

Índice general

VII. PROBLEMAS ADICIONALES	389
VIII. CINEMATICA	389
VIII. MOVIMIENTO CIRCULAR	396
VIII. DINAMICA Y CONSERVACION DEL MOMENTUM	398
VIII. GRAVITACION	411

Capítulo VIII

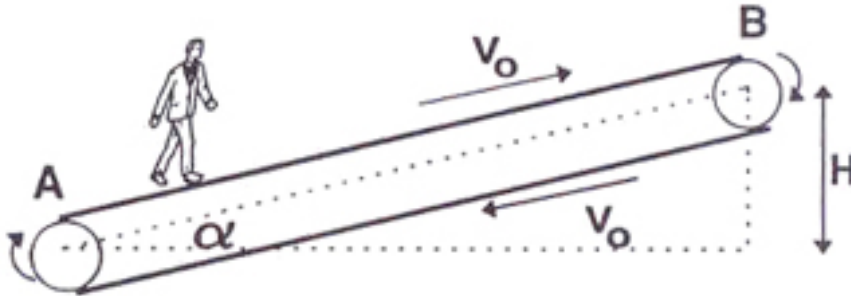
PROBLEMAS ADICIONALES

VIII.1. CINEMATICA

- 1.– Al pie de una cuesta, un automovilista hace sonar su bocina. Un observador en la cima, la escucha τ segundos más tarde. Si el monito que cuelga del espejo retrovisor interno, forma un ángulo α con el techo del automóvil, ¿qué altura tiene la cima? Suponga que el camino es recto.
- 2.– Durante una tormenta, un hombre ve un relámpago y τ segundos más tarde escucha el trueno correspondiente. ¿A qué distancia ocurrió la descarga eléctrica? Considere dos casos: la velocidad de la luz es infinita y el valor usual, 300.000 Km/s.
- 3.– Una persona de altura h , camina con velocidad constante, v , bajo un poste de luz de altura H . ¿Con qué velocidad se mueve el extremo de su sombra? Analice el caso $h = H$.
- 4.– En una calle hay n semáforos, sincronizados y separados entre sí por una distancia d . En cada uno de ellos la duración de la luz verde es de τ segundos. Un automóvil que viaja con velocidad v_o cruza el primer semáforo justo cuando cambió a luz verde, y la misma condición se cumple cuando cruza el segundo semáforo, el tercero, etc. Es decir, a esa velocidad el automóvil pasará todos los semáforos en verde, sin necesidad de cambiar su velocidad.
 - a) Calcular la velocidad mínima y la velocidad máxima que debe llevar el auto para poder pasar con luz verde los n semáforos.
 - b) Si n es infinito, demuestre que la única velocidad a la cual debe viajar el auto para no detenerse es v_o .

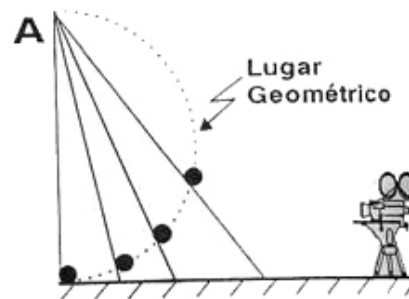
- 5.– En la investigación de un accidente, la policía encontró en el pavimento huellas de neumáticos, en una extensión de 180 m de longitud. Fueron dejadas por un Porsche 928 en un desesperado esfuerzo para evitar la colisión con un Ferrari 308 GTO . También quedó establecido que la desaceleración del Porsche no pudo ser menor que 0,6 veces la aceleración de gravedad, de acuerdo a los valores tabulados para la fricción entre neumático y pavimento.
Determine si, justo antes del accidente, el Porsche viajaba a exceso de velocidad. La velocidad máxima permitida en la autopista es de 150 Km/h.
- 6.– En una carretera, un vehículo viaja con una rapidez de v_1 m/s. Al tomar una curva cerrada, advierte que a una distancia d , viaja una carreta tirada por un caballo, a una razón de v_2 m/s.
- a) Si la máxima desaceleración que puede lograr es a [m/s²], demuestre que para evitar el choque, se debe cumplir la siguiente relación: $d > \frac{(v_1 - v_2)^2}{2a}$.
- b) *Estime su tiempo de reacción*, e incluya este factor en el cálculo anterior.
- 7.– Un muchacho lanza una piedra verticalmente al río, con una rapidez inicial V_o y aceleración g .
Este alumno recuerda brumosamente que la distancia que recorre la piedra en un tiempo t está dada por: $d = a + bt + ct^2$, donde a, b y c son constantes que no puede identificar. Si $t = 0$ es el instante de lanzamiento de la piedra:
- a) Escriba el vector posición, $\vec{r}(t)$, para cualquier instante t , en función de las constantes a, b y c.
- b) Escriba el vector velocidad inicial y el vector aceleración de la piedra.
- c) Utilice la respuesta de la parte a), para calcular la velocidad y la aceleración instantánea de la piedra. Obténgalas usando su definición matemática.
- d) Analizando sus respuestas anteriores, determine el valor de las constantes a, b y c de la expresión inicial. Reemplace estos valores en a).
- e) Calcule el tiempo que la piedra tarda en llegar al río, en función de h , V_o , y g . Verifique que su respuesta es dimensionalmente correcta.
En lo sucesivo considere: $h = 24 \text{ m}$ y $g = 10 \text{ m/s}^2$.
- f) Ahora, suponga que este alumno lanza la piedra hacia arriba con velocidad inicial 10 m/s . Calcule el tiempo que demora la piedra en volver al punto de partida.
- g) Calcule la velocidad de la piedra cuando pasa frente a él. Comente.
- h) Determine el tiempo total que demora la piedra en llegar al río. Contabilice el tiempo a partir del instante de lanzamiento. ¿Cuál es la velocidad final de la piedra?

- i) Del valle sube un helicóptero con velocidad uniforme $u = 10$ m/s. ¿Cuál es la velocidad inicial de la piedra, vista por este piloto?
- j) ¿Cuánto tarda la piedra en llegar al río, según el piloto? Comente.
- 8.– Un cuerpo penetra verticalmente en la atmósfera terrestre. Debido al roce con el aire, su aceleración no es constante y depende de la velocidad de acuerdo con la expresión siguiente: $a(t) = g - kv(t)$, en que g es la aceleración de gravedad y k , una constante.
 Describa *cuálitativamente* el movimiento de la partícula. Por ejemplo, indique cómo evoluciona la velocidad, tomando el movimiento en ausencia de roce como referencia. ¿Cuál es la máxima velocidad que puede alcanzar? Justifique sus respuestas.
- 9.– Un malabarista desea mantener tres manzanas en el aire, lanzando una cada 0,5 segundos. ¿Con qué componente vertical de la velocidad debe lanzarlas?
- 10.– Un avión A , que mantiene una rapidez v , vuela en línea recta y horizontal. En cierto instante, se encuentra a punto de ser alcanzado por otro avión B , que mantiene una rapidez $2v$. Para escapar, A describe una circunferencia en un plano horizontal, con el menor radio posible. Se sabe que la máxima aceleración que puede soportar un piloto es $5g$.
 Por simplicidad, suponga que ambos aviones toman su nueva trayectoria simultáneamente y en el mismo punto del espacio. Calcule la distancia entre A y B , cuando A completa media vuelta.
- 11.– La brújula de un barco indica que la proa apunta al Norte. La corredera, señala que su velocidad respecto al agua es de 20 nudos (es decir, 20 millas náuticas/hora, con 1 milla náutica = 1854,4 m). Si existe una corriente de 5 nudos hacia el Este:
 a) ¿Cuál será la velocidad del barco con respecto a la Tierra?
 b) ¿En qué dirección debe fijar su rumbo para dirigirse hacia el Norte? ¿Cuál será, en este caso, su velocidad tomando a la costa como referencia?
- 12.– Los buses Santiago–Viña del Mar, realizan el trayecto de ida a 110 Km/h, y retornan a 90 Km/h. ¿Cuál es la rapidez media con que estos buses realizan el trayecto de ida y vuelta?
- 13.– La cinta de la Figura, se mueve con velocidad uniforme V_o .
 a) Una persona se ubica en el extremo A de la cinta, permaneciendo estática sobre ella. ¿Cuánto demora en llegar a B ?
 b) Suponga que esta persona comienza a caminar con una velocidad relativa a la cinta de μ_o m/s. ¿Qué tiempo requiere para ir de A a B ? ¿Cuánto escaló con su propio esfuerzo?



