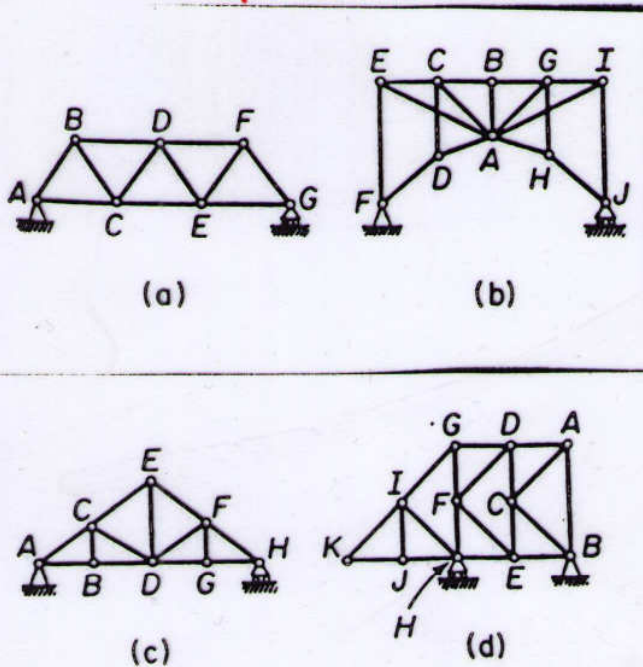


# Enrejados

Estructuras compuestas por barras rotuladas en sus extremos, de tal forma que transmite esfuerzo axial. Esto es válido siempre que la carga se aplique en los nudos (rotulas).

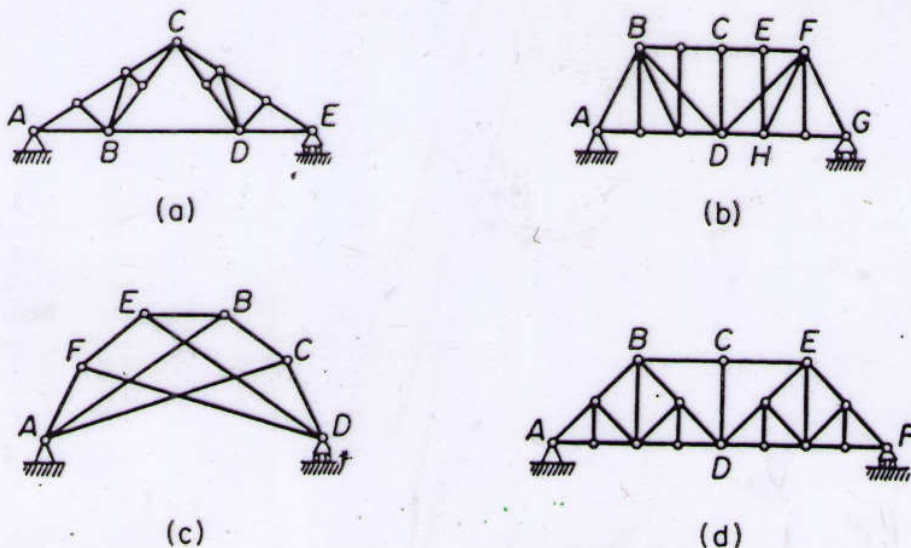
## • Enrejado Simple

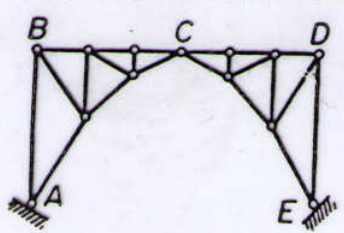


Corresponde al tipo de enrejado que puede formarse uniendo primero tres barras en sus extremos, y luego agregando dos barras adicionales para cada nudo (rotula) adicional.

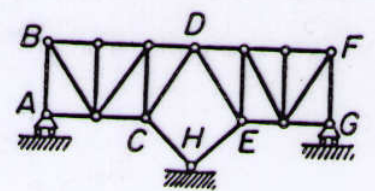
## • Enrejado Compuesto

Corresponde a la "composición" de dos o más enrejados simples



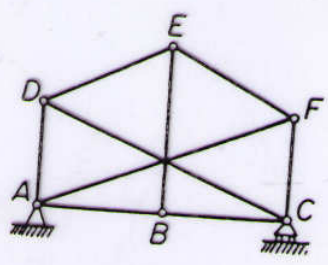


(a)

