

# Capítulo 1

## Introducción

La Mecánica de Fluidos es la disciplina que estudia el comportamiento estático y dinámico de un fluido. Entenderemos como fluido cualquier sustancia (líquida o gaseosa) que se deforma en forma continua cuando se ejerce sobre ella un esfuerzo de cizalle. Los fluidos se diferencian de los sólidos básicamente por su estructura molecular. Estos últimos poseen una gran densidad molecular con fuerzas intermoleculares cohesivas fuertes que permiten que el sólido mantenga su forma y que sea muy difícil deformarlos.

Los líquidos poseen un espacio intermolecular mayor que el de los sólidos con fuerzas cohesivas menores por lo que las partículas tienen mayor libertad de movimiento. Además ocupan un volumen fijo independiente de la forma de éste. Los Gases poseen un espacio intermolecular aún mayor. La atracción intermolecular es prácticamente despreciable por lo que se deforman fácilmente, son compresibles y llenan el volumen del recipiente que los contiene.

Si bien la estructura molecular de los fluido es importante no sirve para describir el comportamiento de éstos en reposo o movimiento. Es por ésto que el estudio de los fluidos se realiza caracterizando el valor medio o macroscópico de la variable de interés (velocidad, presión, etc.), donde éste valor medio se evalúa en un volumen pequeño con un gran número de moléculas<sup>1</sup>. Supondremos además que las propiedades del fluido como las variables del flujo varían en forma continua y homogénea de un punto a otro del fluido<sup>2</sup>.

### 1.1 Sistema de Unidades

Se utilizará en este apunte preferentemente el Sistema Internacional de unidades (SI). Sin embargo y debido a que existe aún mucha literatura técnica como manuales de operación, diseño, etc. donde se utilizan otros sistemas de unidades será necesario revisar también estos sistemas de unidades. Como en todo sistema de unidades, en el SI existen magnitudes básicas de las cuales se derivan todas las magnitudes necesarias. En la tabla 1.1 se encuentran tabuladas alguna de las magnitudes básicas del SI, su unidad y el símbolo utilizado para representarlas. La tabla 1.2 muestra algunas magnitudes derivadas importantes para la mecánica de fluidos.

Dado que el tamaño real de las cantidades físicas cubre una amplia variedad, se utilizan prefijos para designar múltiplos y fracciones decimales de las distintas magnitudes como se muestra en la tabla 1.3. En el SI se usan, por lo general, variaciones de  $10^{\pm 3}$ . La relación que existe entre

---

<sup>1</sup>El espacio intermolecular es del orden de  $10^{-6}$  y  $10^{-7}$  mm para los gases y líquidos respectivamente en condiciones normales de presión y temperatura. El número de moléculas por  $mm^3$  es del orden de  $10^{18}$  en los gases y  $10^{21}$  en los líquidos

<sup>2</sup>Se supone que el fluido es un continuo

---

Magnitud	Dimensión	Unidad SI	Abreviación
Longitud	L	metro	m
tiempo	T	segundo	s
masa	M	kilogramo	kg
temperatura	$\theta$	Kelvin	K
materia		Mol	mol

Tabla 1.1: Unidades del sistema internacional de unidades (SI) de algunas magnitudes básicas.

Magnitud	Unidad SI	Abreviación
tiempo	minuto	min
	hora	h
	día	d
Frecuencia	Hertz	Hz
presión	Pascal	Pa
	Bar	bar
viscosidad dinámica	Pascalsegundo	Pa s
Energía, trabajo, calor	Joule	J
Potencia, flujo de energía, flujo de calor	Watt	W

Tabla 1.2: Unidades del sistema internacional de unidades (SI) de algunas magnitudes derivadas.

las unidades básicas y las unidades derivadas es la siguiente

$$\begin{aligned}
 1 \text{ min} &= 60 \text{ s} \\
 1 \text{ h} &= 60 \text{ min} = 3600 \text{ s} \\
 1 \text{ d} &= 24 \text{ h} = 1440 \text{ min} = 86400 \text{ s} \\
 1 \text{ Hz} &= 1/\text{s} \\
 1 \text{ N} &= 1 \text{ kgm}/\text{s}^2 \\
 1 \text{ Pa} &= 1 \text{ N}/\text{m}^2 = 1 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} \frac{1}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{ms}^2} \\
 1 \text{ bar} &= 10^5 \text{ N}/\text{m}^2 = 10^5 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} \frac{1}{\text{m}^2} = 10^5 \frac{\text{kg}}{\text{ms}^2} \\
 1 \text{ Pa s} &= 1 \text{ N s}/\text{m}^2 = 1 \frac{\text{kgm}}{\text{s}} \frac{1}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{ms}} \\
 1 \text{ J} &= 1 \text{ W s} = 1 \text{ N m} = 1 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} \text{ m} = 1 \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2} \\
 1 \text{ W} &= 1 \text{ J}/\text{s} = 1 \text{ Nm}/\text{s} = 1 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^3}
 \end{aligned}$$

### Relación Peso–Masa

La masa  $m$  es una propiedad de un cuerpo que se mide por su resistencia a un cambio de movimiento. Es por lo tanto también una medida de la cantidad de fluido.