- 14.- Una compuerta deslizante D , se cierra con velocidad constante u . A una distancia d del plano que define la compuerta, se ubica un cañón que dispara proyectiles que se mueven con velocidad constante v , como se indica en la Figura. Cuando el borde de la compuerta se encuentra a una distancia l de la línea de disparo del cañón, éste comienza a disparar.
- Sabiendo que entre cada disparo transcurre un tiempo τ , calcule cuántos proyectiles alcanzarán a cruzar antes que la compuerta los detenga.
 - ¿Cuántos proyectiles alcanzarán a cruzar, si $v = 550$ m/s, $\mu = 10$ m/s, $d = 100$ m, $l = 10$ m y $\tau = 0,1$ s?

- 15.- Imagine una infinidad de planos, todos con un punto en común y distinta inclinación –incluyendo uno vertical– como muestra la Figura. Desde el punto A se sueltan, *simultáneamente*, un conjunto de partículas, de forma que deslice una bolita por cada plano inclinado que exista. En el instante en que la partícula correspondiente al plano vertical, toca el suelo, se fotografía el conjunto.



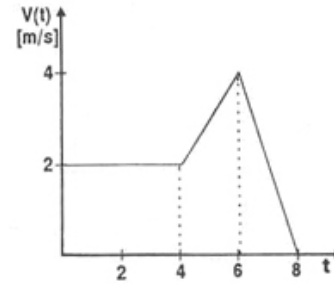
Encuentre la ecuación de la curva –o, el lugar geométrico–, que cruza por la posición que ocupa cada una de las partículas en el instante en que se fotografió. Piense que la partícula que se abandonó en el plano horizontal, aún se encuentra en su posición inicial –el punto A –, pues no tiene ninguna aceleración ni tampoco velocidad inicial.

- 16.- Se lanza verticalmente hacia arriba una pelota, con velocidad inicial: V_0 . Desde el mismo lugar, pero τ segundos después, se envía, en la misma dirección y sentido,

una segunda pelota con velocidad inicial V_1 . Determine cuánto tiempo transcurre antes que se encuentren. Contabilice el tiempo desde la salida de la segunda pelota.

17.– Para el gráfico $v-t$ de la Figura determine:

- Entre qué instantes la velocidad permanece constante.
- Señale el intervalo de tiempo en el cual el movimiento es uniformemente acelerado. Dibuje el diagrama $a-t$.
- En qué instante el móvil se detiene.
- Calcule la distancia total recorrida entre $t=0$ y $t=8$ s. Dibuje el diagrama $x-t$.



- Calcule la velocidad media para todo el trayecto.

18.– La línea de buses Santiago–San Antonio ha instaurado un sistema de inspectores en ruta, para controlar los boletos de los pasajeros. Su forma de operar es la siguiente: los inspectores deben tomar un bus en algún punto de la carretera, revisar los pasajes, bajarse y cruzar a la pista contraria, y allí deben abordar un bus que viaje en sentido opuesto, y repetir la operación...y así sucesivamente.

Un inspector demora, en promedio, t_1 s, para cumplir con su labor. El trayecto Santiago–San Antonio tiene un largo d , que los buses cubren en una velocidad promedio v_o . Los buses salen, de ambos terminales, a intervalos de tiempo T_o , con $T_o \gg t_1$.

- ¿Cuántos inspectores necesita la compañía para controlar el pasaje en todos los buses?
- ¿Existen datos innecesarios en el enunciado de este problema?

19.– Suponga que en un día de lluvia una persona se ve forzada a dirigirse desde su oficina a otro edificio relativamente cercano. Explique, cómo debe hacer el trayecto, corriendo o caminando, si desea mojarse lo menos posible.

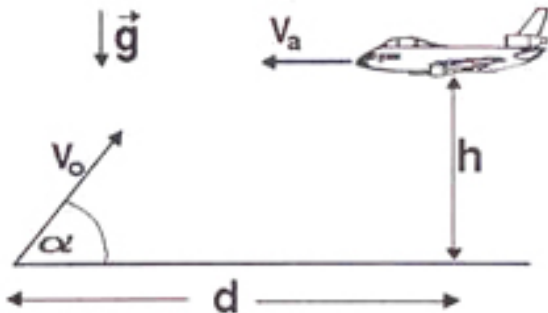
Para tomar una decisión, estudie qué sucede con una caja rectangular que se mueve con una velocidad uniforme V , cuya superficie frontal –aquella que enfrenta a la lluvia– es A_f , y la superior es A_s .

La lluvia cae con velocidad uniforme U , y posee una densidad de ρ_o gotas/cc.

- a) ¿Cuál es el número de gotas que caen sobre A_s y A_f ?
- b) ¿Suponiendo que este es un modelo razonable para una persona que tiene que exponerse bajo la lluvia: qué decisión conviene adoptar: camina o corre?

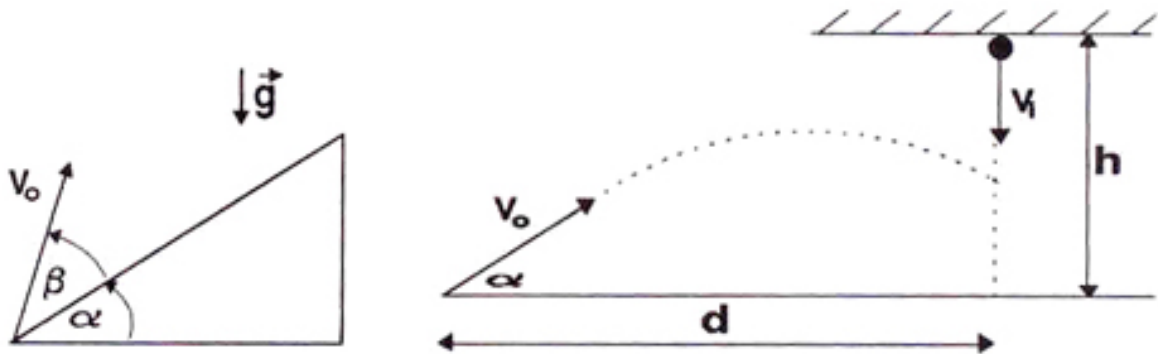


- 20.- En las películas de vaqueros, es frecuente ver que las ruedas de las diligencias –en plena marcha– permanecen estáticas e incluso giran en sentido opuesto al esperado. Explique el origen de este hecho, recordando que la película está constituida por un conjunto de fotografías que se proyectan a razón de 24 tomas por segundo. Si las ruedas de la diligencia tienen un radio r y constan de n rayos, simétricamente distribuidos, calcule la velocidad mínima de la diligencia para que las ruedas aparezcan detenidas en la película.
- 21.- Un avión que viaja con velocidad v_a y a una altura h , se encuentra a una distancia d de un cañón antiaéreo que intenta derribarlo. La potencia de este cañón le permite lanzar sus proyectiles con una velocidad inicial v_o . En las condiciones señaladas, ¿qué ángulo debe adoptar el cañón, para destruirlo? ¿Existen limitaciones o es siempre posible derribar el avión? Explique.

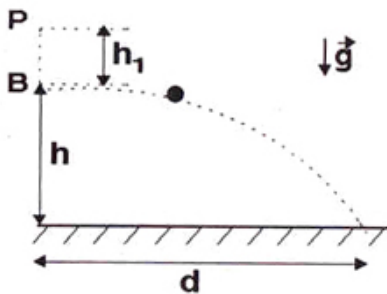


- 22.- a) A mediodía, los punteros de un reloj coinciden. ¿A qué hora se vuelve a repetir esta situación?
- b) Estime el largo del surco de un disco de $33\frac{1}{3}$ rpm, de 20 minutos de duración y cuya zona de grabación empieza a 5 cm del centro.