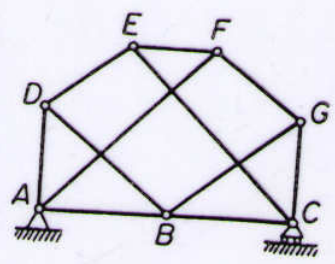


(b)

• **Enrejados complejos**



(a)



(b)

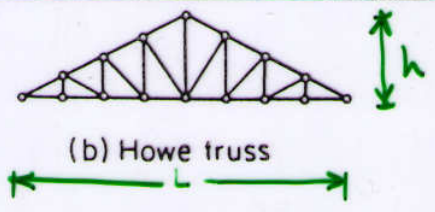
En estos casos no se cumplen las condiciones ni de los enrejados simples, ni las de los compuestos. Sin embargo, corresponde a un enrejado estáticamente determinado.

Diferentes tipos de enrejados

• **Enrejados de techo**

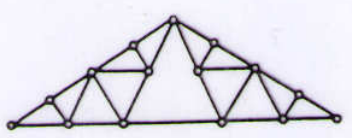


(a) Pratt truss

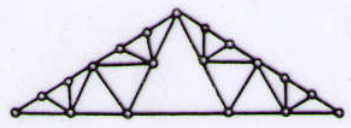


(b) Howe truss

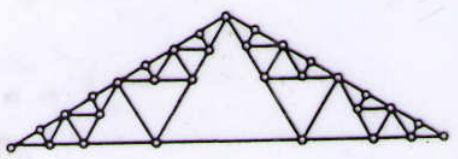
$$\frac{h}{L} \approx \frac{1}{4} \text{ a } \frac{1}{3}$$



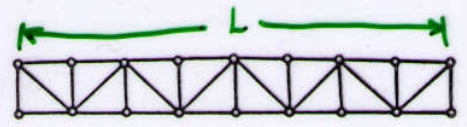
(c) Fink truss



(d) Fan Fink truss



(e) Compound Fink truss



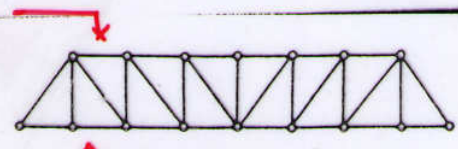
(f) Warren truss

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{12} \text{ a } \frac{1}{8}$$

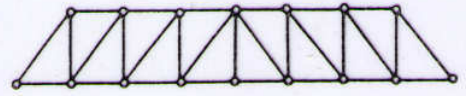
# Enrejados de puente

En este tipo de enrejado las cargas de tránsito existentes pueden ligarse a la cuerda inferior a la superior o estar entre ambas cuerdas.

cuerda superior

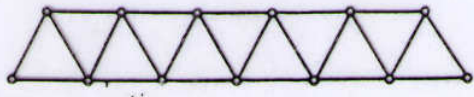


(a) Pratt truss

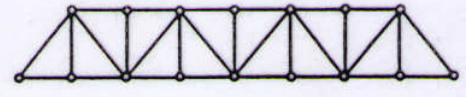


(b) Howe truss

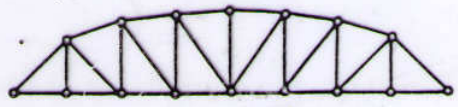
cuerda inferior



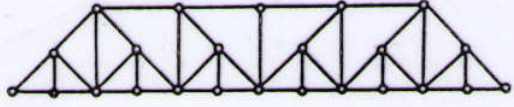
(c) Warren truss



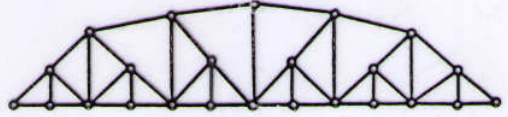
(d) Warren with verticals



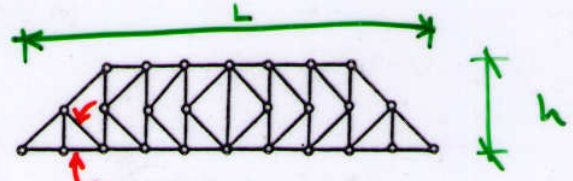
(e) Parker truss



(f) Baltimore truss



(g) Petit or Pennsylvania truss



(h) K truss

Para puentes de largo moderado, un diseño económico está relacionado con valores de:

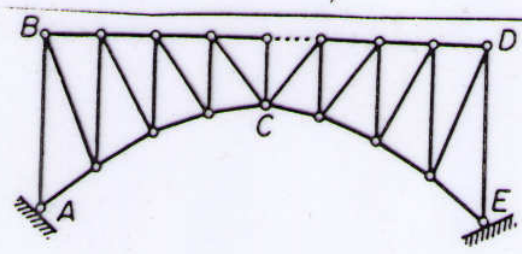
- $\frac{h}{L} \approx \frac{1}{10}$  a  $\frac{1}{5}$
- $\theta \approx 45^\circ$  a  $60^\circ$  (pendiente de las diagonales)

La curvatura del tipo (e) permite alcanzar largos mayores, lo que puede economizar en materiales, pero encarecer en fabricación y mano de obra.

