

Control 1 MA26A Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
FCFM, Escuela de Ingeniería, FCFM, U. de Chile.
Semestre 2007-2, Prof. A. Osses, Auxs. N. Carreño, J. Lemus

P1.-

- (i) Encuentre la solución general de la siguientes EDO

$$y''' - 2y'' - 8y' = e^{3x} \operatorname{sen} x + 1 + 5e^{-2x}$$

- (ii) Sabiendo que $y_1(x) = x \ln x$ es una solución de la ecuación homogénea, encuentre la solución general de:

$$x^2 y'' - xy' + y = 4x \ln x, \quad x > 0$$

- (iii) Para $\beta > 0$, considere la siguiente ecuación diferencial:

$$2y'' + 3y' - 2y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -\beta.$$

Resuélvala y encuentre el menor valor de β tal que la solución no tenga un mínimo.

- P2.-** En la industria salmonera compiten tres firmas. El precio de las acciones para la empresa i es S_i . Diremos que el precio de S_i es alto si es mayor que un precio esperado p_i . Si el precio de S_i es alto, las expectativas positivas harán que S_i suba o, de lo contrario, que baje. Además, un precio alto en las acciones de las firmas competidoras harán que S_i caiga.

- (i) De acuerdo al enunciado, plantee un sistema de tres ecuaciones diferenciales de primer orden indicando claramente el signo de los parámetros utilizados y escriba su sistema de ecuaciones en forma matricial.
- (ii) Encuentre el polinomio característico de la EDO de orden 3 que se obtiene para S_1 al reducir el sistema.
- (iii) Suponga que la firma 1 es multinacional mientras que las firmas 2 y 3 son pequeños pescadores. Como consecuencia, el precio de las acciones de 2 ó 3 no afectan a la firma 1. Explique cómo cambia el modelo en este caso y explique cómo la forma de la matriz del sistema permite resolver en etapas.
- (iv) Suponga que $S_1(0) = 1$, $S_2(0) = 100$, $S_3(0) = 250$ y $p_i = 0$ para $i = 1, 2, 3$. Encuentre la solución del sistema en este caso. ¿Qué pasa con el precio de las acciones de los pequeños pescadores en el largo plazo?

P3.-

- (a) Considere f_1, f_2, \dots, f_n funciones diferenciables y una matriz constante A de $n \times n$, con $\det(A) > 0$. Se definen las funciones u_1, u_2, \dots, u_n como:

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix}.$$

- (i) Calcule $W(u_1, \dots, u_n)$ en términos de $W(f_1, \dots, f_n)$.
- (ii) Utilice lo anterior para calcular $W(u, v)$ con $u = 3f_1 + f_2$, $v = f_1 - f_2$.
- (b) Considere $p, g_1, g_2 \in \mathcal{C}([a, b], \mathbb{R})$. Considere las ecuaciones:

$$(p(x)u')' + g_1(x)u = 0, \quad x \in [a, b] \quad (1)$$

$$(p(x)v')' + g_2(x)v = 0, \quad x \in [a, b] \quad (2)$$

Suponga que $p(x) > 0$ para $x \in [a, b]$ y que $g_1(x) < g_2(x)$ para $x \in [x_1, x_2] \subseteq [a, b]$, con x_1 y x_2 ceros consecutivos de u solución de (1). Probar que existe $c \in (x_1, x_2)$ tal que $v(c) = 0$, con v solución de (2).