- 23.- Ariel está lanzando bolitas sobre un plano inclinado, tal como lo indica la Figura. Determine la distancia a la cual caen las bolitas, en función de α , V_o y β .
¿Cuál es el ángulo β que maximiza la distancia calculada anteriormente?
- 24.- Un proyectil es lanzado con velocidad V_o formando un ángulo α con la horizontal. En el mismo instante, se lanza una piedra con velocidad inicial V_i desde una altura h y a una distancia d , del lugar donde se lanzó el proyectil. Calcule la velocidad inicial de la piedra para que ésta choque al proyectil.

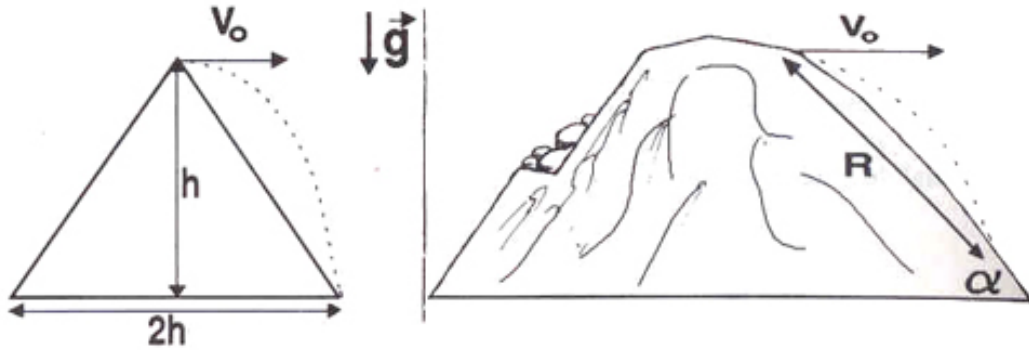


- 25.- Una partícula se deja caer desde el punto P, partiendo del reposo. En B, a una distancia h_1 justo bajo P, la velocidad vertical de la partícula, es transformada instantáneamente, sin variar su magnitud, en una velocidad horizontal. Si la altura de B sobre el piso es h , encuentre la distancia d , a la cual impacta la partícula.



- 26.- Un proyectil se lanza en forma horizontal desde la cima de un cerro de altura h y ancho $2h$. Encuentre:
- La rapidez inicial v_o que se le debe imprimir para que el proyectil llegue justo a la base del cerro.

- b) El ángulo que forma la trayectoria del proyectil, con respecto a la horizontal, en el momento de tocar la base.



- 27.- Un proyectil se dispara horizontalmente, desde la ladera de una montaña, cuya pendiente es α . El proyectil sale con una velocidad inicial de magnitud v_0 en dirección horizontal. Determine el alcance R , sobre el plano de la montaña y calcule el tiempo empleado en recorrerlo.

VIII.2. MOVIMIENTO CIRCULAR

- 28.- Una partícula describe, sobre un plano, una circunferencia de radio R , donde $\vec{r}(t)$, es el vector posición de la partícula:

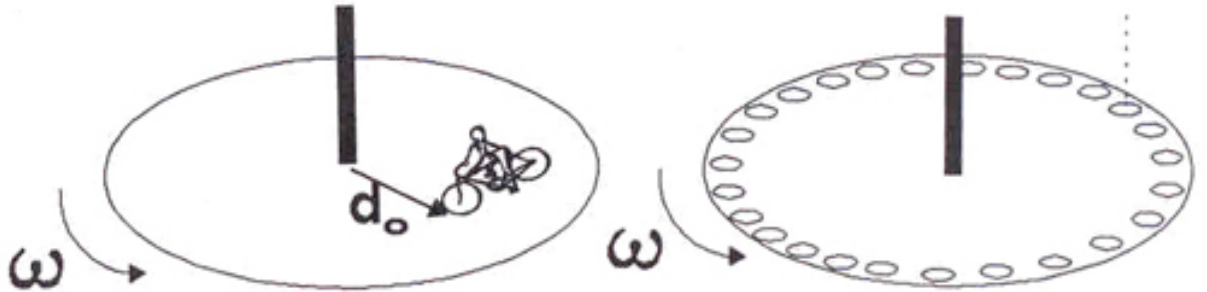
$$\vec{r}(t) = R \cos(\omega t) \hat{i} + R \sin(\omega t) \hat{j}.$$

- Encuentre los valores de las proyecciones de $\vec{r}(t)$ sobre los ejes x e y usando el producto punto.
 - Calcule $\vec{v}(t)$ a partir de $\vec{r}(t)$.
 - Dibuje el vector $\vec{v}(t)$ en un sistema de referencia cuyos ejes coordenadas son paralelos a los de la Figura, pero su origen se ubica en la intersección del eje- x con la circunferencia.
 - Haciendo uso del producto punto, encuentre el módulo de $\vec{r}(t)$ y de $\vec{v}(t)$. Escriba la expresión que los relaciona.
- 29.- En un parque de entretenimientos hay una plataforma circular que gira con velocidad angular ω . Sobre ella, un malabarista montado en una bicicleta gira en sentido

contrario a la rotación de la plataforma, a una distancia d_o del centro.

¿Con qué velocidad deben girar las ruedas de la bicicleta para que permanezca en reposo con respecto a un observador en Tierra?

¿Cómo es su movimiento, si conserva su ritmo de pedaleo, pero se ubica a una distancia $d < d_o$ o $d > d_o$?

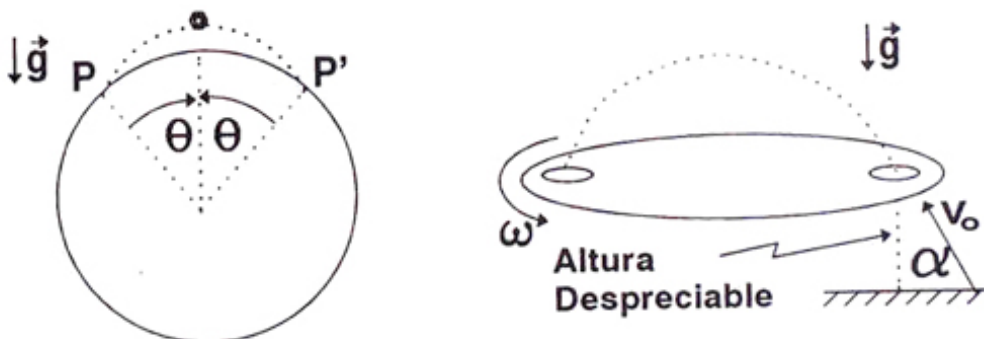


30.- Sobre un disco horizontal que gira con velocidad angular constante ω , se dejan caer bolitas cada τ segundos. En el disco hay n agujeros distribuidos uniformemente.

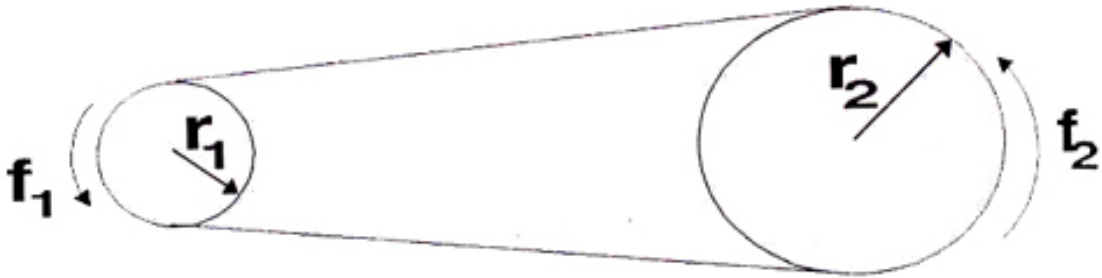
¿Cuál es la velocidad angular mínima, con la cual debe rotar el disco para que las bolitas pasen sin chocar con él?