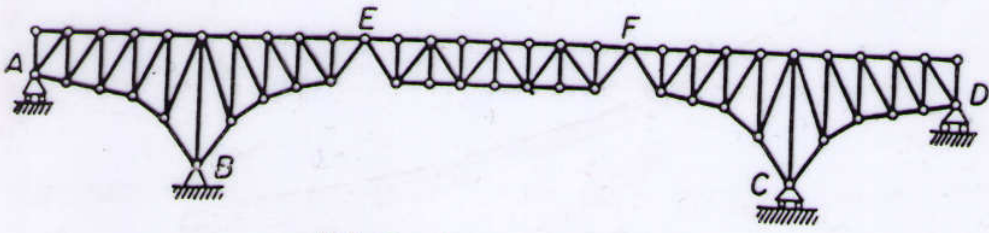
Si el sistema de piso del puente se puede alivianar pueden usarse enrejados con paneles subdivididos como en (f) y (g).

# • Enrejados de grandes luces

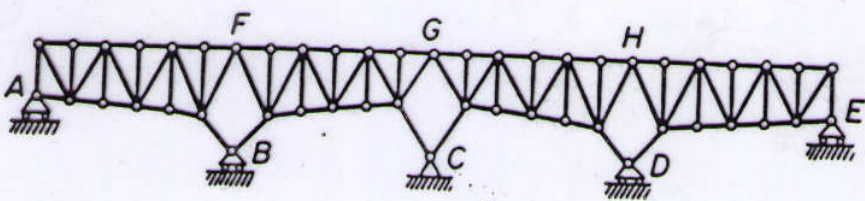
Los sistemas de cuerdas inclinadas o arqueadas permiten tener luces mayores, al igual que la existencia de una serie de soportes, ya sean estos por medio de columnas o cables.



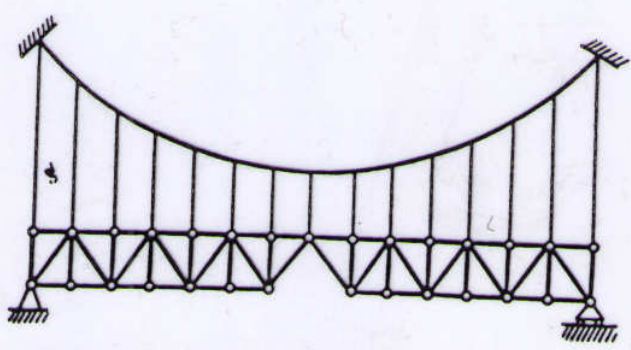
(a) Arch truss



(b) Cantilever truss



(c) Wichart truss



(d) Suspension bridge with stiffening truss

# Resolución de Enrejados

## • Método de los nudos

Este consiste en aislar, por medio de diagramas de cuerpo libre, cada uno de los nudos del enrejado para determinar los esfuerzos de este.

Para simplificar el análisis es conveniente realizar este procedimiento primeramente en los nudos con menos incógnitas, es decir, con menor número de barras.

Para el ejemplo :

$$\sum M_a: -80 V_h + 20 \cdot (60 + 40 + 20) + 50 \cdot 25 = 0 \Rightarrow V_h = 45,6^{tf}$$

$$\sum F_x: -H_a + \frac{3}{5} \cdot 50 = 0 \Rightarrow H_a = 30^{tf}$$

$$\sum F_y: -V_a - 45,6 + 3 \cdot 20 + \frac{4}{5} \cdot 50 = 0 \Rightarrow V_a = 54,4^{tf}$$

Comenzamos con el nudo A, ya que presenta sólo dos fuerzas (esfuerzos) desconocidas.

