Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Física

Guía de Ejercicios para el Examen FI34A-03

Profesor: **Sebastián López**
Auxiliares: Laura Pérez
Jaime Pineda

1 de diciembre de 2003

1. La constante de estructura fina es definida como $\alpha = e^2/2\epsilon_0 hc$. Esta cantidad recibió su nombre porque apareció por primera vez en una teoría del físico Alemán Arnold Sommerfeld que trataba de explicar la estructura fina en líneas espectrales (multiples líneas cercanas entre ellas en lugar de una sola) asumiendo que orbitas elípticas también eran posibles en el modelo de Bohr. El intento de Somerfeld fue erróneo, pero nunca dejó de ser una cantidad útil en la física atómica.

   a) Muestre que $\alpha = v_1/c$, donde v_1 es la velocidad del electrón en el estado base del átomo de Bohr.

   b) Muestre que el valor de α es muy cercano a $1/137$ y es un número puro, sin unidades. Debido a que el comportamiento magnético de una carga en movimiento depende de su velocidad, el pequeño valor de α es representativo de las magnitudes relativas de las características magnéticas y eléctricas del comportamiento del electrón en un átomo.

   c) Muestre que $\alpha a_0 = \lambda_C/2\pi$, donde a_0 es el radio de la órbita del estado base del electrón en el modelo de Bohr y λ_C es la longitud de onda de Compton del electrón.

2. Un átomo excitado de masa m y velocidad inicial v emite un fotón en su dirección de movimiento. Si $v \ll c$, use la condición que tanto el momentum lineal como la energía deben ser conservados para mostrar que la frecuencia del fotón es mayor por $\Delta v/v \approx v/c$ que la que se habría emitido si el átomo hubiera estado en reposo.

3. Muestre que la frecuencia del fotón emitido por un átomo de hidrógeno al cambiar desde el nivel $n+1$ al n es siempre intermedia entre las frecuencias de revolución del electrón en sus respectivas órbitas.

4. Una mezcla de hidrógeno ordinario y tritio, un isótopo del hidrógeno cuyo núcleo es casi 3 veces más masivo que el hidrógeno ordinario, es excitado y su espectro es observado. ¿Cuán separadas en longitud de onda se encontrarán las líneas de H_α de los dos tipos de hidrógeno?.

5. La función de onda de una cierta partícula es

$$\Psi(x) = \begin{cases} A\cos^2 x & \text{si } -\pi/2 < x < \pi/2 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}.$$

a) Encuentre el valor de A .

b) Encuentre la probabilidad de que la partícula sea encontrada entre $x = 0$ y $x = \pi/4$.

6. Electrones con energías de 0,400 eV inciden sobre una barrera potencial de 3,00 eV de alto y 0,100 nm de ancho. Encuentre la probabilidad aproximada de que estos electrones traspasen la barrera.

7. ¿Cuánto más probable es que un electrón 1s en un átomo de Hidrógeno esté a una distancia a_0 del núcleo que a una distancia $a_0/2$?

Hint: La Función de onda radial para este electrón es $R = \frac{2}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$

8. *a*) ¿Cuantos electrones pueden ocupar una subcapa f?

b) ¿Cómo podría ser modificada la tabla periódica si el electrón tiene un spin de 1, por lo que puede tener estados de spin -1, 0 y $+1$?. Asuma (erróneamente) que estos electrones son fermiones y por lo tanto obedecen el principio de exclusión de Pauli. ¿Qué elementos serían gases inertes?

c) Los electrones de la parte anterior serían bosones y por lo tanto no obedecen el principio de exclusión de Pauli. ¿Qué elementos serían gases inertes?

9. El Boro común es una mezcla entre los isotopos ${}^{10}_{5}\mathrm{B}$ y ${}^{11}_{5}\mathrm{B}$ y tiene una masa atómica compuesta de 10,82 u. ¿Cuál porcentaje de cada isótopo está presente en el Boro común?

10. Encuentre las energías necesarias para remover un neutrón desde ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$, luego remover un protón, y finalmente separar el protón y neutrón restante. Compare con la energía total de ligazón del ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$.

11. Muestre que la energía potencial de dos protones separados por 1,7 fm (el máximo alcance para la fuerza nuclear) es del orden de magnitud correcto para suplir la diferencia en energía de ligazón entre ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ y ${}^{3}_{2}\mathrm{He}$. ¿Cómo responde este resultado la pregunta de la dependencia de las fuerzas nucleares sobre la carga eléctrica?

12. El principio de Incertidumbre se enuncia así:

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar \qquad \Delta E \Delta t \geq \hbar \qquad \hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}054 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}$$

La fórmula para el Efecto Doppler en la luz se expresa (después de un desarrollo en Serie de Taylor para $v \ll c$) como: $\nu' = \nu\left(1 - \frac{\vec{v}\cdot\vec{r}}{c}\right)$, siendo $\vec{v}$ la velocidad del emisor relativa al observador y $\vec{r}$ el vector unitario dirigido desde el observador a la fuente.

Considere un gas de átomos de H, que se encuentra en un estado excitado del H, cuya vida media es 10^{-8} s, y que se desexcita emitiendo una línea espectral centrada en $\lambda = 5000$ Å, además los átomos tienen una rapidez media de 300 m/s, consecuente con la temperatura del gas.

a) Compare, en Å, el ancho natural de la línea emitida con el ensanchamiento de la misma, debido a la agitación térmica del gas de H.

b) Explique que ocurre con la línea emitida y su ancho si el mismo gas está contenido en un recipiente transparente que se aleja del observador con rapidez de 300 m/s.

13. Explique en forma clara y breve los siguientes fenómenos:

a) La serie de Balmer del átomo de H.

b) El efecto túnel.

14. Considere una bolita de 10 gr enfrentada a un peldaño de 0,1 cm de alto y 1 cm de ancho. Considere que su energía cinética es despreciable. Calcule la probabilidad de transmisión, recordando que el coeficiente de transmisión $T \approx e^{-2kL}$, con L el ancho de la barrera de potencial.

Ahora, considere un electrón ligado a un átomo con energía 2 eV, que se encuentra con un potencial de 10 eV, y de 1 Åde espesor. Calcule la probabilidad de pasar al átomo vecino. Compare con el de la bolita.

15. Una partícula (1D) se mueve en un potencial $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ (es un oscilador armónico). Calcule la probabilidad de encontrar la partícula fuera de los límites clásicos cuando la partícula se encuentra en el estado fundamental. La función de onda del estado fundamental está dada por:

$$\phi(x) = Ce^{-\frac{1}{2}(\frac{x}{x_0})^2}$$

Determine el valor de C.

16. Considere el pozo de potencial infinito en una dimensión.

a) Calcule la probabilidad de encontrar la partícula entre $x = 0$ y $x = L/4$ cuando la partícula está en el estado fundamental ($n = 1$).

b) Calcule además $\langle\hat{x}\rangle$,$\langle\hat{p}\rangle$,$\langle\hat{x}^2\rangle$, $\langle\hat{p}^2\rangle$ para este mismo estado y muestre que el principio de incertidumbre se satisface.

Nota:

$$(\Delta\hat{A})^2 = \langle\hat{A}^2\rangle - \langle\hat{A}\rangle^2$$