¿Con qué velocidad debe girar el disco para que las bolitas lo atraviesen saltándose una perforación de por medio?

31.- Una rueda gira con una velocidad angular ω . En un instante dado, desde el punto P se desprende una tuerca. Se observa que cae en el punto P' , señalado en la Figura. Calcule el valor del ángulo θ , medido con respecto a la vertical y que marca el punto donde se desprendió la tuerca.



- 32.– Un disco, que gira con velocidad angular ω constante, tiene un agujero a una distancia d del centro. Desde un punto fijo, ubicado inmediatamente bajo el disco, se lanza una partícula que atraviesa por el agujero. Calcule las condiciones iniciales v_0 y α , que debe tener la partícula, para que al caer, vuelva a cruzar por el agujero, en un punto diametralmente opuesto al del lanzamiento.
- 33.– La Figura muestra dos ruedas de radios r_1 y r_2 , unidas por una correa inextensible.
- Compare las velocidades tangencial y angular, de ambas ruedas.
 - Encuentre una relación entre las frecuencias f_1 y f_2 y los respectivos radios. Esta expresión se denomina ecuación de transmisión.



- 34.– ¿Por qué se ubican las bases de lanzamiento de cohetes espaciales en puntos cercanos a la línea del Ecuador?
- 35.– En la industria es usual contar con máquinas que realizan alguna acción periódica (por ejemplo, remachadoras, sierras circulares, etc.). Por lo general, éstas operan en salas iluminadas con tubos fluorescentes. Considere una sala iluminada con un tubo fluorescente, que por estar alimentado con corriente alterna, de 50 Hz, se apaga y enciende 100 veces por segundo. ¿Qué ocurre si la máquina realiza una tarea repetitiva a razón de 20 veces por segundo?

VIII.3. DINAMICA Y CONSERVACION DEL MOMENTUM

- 36.– Dibuje los diagramas de cuerpo libre (DCL), en los siguientes casos:
- Una masa m sobre una mesa horizontal (Figura 1).

- b) Una partícula de masa m que cae por un plano inclinado sin roce (Figura 2).
- c) Un proyectil de masa m en un instante de su trayectoria considerando la resistencia del aire (Figura 3).
- d) Para las masas m_1 y m_2 de la Figura 4, suponiendo que la cuerda no tiene masa, que es totalmente flexible, inextensible y que no existe roce entre la cuerda y la polea. Discuta los casos $\alpha = 0$ y $\alpha = \pi/2$.
- e) Para la locomotora de juguete de masa m que se mueve con aceleración a sobre un bloque de masa M_B . Debido al roce entre el suelo y el bloque, este último permanece quieto. Dibuje el DCL tanto para la locomotora como para el bloque.



Figura 1

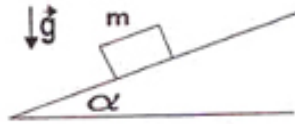


Figura 2

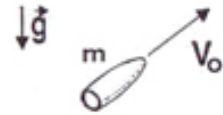


Figura 3

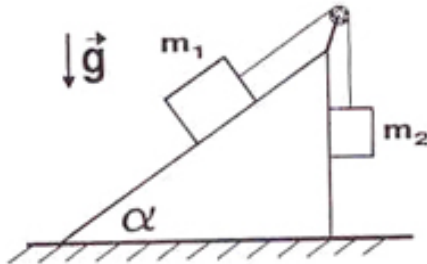


Figura 4

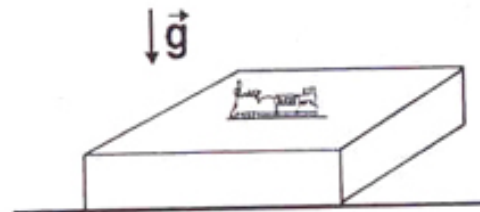
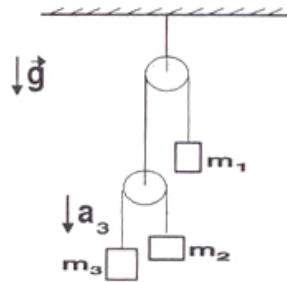


Figura 5

- 37.- Dos suecos, uno gordo de 100 Kg, y el otro flaco de 50 Kg, desean competir tirando de la cuerda. Para esto, se paran sobre la superficie de un lago congelado y marcan una raya horizontal *equidistante* de ambos. El primero que sobrepase la raya perderá. El flaco es exactamente dos veces más forzado que el gordo, por esta razón, está seguro de ganarle. ¿Cuál será el resultado de la competencia? ¿Tiene alguna posibilidad de ganar, el flaco?
- 38.- a) Un vaso lleno de refresco está colocado sobre un mantel en una mesa. Es conocido el hecho que se puede retirar el mantel sin volcar el vaso, a condición de hacerlo con un tirón muy rápido. ¿Cómo explica este fenómeno?

- b) Un alumno está con un vaso de bebida en su boca. En el vaso, diametralmente opuesto a su boca, flota un cubo de hielo. Con el fin de acercarlo a sus labios, este alumno gira el vaso en 180° . ¿Logrará su objetivo?
- 39.– Un astronauta, antes de ser lanzado al espacio, se pesa con una masa m_a y la balanza marca 9.8 N. Al llegar a la Luna, el astronauta toma una piedra lunar de masa m_b , y se pesa con ella *en la misma balanza*, obteniendo una lectura de 9.8 N. Los valores de ambas masas son desconocidos. Para conocer los valores de las masas, el astronauta las cuelga a través de una polea sin roce, y observa que la piedra lunar, m_b , cae con una aceleración de 1.2 m/s^2 . ¿Cuál es el valor de m_a ? La aceleración de gravedad de la Luna es del orden de $1/6$ de la aceleración de gravedad terrestre.
- 40.– En el sistema de masas y poleas

de la Figura, se sabe que la masa m_3 , cae con una aceleración a_3 . Calcule las aceleraciones a_1 y a_2 , de m_1 y m_2 , respectivamente.



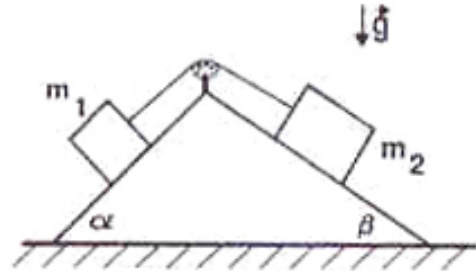
- 41.– Un deportista usa un extintor de masa m , conocida, para desplazarse sobre un lago congelado. Este aparato expelle partículas de gas con velocidad horizontal, constante \vec{v}_o , y a razón de $\phi_o \text{ gr/s}$.

La masa de la persona es M , y se cumple que: $m \ll M$. Considerando que este deportista opera el extintor sin interrupciones:

- Calcule la fuerza que actúa sobre él y el intervalo de tiempo que ella dura.
 - Grafique la velocidad que adquiere, en función del tiempo y calcule además la distancia recorrida en el *doble del tiempo* que demora en vaciarse.
- 42.– Sobre un carro de masa M , que está inicialmente en reposo, se encuentran N personas, todas de igual masa m . En cierto instante, las personas deciden abandonar el carro. Si V es la velocidad con la cual cada persona salta, calcule la velocidad final del carro en los dos casos siguientes:
- si todas las personas saltan en forma simultánea,
 - si saltan en orden, una después de otra. En ambos casos desprecie el roce.

43.- Para el sistema de la Figura,

encuentre una relación entre las masas para que el sistema permanezca en reposo. La polea y las cuerdas, no tienen masa y tampoco considere el roce.