Nudo A

$$\sum F_x: F_{ab} - \frac{4}{5} F_{ac} - 30 = 0$$

$$\sum F_y: 54,4 - \frac{3}{5} F_{ac} = 0$$

$$\Rightarrow F_{ac} = 90,6^{tf} \text{ (en compresión)}$$

$$F_{ab} = 102,5^{tf} \text{ (en tracción)}$$

Notar que la ecuación de momento es irrelevante

### Nudo B (3 barras, 1 conocida)

$$\Sigma F_x: F_{bc} - 102,5 = 0 \Rightarrow F_{bc} = 102,5^{tt} \quad (\text{tracción})$$

$$\Sigma F_y: F_{bc} - 20 = 0 \Rightarrow F_{bc} = 20^{tt} \quad (\text{tracción})$$

### Nudo C (4 barras, 2 conocidas)

$$\Sigma F_x: \frac{3}{5} \cdot 50 - \frac{4}{5} F_{cd} - \frac{4}{5} F_{ce} + \frac{4}{5} \cdot 90,6 = 0$$

$$\Rightarrow F_{cd} + F_{ce} = 128,3^{tt}$$

$$\Sigma F_y: \frac{3}{5} \cdot F_{ce} - \frac{3}{5} F_{cd} - \frac{4}{5} \cdot 50 - 20 + \frac{3}{5} \cdot 90,6 = 0$$

$$\Rightarrow F_{ce} - F_{cd} = 9,3^{tt}$$

$$\therefore F_{cd} = 59,5^{tt} \quad (\text{compresión})$$

$$F_{ce} = 68,8^{tt} \quad (\text{compresión})$$

### Nudo D

$$\Sigma F_x: \frac{4}{5} \cdot 59,5 - \frac{4}{5} \cdot F_{dg} = 0$$

$$\Sigma F_y: \frac{3}{5} \cdot 59,5 + \frac{3}{5} F_{dg} - F_{de} = 0$$

$$\Rightarrow F_{dg} = 59,5^{tt} \quad (\text{compresión})$$

$$F_{de} = 71,4^{tt} \quad (\text{tracción})$$

### Nudo E

$$\Sigma F_x: -102,5 + F_{ef} + \frac{4}{5} \cdot 68,8 - \frac{4}{5} F_{eg} = 0$$

$$\Sigma F_y: 71,4 - 20 - \frac{3}{5} \cdot 68,8 - \frac{3}{5} F_{eg} = 0$$

$$\Rightarrow F_{eg} = 16,8^{tt} \quad (\text{compresión})$$

$$F_{ef} = 61,0^{tt} \quad (\text{tracción})$$

Nudo F

$$\sum F_x : -61 + F_{fh} = 0 \Rightarrow F_{fh} = 61 \text{ (tracción)}$$

$$\sum F_y : F_{fg} - 20 = 0 \Rightarrow F_{fg} = 20 \text{ (tracción)}$$

Nudo G

$$\sum F_x : \frac{4}{5} \cdot 59,5 + \frac{4}{5} \cdot 16,8 - \frac{4}{5} F_{gh} = 0$$

$$\sum F_y : -\frac{3}{5} \cdot 59,5 + \frac{3}{5} \cdot 16,8 + \frac{3}{5} F_{gh} - 20 = 0$$

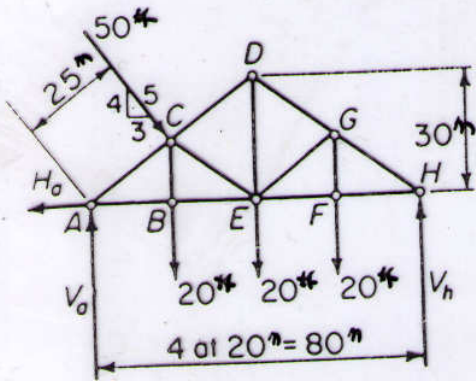
$$\Rightarrow F_{gh} = 76,0 \text{ (compresión)}$$

Notar que las dos ecuaciones anteriores son equivalentes

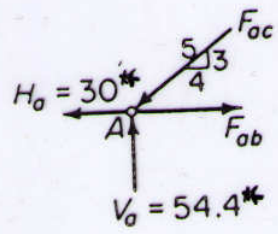
Nudo H

todas las incógnitas han sido resueltas, estas ecuaciones pueden servir para un chequeo.

