P1. En un átomo cristalino ideal cada átomo puede ocupar sitios regulares en la red o bien desplazarse a sitios intersticiales ubicados entre los sitios regulares. Suponiendo que los números de sitios de ambos tipos sean iguales al numero de átomos N. Calcular la entropía en el caso que n átomos están en posiciones intersticiales (N>>n).

Sol. Hay n átomos en N sitios intersticiales los cuales pueden ordenarse de $W_1 = \binom{N}{n}$ formas, a su vez hay (N-n) atomos en N sitios regulares los cuales pueden ordenarse de $W_2 = \binom{N}{N-n}$ maneras. Luego $W = W_1W_2$ pero por propiedades de combinatorias $W_1 = W_2$. Entonces

$$W = \frac{N!}{n!\,(N-n)!}^{2}$$

$$\Rightarrow S = klnW = 2k(lnN! - \ln(n!) - \ln(N-n)!$$

Finalmente aplicando la aproximación de Stirling llegamos a:

$$\boldsymbol{S = 2k(NlnN - (N-n)\ln(N-n) - nln(n))}$$

P2. Calcule el trabajo realizado sobre un mol de gas ideal en los casos: isotérmico, isovolumetrico e isobárica. Calcule además el trabajo sobre un mol de gas para gases con las siguientes ecuación de estado:

$$P(V-nb) = nRT \quad y \quad \left(P + \frac{a}{\left(\frac{V}{n}\right)^2}\right)\left(\frac{V}{n}\right) = RT\ (Ec\ de\ Van\ Der\ Waals)$$

Sol. Para un gas ideal PV = nRT $\Rightarrow$ P=nRT/V

a) Isocórico: W = ∫ PdV pero V=cte $\Rightarrow$ W=0

b) Isobarico: W= ∫ PdV = $P(V_f - V_o)$

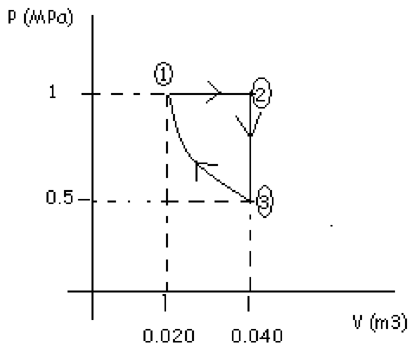
c)Isotermal: W= ∫ PdV = ∫ (nRT/V) dV = nRT $\log(V_f/V_o)$

Para el gas de ecuacion P(V-nb)=nRT en un proceso isotermico:

W= ∫PdV= ∫nRT/(V-nb) dV = nRT $\ln(V_f\text{-}nb/V_i\text{-}nb)$

Dejo propuesta la integral para el gas de Van Der Waals

P3. Un gas que inicialmente ocupa 0.020 (m^3) a 1(MPa) se expande cuasi estáticamente en un dispositivo cilindro-embolo a presión constante hasta que el volumen es 0.040m^3. A continuación se mantiene a volumen constante y se enfría hasta que la presión es la mitad de la original. Después se comprime cuasi estáticamente hasta el estado inicial siguiendo el camino PV=cte. Determine el trabajo neto del ciclo en KJ.



Sol. 1->2 $W = -\int PdV = -10^5\,(0.040 - 0.020) = -20(KJ)$

2->3 V=cte $\Rightarrow$ W=0

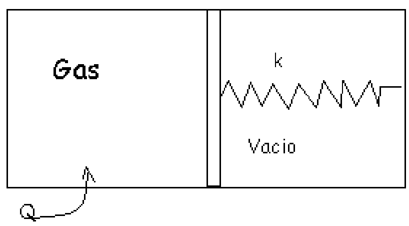
3->1 $PV=C=P_1V_1 \Rightarrow P= P_1V_1/V$ integrando obtenemos:

$W = -P_1V_1 \ln V_1/V_3 = 13{,}862\ (KJ)$

W_{neto} = -20 + 0 + 13.682 = -6.14 (KJ)

Este resultado nos indica que salen 6,14 (KJ) del sistema (o si prefieren entran -6.14(KJ) al sistema). Por otra parte noten que el trabajo en el ciclo no es cero ya que el trabajo no es una función de estado sino una función del proceso.