44.- Suponga que usted acaba de explicar el principio de inercia a una persona que no sabe física, pero que tiene sentido común y lo usa. Posiblemente ella (o él), después de escuchar su explicación, objetará este principio con alguno de los argumentos siguientes:

- a) Todos saben que un objeto lanzado paralelamente a la superficie de una mesa pulida, tarde o temprano se detiene.
- b) Para que un automóvil se mueva con velocidad constante, es necesario que el motor trabaje todo el tiempo.
- c) Una piedra abandonada en el aire no permanece estática, de inmediato comienza a caer.
- d) Un papel arrojado por la ventana de un vehículo en marcha, se queda atrás y no sigue al vehículo, como debería ocurrir según el principio de inercia.
- e) Se sabe que los indígenas australianos cazan con un arma arrojadiza, llamada bumerang. Tiene la propiedad que, en caso de fallar en el blanco, regresa y cae a los pies del lanzador.

¿Cómo rebatiría usted cada una de estas objeciones?

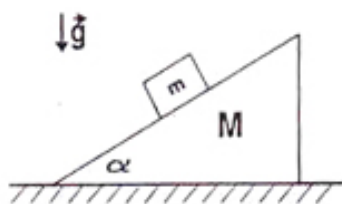


Figura 1

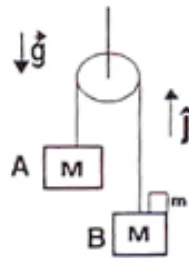


Figura 2

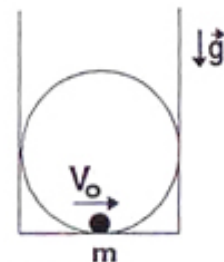


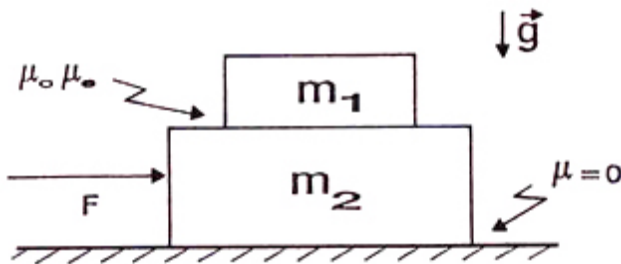
Figura 3

- 45.– a) Determine la aceleración del bloque de masa M (Figura 1), si el roce es despreciable en todo el sistema.
- b) En el sistema de poleas de la Figura 2:
- Si A se mueve con una aceleración $\vec{a}_0 = a_0\hat{j}$, determine la magnitud del sobrepeso m que se encuentra en B .
 - ¿Qué peso debe colocarse en A para que baje con aceleración a_1 ?
- c) La argolla de la Figura 3 está en reposo en el interior de un cilindro de igual radio. Desde el punto más bajo se lanza una bolita de masa m , con velocidad v_0 , tal que siempre esté en contacto con la argolla. Calcule la masa mínima de ésta, para que no se despegue del fondo del cilindro.
- 46.– Un esquimal baja raudamente en su trineo por la ladera de una montaña nevada. Preocupado por su excesiva velocidad, decide deshacerse de algunos de sus bolsos, para disminuir la velocidad de su llegada al plano. ¿Es éste el modo correcto de lograrlo?
- 47.– El coyote ha diseñado un nuevo vehículo para alcanzar al correcaminos. Consiste en fijar un ventilador portátil y una vela al carro. Al funcionar el ventilador, crea un flujo de aire que hinchará a la vela y de esta manera el carro comenzará a moverse con aceleración constante y, al cabo de cierto tiempo, le permitirá tener la velocidad suficiente para cazar al correcaminos.
¿Cree usted que este sistema le dará resultado?
- 48.– Cuando se resuelve un problema de dinámica, nos encontramos con varios tipos de fuerzas. Algunas de éstas aparecen en los ejercicios siguientes:
- a) Si el coeficiente de roce cinético entre el pavimento y los neumáticos de un automóvil es μ_c . ¿Cuál es la distancia mínima necesaria para detener el vehículo, si éste marcha con velocidad V_0 ?
- b) Un bloque se desliza con velocidad constante hacia abajo sobre un plano inclinado. Si este bloque se lanza hacia arriba, en el mismo plano, con una velocidad V_0 , ¿qué distancia recorre antes de detenerse? Calcule con qué aceleración se deslizaría hacia abajo si aumenta la inclinación del plano.
- c) Un bloque de masa m está sobre un plano inclinado. Si se empuja mediante una fuerza horizontal, \vec{F} , ¿cuál debe ser la magnitud de esta fuerza para que el bloque suba con velocidad constante?
Muestre que en un plano, existe un ángulo de inclinación crítico, más allá del cual es imposible hacer subir un bloque mediante una *fuerza horizontal*, cualquiera sea su magnitud.

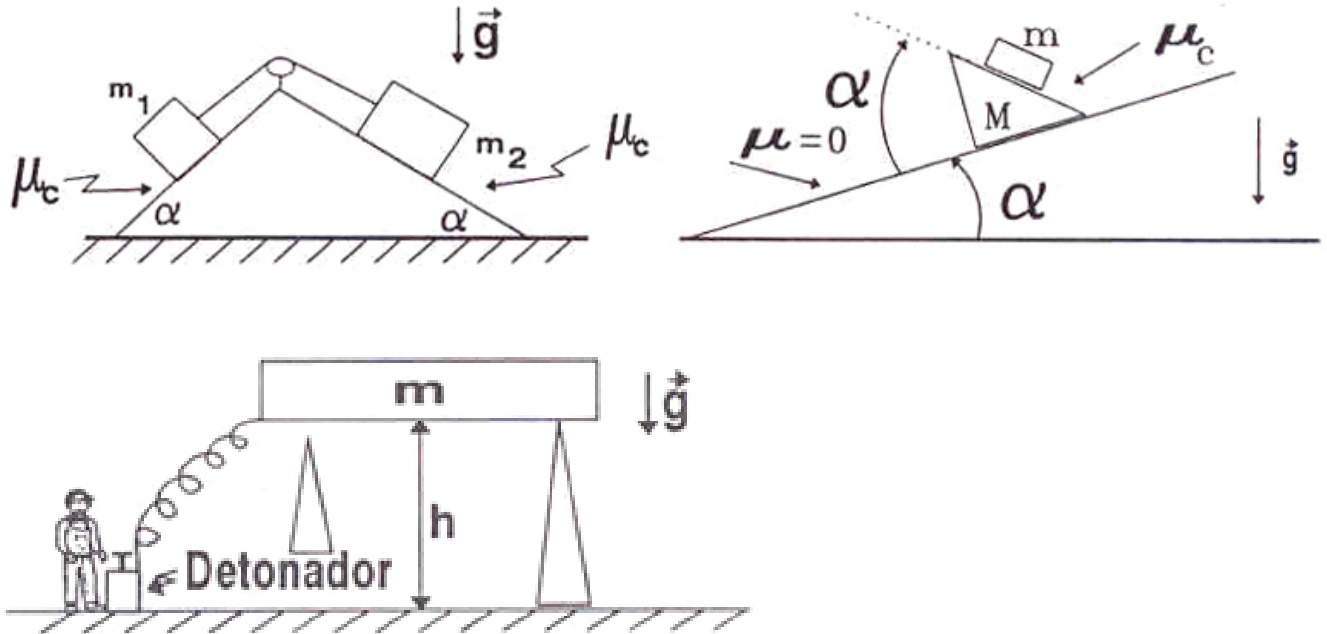
d) Un bloque de masa m reposa a causa del roce, sobre la superficie de un plano inclinado en un ángulo α .

Si el coeficiente de roce cinético entre ambas superficies es μ_c y el coeficiente de roce estático es μ_e , determine la máxima inclinación del plano que permite que la masa m permanezca en reposo.

- 49.- Entre los bloques m_1 y m_2 , existe un coeficiente de roce estático μ_e y cinético μ_c . El piso es una superficie con roce despreciable, de modo que m_2 resbala sobre ella:
- ¿Cuál es la fuerza F máxima que se puede aplicar al bloque de masa m_2 tal que la masa m_1 no resbale?
 - Si se aplica una fuerza $2F_{max}$, el bloque de masa m_1 comienza a resbalar. ¿Cuánto tiempo transcurre desde que se aplica la fuerza hasta que el bloque comienza a caer?