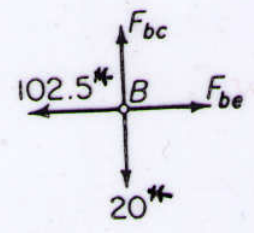
Ej: Determinar los esfuerzos del enrejado



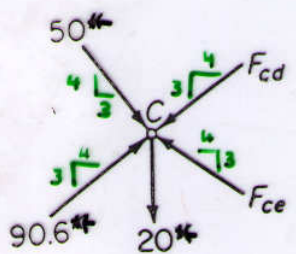
(a)



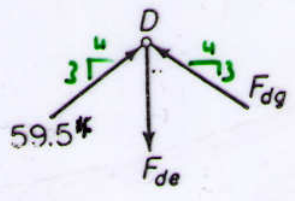
(b)



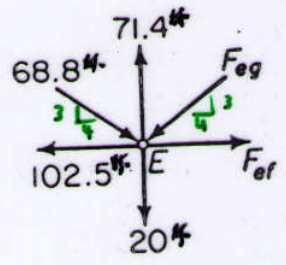
(c)



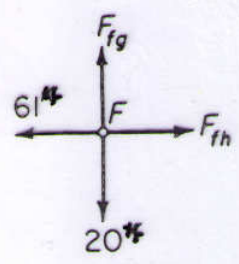
(d)



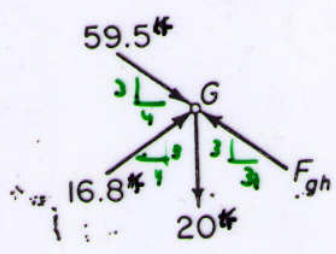
(e)



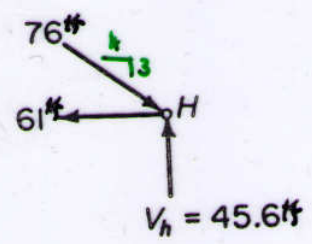
(f)



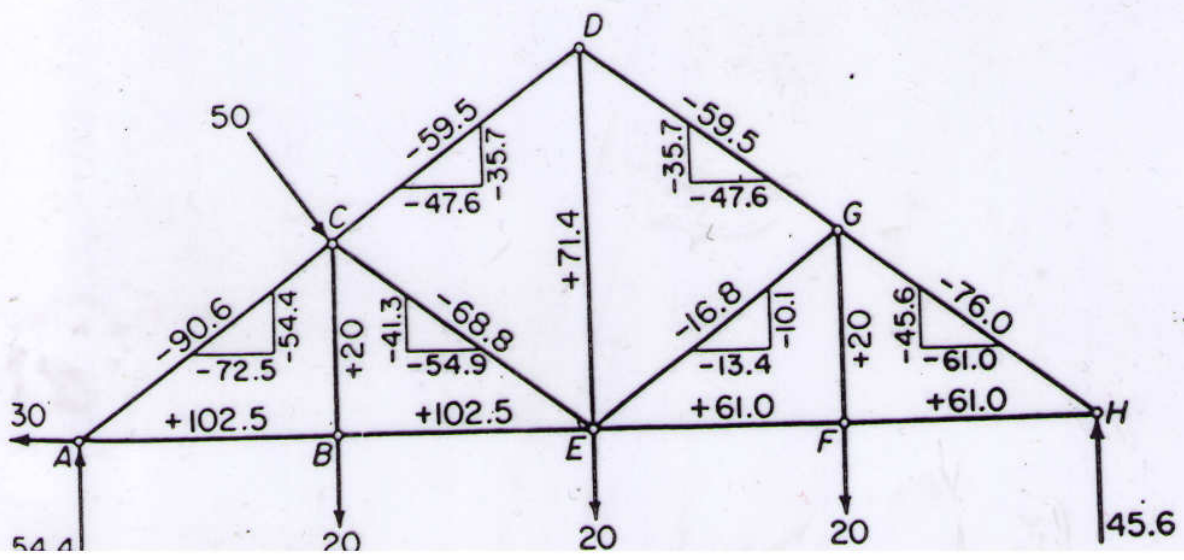
(g)



(h)



(i)

