



## Clase Auxiliar: 23 de junio de 2008

### Problema 1

- a) Sean  $X_1 \rightarrow N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ,  $X_2 \rightarrow N(\mu_2, \sigma_2^2)$ . Calcule C tal que  $IP(X_1 > C) = IP(X_2 < C)$ . Analice los casos  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$  y  $\sigma_1^2 \ll \sigma_2^2$ .
- b) El número de anticuerpos T presentes en la sangre de un individuo tiene distribución normal. Si el individuo está sano,  $T \rightarrow N(\mu, \sigma^2)$ , pero si el individuo tiene SIDA, el número de anticuerpos sigue una distribución  $T_S \rightarrow N(\mu_S, \sigma^2)$ , con  $\mu > \mu_S$ . Cierta test determina el n° de anticuerpos, pero en función de esto el médico debe decidir si el paciente presenta o no la enfermedad. Decirle a alguien enfermo que está sano es tan grave como decirle a alguien sano que está enfermo. Las importancias relativas de cada error son 'w' y '1-w' respectivamente,  $0 < w < 1$ . Determine el umbral  $t^*$  de corte entre "sano" y "enfermo" para T de modo de minimizar el error total ponderado. Analice  $w < 0.5$  y  $w > 0.5$ .

### Problema 2

- a) Al sumar números, una persona redondea cada número al entero más cercano. Si los errores de redondeo son independientes y uniformes en  $(-0.5, 0.5)$ , calcule la probabilidad que al sumar 100 números la magnitud del error total sea menor a 2 unidades. ¿Cuántos números pueden sumarse como máximo si se quiere que la magnitud del error sea menor a 5 unidades con seguridad del 97%?
- b) Cierta local vende cajones de manzanas y de peras, cada tipo con 30 frutas. En el local hay igual cantidad de ambos tipos de cajones. El peso de las manzanas es una v.a. de media 200 [gr] y desviación estándar 40 [gr], mientras que para las peras, la media es de 180 [gr] y la desviación estándar 20 [gr]. Se toma un cajón y este pesa más de 5.5 [kg]. Calcule la probabilidad que sea de manzanas. ¿Cómo cambia su respuesta si el cajón pesa exactamente 5.5 [kg]?

### Problema 3

- a) Para el superclásico del fútbol chileno (Everton-Ñublense) se venden entradas en el estadio. Los hinchas llegan a comprarlas a la única boletería disponible a una tasa de 0.2 [hinja/minuto]. El vendedor se demora un tiempo distribuido exponencialmente de media 4 [minutos/hinja]. Entregue el diagrama de estados posibles, las ecuaciones de balance y determine las probabilidades estacionarias asociadas. Determine el n° promedio de personas en el sistema y el tiempo promedio que le toma a un hincha obtener su entrada. ¿A qué tasa debe atender el vendedor para que el tiempo promedio esperado por un hincha sea a lo más 10 [min]?
- b) Un negocio de fotocopadoras funciona con dos fotocopadoras "corrientes" y una "especial". Cada fotocopadora funciona un tiempo exponencial de media 1[hr] para las corrientes y 1.5 [hr] para la especial. Existen dos personas para reparar las máquinas; una corriente demora 15 [min] atendida por una persona y la especial demora 20 [min] en promedio, necesitando ser atendida por ambas personas. Modele el sistema de reparación de fotocopadoras planteando los estados y el correspondiente diagrama. Suponiendo las probabilidades estacionarias conocidas, determine la proporción del tiempo que los "reparadores" están descansando.