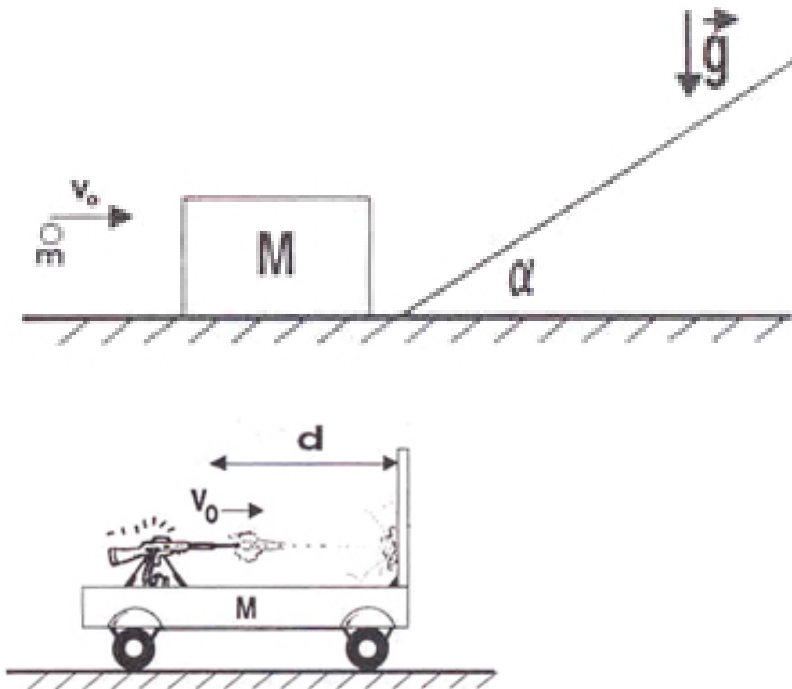


- 50.- En el sistema de la Figura, la cuña de masa M , resbala sin roce sobre el plano inclinado. Sin embargo, entre la masa m y la cuña, existe un coeficiente de roce cinético μ_c . La configuración se diseñó de tal forma que, visto desde la Tierra, el bloque de masa m desciende verticalmente.
- Encuentre las ecuaciones de fuerza para ambas masas y calcule el valor de μ_c , que posibilita este movimiento.
 - Determine el valor de la aceleración de la cuña.
- 51.- La Figura muestra dos planos inclinados adyacentes, ambos forman un ángulo α con la horizontal. Sobre cada uno de ellos, se encuentra un bloque, m_1 y m_2 , unidos por una cuerda ideal. Entre cada masa y el plano respectivo existe un coeficiente de roce cinético μ_c . Si el bloque de masa m_1 desciende con velocidad constante V_o , determine la relación entre las masas.
- 52.- Sobre un soporte horizontal a una altura h del suelo, se encuentra un bloque de masa m . En su interior se depositó un explosivo con el objeto de romperlo. Al



detonarlo, el bloque se quiebra en dos partes –no necesariamente iguales– que son lanzadas en dirección horizontal y en sentidos opuestos. Al chocar con el piso, las dos esquirlas se incrustan en él. Demuestre que las distancias desde el punto de incrustación hasta el pie del soporte son inversamente proporcionales a las masas de las esquirlas. Desprecie la longitud del bloque frente a la distancia que viajan las esquirlas.

- 53.– Aldo y su hermano Pablo están patinando sobre una laguna congelada. A mediodía, Aldo se detiene para abrir el paquete de su almuerzo, repentinamente se da cuenta que Pablo se aproxima directamente hacia él con una rapidez V . Antes del impacto, Aldo alcanza a lanzar a su hermano, el paquete –que suponemos viaja en dirección horizontal– y éste lo atrapa en el aire. Si ambos tienen la misma masa M , calcule el valor mínimo de la rapidez con la cual Aldo debe lanzar el paquete, de masa m , para que su hermano no choque con él.
- 54.– En base al mecanismo de la Figura, proponga una relación algebraica, que permita conocer la velocidad de un proyectil de masa m . Este se dispara contra el bloque de masa M , se incrusta en él, y ambos ascienden por el plano inclinado, sin roce, hasta alcanzar una cierta altura máxima h , donde se detiene.
- 55.– Una ametralladora está fija a una plataforma de masa M , que puede deslizarse sin



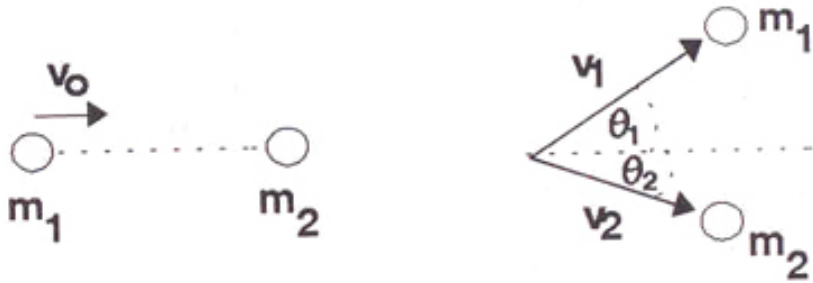
roce, sobre una superficie horizontal. La ametralladora dispara n balas por segundo sobre un blanco que las absorbe, situado a una distancia d y que permanece, también, unido a la plataforma.

La masa de cada bala es m y salen del arma con una velocidad inicial v_0 .

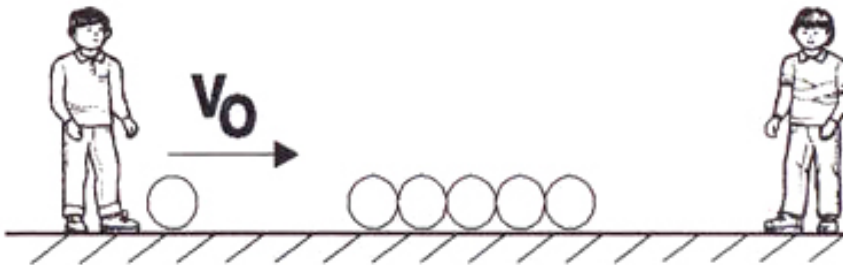
a) ¿Es posible que la plataforma se mueva? Considere el tiempo que demora la primera bala en llegar al blanco. ¿Varía la velocidad de la plataforma en dicho intervalo de tiempo?

b) Determine la velocidad de la plataforma para cualquier instante de tiempo.

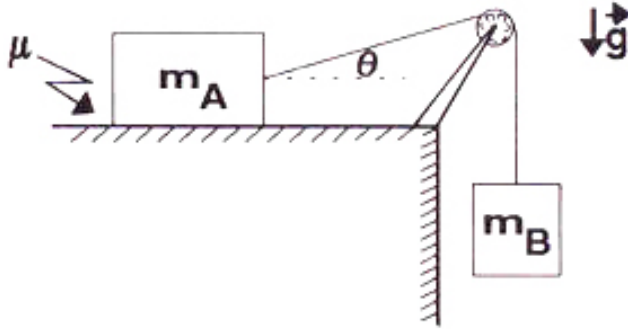
56.- Calcule la velocidad final de cada una de las partículas, en el choque inelástico que se muestra en la Figura. Sólo se conocen las direcciones del movimiento de cada una de ellas después del choque y la velocidad inicial de m_1 . El valor de las dos masas no es dato.