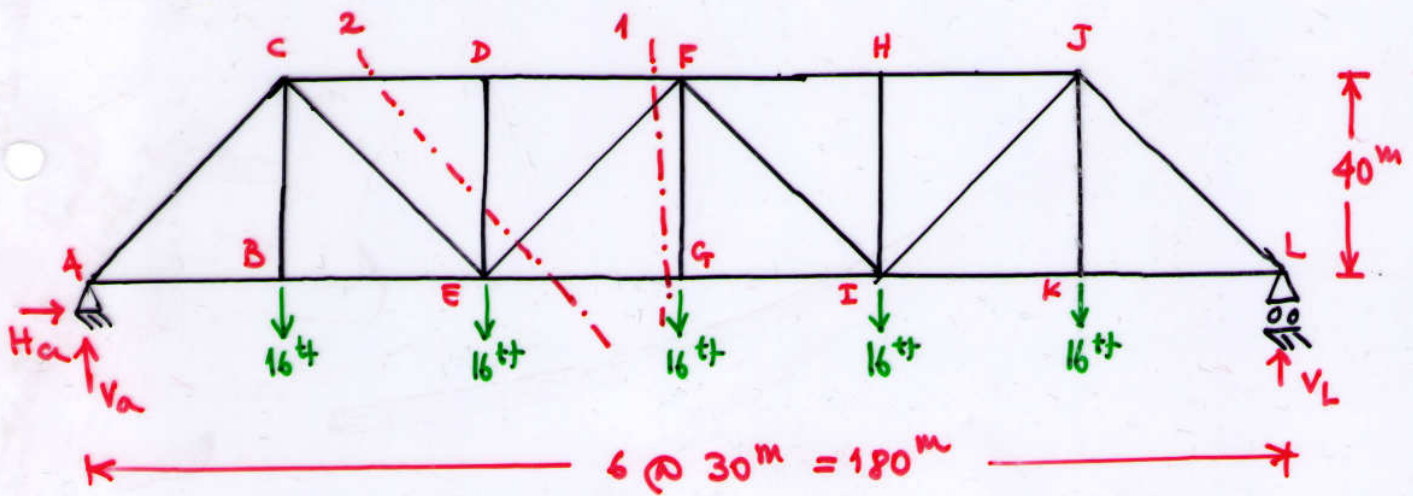




# Método de las secciones

Resolución de enrejados por medio de la aislación de secciones del enrejado. Este análisis suele ser conveniente en el análisis de enrejados simples.

Ej.: Determinar los esfuerzos axiales del enrejado.



Reacciones:

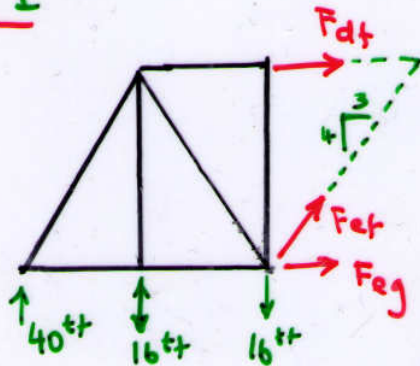
$$H_a = 0$$

$$V_a + V_L - 16 \times 5 = 0$$

$$V_a = V_L$$

$$\Rightarrow V_a = V_L = 40 \text{ t}$$

Sección 1



$$\sum F_y: \quad 40 - 16 \times 2 + F_{eg} \cdot \frac{4}{5} = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{eg} = -10 \text{ t} \quad (\text{compresión})$$

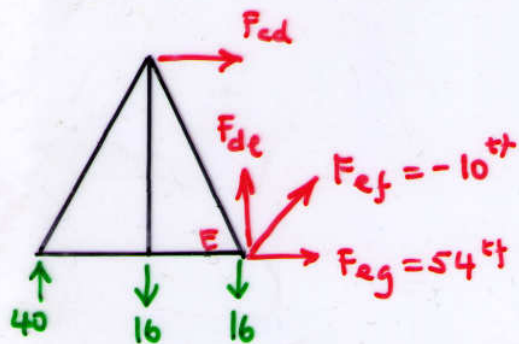
$$\sum M_f : 40 \times 90 - 16 \times (60 + 30) - 40 \cdot F_{eg} = 0$$

$$\Rightarrow F_{eg} = 54^{tt} \text{ (tracción)}$$

$$\sum F_x : F_{df} + F_{eg} + F_{ef} \cdot \frac{3}{5} = 0$$

$$F_{df} + 54 - 10 \cdot \frac{3}{5} = 0 \Rightarrow F_{df} = -48^{tt} \text{ (compresión)}$$

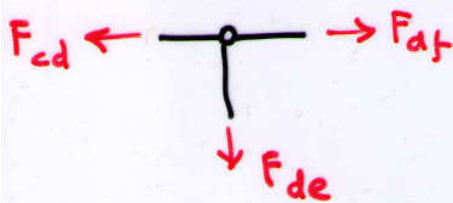
sección 2



$$\sum M_e : 40 \times 60 - 16 \times 30 + 40 \times F_{cd} = 0 \Rightarrow F_{cd} = -48^{tt} \text{ (compresión)}$$

