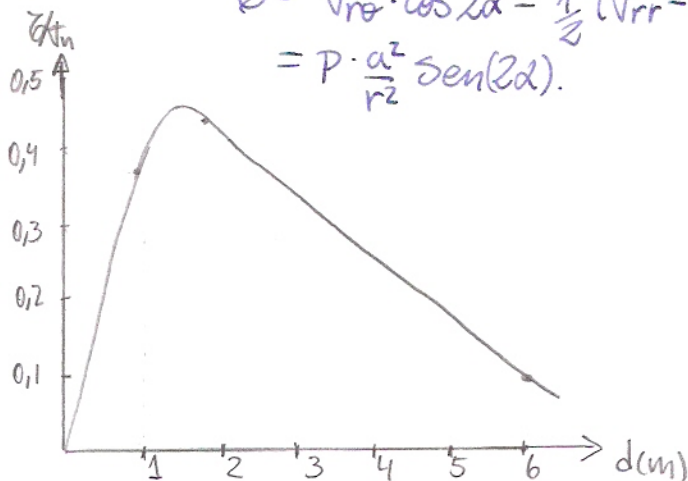


$$\tau_n = \frac{1}{2} (\tau_{rr} + \tau_{\theta\theta}) + \frac{1}{2} (\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}) \cos(2\alpha)$$

$$= P \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \cos(2\alpha) \right)$$

$$z = \tau_n \cdot \cos 2\alpha - \frac{1}{2} (\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}) \sin(2\alpha)$$

$$= P \cdot \frac{a^2}{r^2} \sin(2\alpha)$$



El valor de  $\tau_{\text{In}}$  se determina a partir de las ecuaciones mostradas anteriormente, el gráfico muestra la variación de  $\tau_{\text{In}}$  a lo largo de distintos puntos a lo largo del plano de debilidad.

Haciendo el mismo procedimiento que en el caso anterior, el ángulo mínimo para estas condiciones, con el que no se predice deslizamiento es  $\phi = 24^\circ$