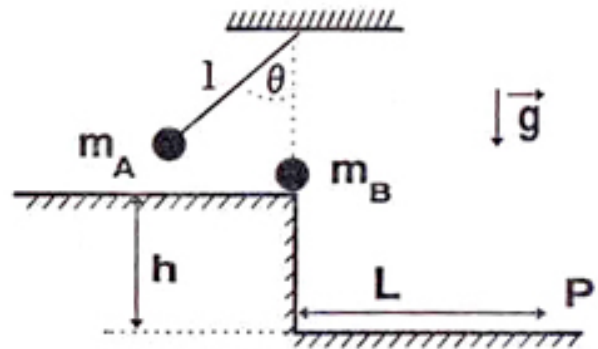
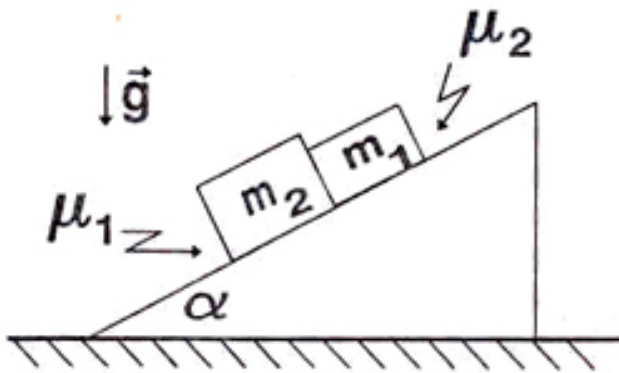
- 57.– Dos niños juegan a las bolitas. Las bolitas son de masa m y perfectamente elásticas. Determine el valor de la velocidad final de todas ellas, después de ser impactadas por la primera con una velocidad V_0 .



- 58.– Una masa puntual m_A , se aproxima con velocidad u hacia otra masa puntual m_B , que permanece en reposo. Si definimos la razón entre los valores de sus masas como $x = [m_B/m_A]$, encuentre el valor de x que maximiza el traspaso de energía cinética de A a B, en un choque frontal y elástico.
- 59.– En el sistema de la Figura, calcule la tensión de la cuerda y la reacción del piso sobre el bloque A, cuando el sistema se encuentra en equilibrio estático. ¿Existe un valor para el ángulo θ que destruya este equilibrio?
- 60.– Por un plano inclinado que forma un ángulo α con la horizontal, se deja caer una masa m . Entre la partícula y el plano existe un coeficiente de roce dinámico μ . Al pie del plano inclinado hay un resorte de constante k y largo natural l_0 . Si la bolita se encuentra inicialmente a una altura h :
- Calcule la pérdida de energía en función del camino recorrido.
 - Calcule la compresión máxima del resorte.
- 61.– Dos bloques de masas m_1 y m_2 , se deslizan por un plano inclinado, que forma un ángulo α con la horizontal. Si los coeficientes de roce dinámico entre ellos y el



plano inclinado son μ_1 y μ_2 , encuentre la fuerza de contacto F , que existe entre ellos durante el movimiento.

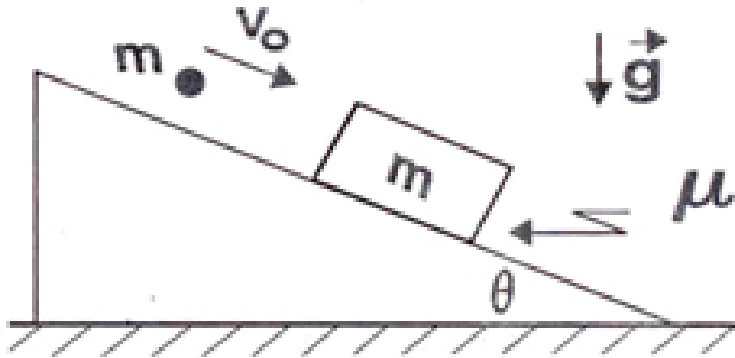


62.- Si el choque entre las bolitas A y B , es elástico, calcule el ángulo θ desde el cual hay que soltar A , para que B alcance el punto P , situado a una distancia ℓ en el plano.

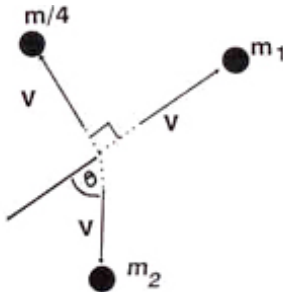
Ambas bolitas están inicialmente en reposo y la cuerda que sostiene m_A no tiene masa. El resto de los datos aparece en la Figura.

63.- Un bloque de masa m descansa en reposo sobre un plano rugoso inclinado. El coeficiente de roce estático máximo es igual al coeficiente de roce dinámico. Se dispara un proyectil de masa m , el cual en el instante de incrustarse en el bloque tiene rapidez v_0 paralela al plano inclinado. Calcule la distancia que recorre el conjunto hasta detenerse.

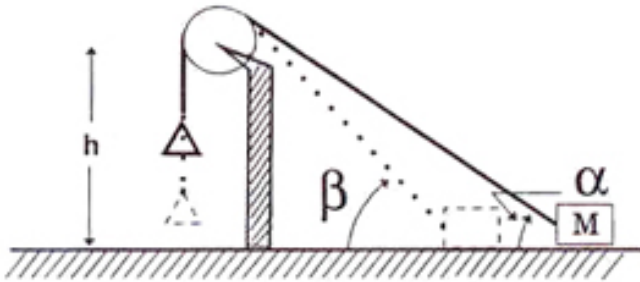
64.- Un petardo de masa m , inicialmente en reposo, explota dividiéndose en tres peda-



zos. Inmediatamente después de la explosión, las tres masas se mueven con la misma rapidez v , y dos de ellas lo hacen en direcciones mutuamente perpendiculares. Si la masa de una de ellas es $m/4$, determine la masa de las otras dos.



- 65.- Dos carros idénticos, de masa M , viajan con la misma velocidad v_0 . Por esta razón, a pesar de no estar unidos, se trasladan esencialmente juntos. En cierto instante, un hombre de masa m , ubicado en el carro posterior, se da impulso y salta hacia el primero con una velocidad u , *relativa al carro posterior*. A partir de estos datos, determine las velocidades finales de ambos carros.
- 66.- Una masa m , se suspende mediante un hilo inextensible y sin masa, que pasa sobre una superficie sin roce, de la forma que aparece en la Figura. El otro extremo de la cuerda está unido al bloque M , que se puede deslizar, arrastrado por la cuerda, sobre un piso sin roce. Inicialmente el ángulo que forma la cuerda con el piso es α , calcule el trabajo realizado sobre la masa M , cuando este ángulo, a causa del movimiento, aumenta su valor a β , con $\beta > \alpha$.
- 67.- En una feria de entretenimientos hay un juego en que los participantes abordan un carro en el punto P de la Figura, caen libremente desde una altura h , hasta alcanzar



el punto A , donde recorren un cuarto de circunferencia (AB) de 2 m de radio y una recta (BC) de 5 m, todo este trayecto sin roce. En el punto C , ingresan a una zona de 8 m de largo con coeficiente de roce $\mu = 0,5$. Como zona de seguridad hay una distancia (DE) de 5 metros sin roce y este recorrido llega a su término en un gran resorte de seguridad cuya constante elástica es $k = 6 \times 10^4$ N/m. La masa del carro con los pasajeros es de 500 Kg.

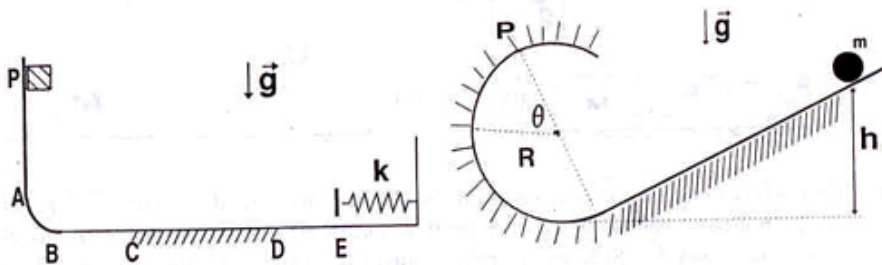
a) Calcule cuántos metros por sobre el punto A se puede dejar caer el carro para que lo detenga la zona de desaceleración CD .