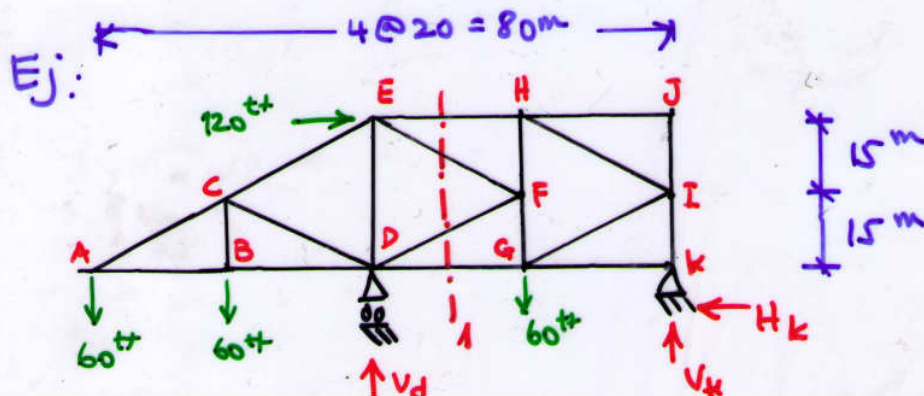
Este último resultado se puede chequear analizando el nudo D.

Nudo D



$$\sum F_x : F_{df} - F_{cd} = 0$$

$$\Rightarrow F_{cd} = F_{df} = -48^{tt}$$



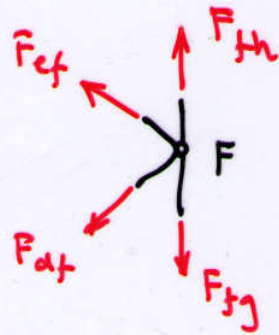
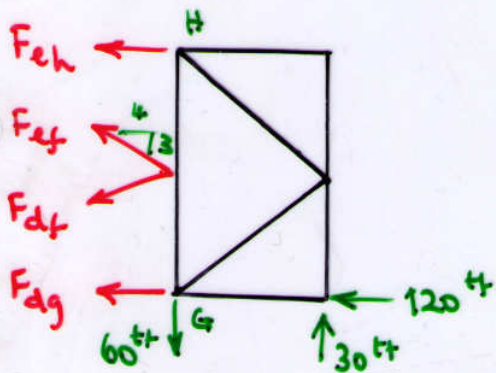
## Reacciones

$$\sum F_x: 120 - H_k = 0 \Rightarrow H_k = 120 \text{ t}$$

$$\sum \Pi_d: 120 \times 30 + 60 \times 20 - 60 \times (40 + 20) - 40 \times V_k = 0 \\ \Rightarrow V_k = 30 \text{ t}$$

$$\sum F_y: V_d - 3 \times 60 + V_k = 0 \Rightarrow V_d = 150 \text{ t}$$

## Sección I



$$\sum F_y: \frac{3}{5} (F_{ef} - F_{df}) + 30 - 60 = 0$$

$$\sum \Pi_G: 30 F_{eh} + 30 \times 20 + \frac{4}{5} F_{ef} \times 15 + \frac{4}{5} F_{df} \times 15 = 0$$

$$\sum \Pi_H: 30 F_{dg} + 120 \times 30 - 30 \times 20 + \frac{4}{5} \times 15 \times (F_{ef} + F_{df}) = 0$$

## Nudo F

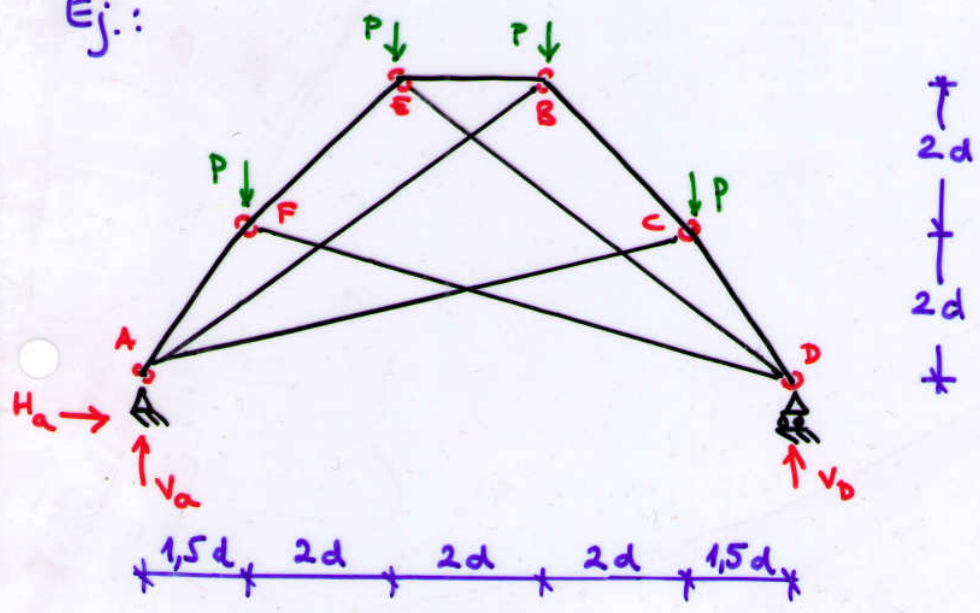
$$\sum F_x: \frac{4}{5} F_{df} + \frac{4}{5} F_{ef} = 0 \Rightarrow F_{df} = -F_{ef}$$