P4. Un embolo de are 0.02 (m^2) esta situado dentro de un cilindro cerrado. Un lado esta lleno de helio mientras el otro contiene un resorte en el vacio. Se calienta lentamente hasta que la presión del gas cambia de 0.1 a 0.3 (Mpa). La constante k del resorte es 10^4 (N/m). Determine la variación de volumen del gas y el trabajo realizado por el mismo.



Sol. Del equilibrio de fuerzas en el émbolo:

$AP(x) - kx = 0 \Rightarrow P(x) = kx/A$

$$\frac{dP}{dx} = \frac{k}{A}\ discretizando\ obtenemos\ \Delta P = \frac{k\Delta x}{A}$$

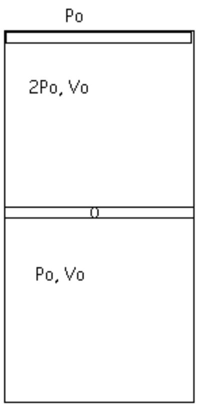
Pero $\Delta P = 0.3\text{-}0.1=0.2$ (Mpa) $= 2*10^5$ (Pa) $\Rightarrow$ $\Delta x = 4*10^{-1}$(m) $\Rightarrow$ **$\Delta V = A\Delta x = 8*10^{-3}\ (m^3)$**

$W = -\int P(x)dv = -A\int P(x)dx = -A\int (kx/A)dx$

$x_i = AP_i/k = 2*10^{-1} \Rightarrow x_f = 6*10^{-1}$

Resolviendo la integral y evaluando en los puntos encontrados llegamos a **W = -1.6KJ**

P5. El cilindro de área A de la figura está dividido en dos compartimientos de igual volumen *Vo*. Inicialmente el superior contiene aire que se equilibra con la atmósfera a través de un pistón de roce despreciable, cuyo peso mantiene al aire del sector superior a una presión *2Po*. El compartimiento inferior contiene aire a la presión atmosférica. Hay un pequeño agujero en la pared de separación de ambos compartimientos, lo que permite un muy pequeño flujo de gas hacia abajo, hasta que el sistema alcanza nuevamente el equilibrio. Las paredes del cilindro y el émbolo son conductores térmicos (diatérmicos). Se sabe que, en equilibrio, el gas satisface la ley de gases ideales *PV=NkT*, donde *N* es el número de partículas, *k* y *T* son constantes. Se define el *sistema* como todo el gas encerrado en el cilindro, de este modo el émbolo es parte del medio.



a) Calcule el volumen final del sistema
b) Calcule el trabajo realizado por el medio sobre el sistema
Propuestos:
c) ¿Experimentó el sistema un proceso cuasiestático? ¿Y el medio? Justifique
d) ¿Experimentó el universo local un proceso reversible? Justifique

Sol. a) Calculemos primero el número de moles de cada cámara:

$2P_oV_o = N_1kT \Rightarrow N_1=2P_oV_o/kT$ del mismo modo $N_2= P_oV_o/kT$

En el instante final la presión interna del gas debe ser 2Po ya que esta en equilibrio con el exterior y la masa del embolo:

$2P_oV_f = (N_1+N_2)kT \Rightarrow$ $\mathbf{V_f = 3V_o/2}$

b) El trabajo lo realizan isobáricamente la presión atmosférica y la masa del embolo que son constantes e iguales a $2P_o$:

$\mathbf{W = -\int PdV = 2P_o\,(3V_o/2\ - 2V_o) = P_oV_o}$ > 0 realizado sobre el sistema

Suerte y saludos

Fito