Si el operador del juego sube el carro hasta 8 m sobre A y desde allí lo deja caer:

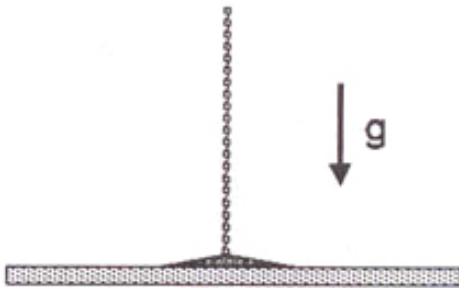
b) Calcule en qué lugar el carro quedará en reposo.

c) Calcule el trabajo realizado por la fuerza elástica del resorte para detener el carro.

d) Calcule la desaceleración del carro en el instante en que el resorte lo detiene. Compare con la aceleración de gravedad $g = 10$ m/s².



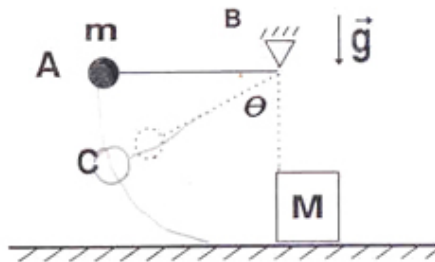
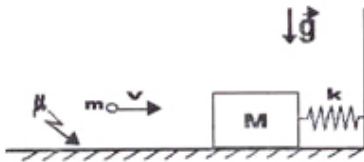
68.- Calcule la altura desde la cual debe lanzarse una bolita de masa m , de manera que deje de hacer contacto con el suelo en el punto P . La bolita sigue la trayectoria indicada en la Figura.



- 69.– Una cadena de masa μ por unidad de largo, se sostiene de manera que apenas toca el piso. Al soltarla, la cadena cae eslabón a eslabón y, en este caso se pide calcular la reacción del piso a medida que ésta va cayendo.

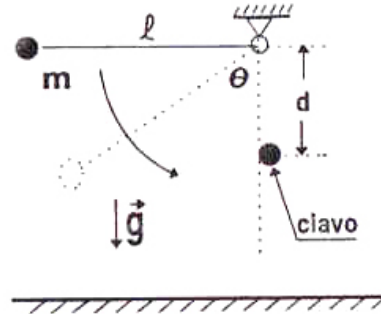
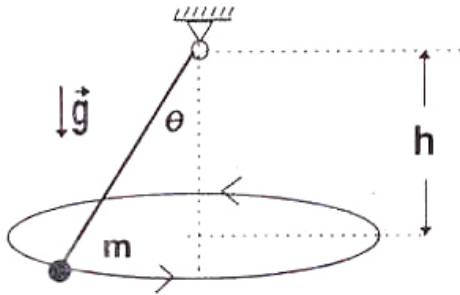
Nota Considere a la cadena como una suma de masas independientes que no transmiten ninguna fuerza al eslabón inmediatamente superior, cuando son frenados por el piso.

- 70.– Un proyectil de masa m y rapidez v desconocida, se incrusta en un bloque en reposo de masa M , que descansa sobre una superficie horizontal rugosa. A su vez, este bloque está unido a un resorte, no deformado, de constante k . Si la máxima deformación del resorte es Δ , determine la rapidez inicial v del proyectil.



- 71.– Una esfera de masa m , está sostenida por una cuerda ideal de largo ℓ , al punto fijo B . La bolita se suelta del reposo desde el punto A , chocando elásticamente con el bloque de masa M . Si la esfera rebota hasta la posición C , definida por el ángulo θ , determine la velocidad adquirida por M después del choque.

- 72.– Una masa m se suspende mediante una cuerda, de largo arbitrario, cuyo otro extremo está sujeto al cielo de la pieza mediante un anillo sin roce. Al darle un golpe a la masa, adquiere una órbita circular en un plano horizontal y a una distancia h del anillo que la sostiene.



Encuentre el periodo de revolución de la masa m en esta órbita.

73.– Un péndulo de largo ℓ y masa m , oscila en un plano vertical. A una distancia d bajo el punto de suspensión, la cuerda choca con un clavo, como se indica en la Figura.

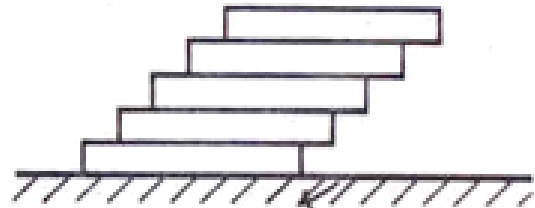
a) Demuestre que si la masa m comienza a moverse desde un nivel inferior a la altura del clavo, retornará a su posición inicial, después de realizar un periodo.

b) Encuentre el valor mínimo de la distancia d , para que el péndulo describa una vuelta completa alrededor del clavo, al ser liberado desde la posición horizontal.

74.– Un bloque homogéneo y de largo ℓ , descansa sobre una superficie horizontal. Otros bloques, todos exactamente iguales, se colocan sucesivamente uno sobre otro, dejando que sobresalga –en el mismo lado– un largo ℓ/k del bloque, con k un número entero, en la forma que indica la Figura.

a) Encuentre el centro de masa de este conjunto de n bloques. Suponga que todos tienen una sección cuadrada de lado a .

b) Calcule el máximo número de bloques que se pueden apilar de esta forma, sin que el conjunto se derumbe.

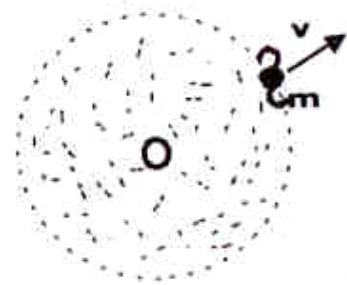


VIII.4. GRAVITACION

75.– Determine un punto, entre la Tierra y la Luna, en donde un cuerpo no experimente fuerzas debido a las atracciones gravitacionales de la Tierra y la Luna.

- 76.– Una galaxia de masa m ubicada a una distancia $R(t)$ de un observador O , se aleja radialmente con una velocidad v . Suponga que la galaxia es afectada gravitacionalmente sólo por la materia que está dentro de una esfera cosmológica de radio R centrada en el observador O , y que la velocidad v satisface la relación $v = H_0 R(t)$ (Ley de Hubble), donde $H_0 = 20$ [Km/s]/[año-luz], es la constante de Hubble.
- a) Encuentre la densidad crítica ρ_c , dentro de la esfera, para que sea un sistema ligado gravitacionalmente, es decir $E \leq 0$.

- b) La densidad de masa luminosa en el universo se estima en $\rho_0 \approx 3 \times 10^{-28}$ kg/m³. Comparando con el resultado de a), decida si el universo continuará expandiéndose eternamente o llegará un instante en el cual comience a colapsar.
- c) Dé una interpretación física a las dimensiones de la constante de Hubble.



- 77.- Un satélite artificial de masa M , está girando en una órbita circular, a una altura h sobre la superficie terrestre. En cierto instante, el satélite lanza una sonda de masa m con velocidad v_0 (respecto del satélite), en la dirección de la trayectoria. Calcule el radio medio de la nueva trayectoria del satélite.
- 78.- Una placa infinita, con densidad ρ_o y espesor d , tiene un vacío de forma esférica, centrado y de radio $d/4$.
- a) Encuentre el valor de la fuerza gravitacional que actúa sobre una masa m , para todo valor del eje z , considerando sólo la placa infinita, sin incluir en esta etapa, la esfera mencionada. Utilice el principio de superposición y el resultado conocido para un plano infinito con densidad constante.
 - b) ¿Cuál es el valor de la fuerza gravitacional actuando sobre una partícula ubicada en cualquier punto del eje z ? En este caso, incluya la esfera hueca que falta en la placa infinita.
 - c) Grafique el valor de la fuerza para todo valor de la coordenada z , en este último caso: $F(z)$ versus z .