$$\therefore \begin{aligned} F_{df} &= -25 \text{ t} \\ F_{ef} &= 25 \text{ t} \\ F_{eh} &= -20 \text{ t} \\ F_{dg} &= -100 \text{ t} \end{aligned}$$

# Enrejados Compuestos

En general, los enrejados compuestos, para ser analizados debe aplicarse el método de las secciones.

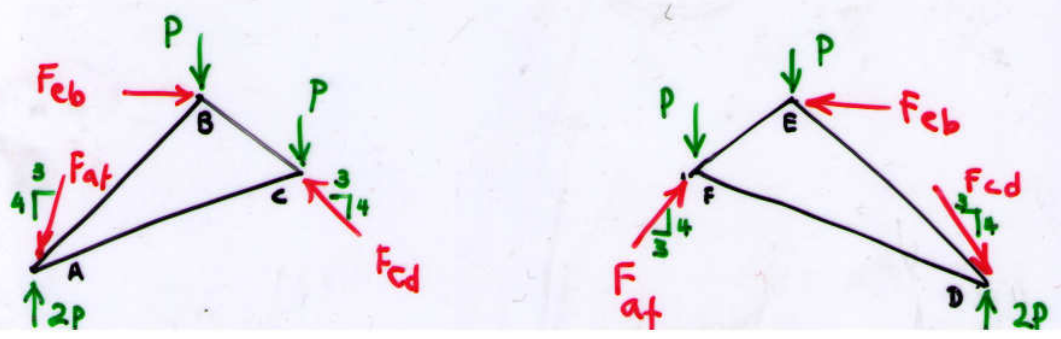
Ej.:



$$\begin{aligned} \sum F_x : H_a &= 0 \\ \sum F_y : V_a &= V_d = 2P \end{aligned}$$

Si se analizara la estructura sólo por medio del método de los nudos, deberían establecerse una serie de ecuaciones, sin poder resolver la estructura en cada nodo en forma aislado, ya que en cada uno de ellos llegan más de dos bielas.

Analizando las estructuras simples :



$$\sum F_y: 2P - P - P + \frac{4}{5} F_{cd} - \frac{4}{5} F_{af} = 0 \Rightarrow F_{af} = F_{cd}$$

$$\sum F_x: F_{eb} - \frac{3}{5} F_{af} - \frac{3}{5} F_{cd} = 0$$

$$\sum M_a: (5,5d + 7,5d) \times P + 4d \times F_{eb} - 7,5d \times \frac{4}{5} F_{cd} - 2d \times \frac{3}{5} F_{cd} = 0$$

$$\Rightarrow F_{af} = F_{cd} = 5,41P$$

$$F_{eb} = 6,5P$$

Conocidos estos esfuerzos, los demás esfuerzos de la estructura pueden ser resueltos a partir del método de los nodos.

## Principio de los trabajos virtuales

### • desplazamientos virtuales

El principio parte de la base de que:

- si una fuerza  $\vec{P}$  es desplazada  $\vec{\delta s}$  el trabajo es  $W = \vec{P} \cdot \vec{\delta s}$   
si el desplazamiento es en la dirección de la fuerza:  $W = P \cdot \delta s$
- si un momento  $\vec{M}$  es rotado  $\delta \varphi$  el trabajo es:  $W = \vec{M} \cdot \delta \vec{\varphi}$   
si la rotación es en la dirección del momento:  $W = M \cdot \delta \varphi$

consideremos un sistema de fuerzas

$\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_n$  con resultante  $\vec{P}_r$ . Si al sistema se le aplica un desplazamiento  $\vec{\delta s}$  en la dirección de la resultante  $\vec{P}_r$ , el trabajo realizado por cada una de las fuerzas  $P_i$ , sumado, equivale al realizado por la resultante.