Factor	Prefijo	Abreviación	Factor	Prefijo	Abreviación
$10^{12}$	tera	T	$10^{-1}$	deci	d
$10^9$	giga	G	$10^{-2}$	centi	c
$10^6$	mega	M	$10^{-3}$	milli	m
$10^3$	kilo	k	$10^{-6}$	micro	$\mu$
$10^2$	hecto	h	$10^{-9}$	nano	n
10	deca	da	$10^{-12}$	pico	p

Tabla 1.3: Múltiplos y fracciones de unidades utilizados

El peso  $w$  es la fuerza con que un cuerpo es atraído hacia la tierra por la acción de la gravedad  $g$ .

$$w = m \cdot g$$

En el SI  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ .

## 1.2 Propiedades de los Fluidos

### 1.2.1 Densidad, $\rho$

#### Definición

La densidad se define como la masa  $m$  por unidad de volumen  $V$

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Las **dimensiones** de la densidad son por lo tanto

$$\frac{\text{masa}}{\text{Longitud}^3} = \frac{M}{L^3},$$

de donde, la unidad en el SI es

$$\frac{kg}{m^3}.$$

La densidad de un fluido depende de las variables de estado presión y temperatura

$$\frac{d\rho}{\rho} = \beta_T \cdot dp - \beta_p \cdot dT, \quad (1.1)$$

donde  $\beta_T$  y  $\beta_p$  son los coeficientes de compresibilidad isotérmico e isobárico respectivamente. Para los líquidos la dependencia de la densidad con la temperatura y sobre todo con la presión es pequeña. Para los gases sin embargo, esta dependencia es fuerte.

#### Densidad de Líquidos

La dependencia de la densidad de los líquidos con la temperatura se puede describir mediante el coeficiente de compresibilidad isobárico  $\beta_p$

$$\Delta V = V_0 \beta_p \Delta T,$$

donde  $V_0$  es el volumen inicial.

$\Rightarrow$

$$V = V_0 + \Delta V = V_0 (1 + \beta_p \Delta T)$$

como

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{V_0 (1 + \beta_p \Delta T)}$$

y

$$\frac{m}{V_0} = \rho_0$$

$\Rightarrow$

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta_p \Delta T} \quad (1.2)$$

donde  $\rho_0$  es la densidad del líquido a una temperatura de referencia  $T_0$  y  $\Delta T$  es la diferencia de temperatura con respecto a la temperatura de referencia ( $\Delta T = T - T_0$ ).

Los líquidos presentan, al igual que los sólidos, una baja compresibilidad. Suponiendo una relación lineal entre una variación del volumen y una variación de la presión se obtiene la siguiente dependencia de la densidad con la presión

$$\Delta V = \beta_T V_0 \Delta p$$

$\Rightarrow$

$$V = V_0 - \Delta V = V_0(1 - \beta_T \Delta p).$$

Desarrollando se obtiene

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 - \beta_T \Delta p}. \quad (1.3)$$

Combinando las ecuaciones 1.2 y 1.3 se obtiene la dependencia de la densidad tanto con la presión como con la temperatura para los líquidos

$$\rho = \frac{\rho_0}{(1 + \beta_p \Delta T)(1 - \beta_T \Delta p)}. \quad (1.4)$$

### Densidad de Gases y Vapores

Los gases son altamente compresibles en comparación a los líquidos. La relación más sencilla que permite relacionar variaciones en la densidad con variaciones de la presión  $p$  y la temperatura  $T$  es la ecuación de estado para gases ideales o perfectos

$$p = \rho \cdot R_g \cdot T \quad (1.5)$$

$\Rightarrow$

$$\rho = \frac{p}{R_g T}$$

donde  $p$  es la presión absoluta,  $R_g$  la constante particular del gas y  $T$  la temperatura termodinámica o absoluta. La constante del gas se obtiene a partir de la constante universal de los gases  $R$  y el peso molecular  $PM_g$  de cada gas de la siguiente forma:

$$R_g = \frac{R}{PM_g}.$$

En muchas aplicaciones prácticas es posible suponer que los gases se comportan como gases ideales. Sin embargo, para presiones muy elevadas y temperaturas muy bajas la ecuación 1.5 es poco precisa. El comportamiento real de los gases se describe introduciendo un factor de corrección denominado factor de compresibilidad  $Z$  en la ecuación de estado de la siguiente manera:

$$p = Z \rho R T$$

de donde

$$\rho = \frac{p}{Z R T}$$

Cuando un gas se comprime ( $p \uparrow$ ) o expande ( $p \downarrow$ ) la relación que existe durante este proceso entre la presión y la densidad dependerá de la naturaleza del proceso. Por ejemplo, si éste se realiza a temperatura constante (proceso isotérmico) se obtiene

$$\frac{p}{\rho} = \text{cte.}$$

Si el proceso es isoentrópico (entropía constante) se tiene

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{cte.},$$

donde  $k = C_p/C_v$  depende de cada gas. Para gases ideales se tiene que  $R = C_p - C_v$ .

### Densidad del Aire

El aire es una mezcla compuesta de nitrógeno, oxígeno, monóxido de carbono, gases nobles y contiene por lo general vapor de agua. La cantidad máxima de vapor de agua que puede contener el aire depende de la presión y la temperatura. Si el aire contiene ésta cantidad máxima se dice que el aire está saturado. La densidad del aire húmedo se puede determinar mediante la siguiente relación:

$$\rho_h = \rho_s \left( 1 - 0.377 \varphi \frac{p_d}{p} \right) \quad (1.6)$$

donde  $\rho_s$  es la densidad del aire seco,  $\varphi$  la humedad relativa,  $p_d$  la presión de saturación del agua y  $p$  la presión atmosférica local.

#### 1.2.2 Volumen específico, $v$

El volumen específico se define como el volumen por unidad de masa

⇒

$$v = \frac{1}{\rho}.$$

La unidad de  $v$  en el SI es por lo tanto

$$\frac{m^3}{kg}.$$

### 1.2.3 Peso específico, $\gamma$

El peso específico se define como el peso por unidad de volumen y se relaciona con la densidad mediante la siguiente relación:

$$\gamma = \rho \cdot g$$

donde  $g$  representa la aceleración de gravedad.

### 1.2.4 Gravedad específica, $SG$

La gravedad específica es la razón entre la densidad del fluido y la densidad del agua a alguna temperatura especificada (por lo general se utiliza  $T = 4^\circ C$ ).

$$SG = \frac{\rho}{\rho_{H_2O, 4^\circ C}}$$

### 1.2.5 Compresibilidad

La compresibilidad de un fluido mide el cambio de volumen  $V$  que experimenta una substancia que esta sujeta a un cambio de presión. Se representa por el módulo volumétrico de elasticidad o simplemente módulo volumétrico  $E_v$ :

$$E_v = -\frac{dp}{dV/V} [Pa].$$

Como  $m = \rho V$  se obtiene

$$E_v = \frac{dp}{d\rho/\rho}.$$

Como se mencionó anteriormente, los líquidos son en la práctica muy poco compresibles. Gases sometidos a bajas presiones también pueden ser considerados como incompresibles. Para gases, y dependiendo de la naturaleza del proceso,  $E_v$  se puede determinar de la ecuación de estado. Para un proceso isotérmico y considerando un gas ideal se obtiene  $E_v = p$  y para un proceso isoentrópico  $E_v = k p$ .

### 1.2.6 Velocidad del sonido

Una consecuencia importante que se desprende de la compresibilidad de los fluidos es que una variación pequeña de la presión se expande o propaga en forma de una onda longitudinal en

el fluido con una velocidad finita. La velocidad con que se propaga esta onda se denomina velocidad acústica o velocidad del sonido  $c$ , que para una compresión isentrópica, es decir sin fricción y sin transferencia de calor, es

$$c = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}.$$

A partir de esta formulación general se pueden deducir las siguientes relaciones para líquidos y gases.

**Líquidos.** Si se desprecian los cambios de temperatura que se producen en una compresión isentrópica diferencial  $dp$ , es decir  $dT = 0$ , se obtiene, a partir de la ecuación 1.1, la siguiente relación

$$\frac{d\rho}{\rho} \approx \beta_T \cdot dp,$$

de donde

$$dp \approx \frac{1}{\beta_T \rho}.$$

$\Rightarrow$

$$c = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} \approx \sqrt{\frac{1}{\beta_T \rho}}.$$

Por definición el recíproco del coeficiente de compresibilidad isotérmico  $\beta_T$  es el módulo de elasticidad volumétrico  $E_v$

$\Rightarrow$

$$c \approx \sqrt{\frac{1}{\beta_T \rho}} = \sqrt{\frac{E_v}{\rho}}.$$

**Gases.** La compresión isentrópica de un gas ideal se describe mediante la ecuación de estado

$$pv^k = \frac{p}{\rho^k} = \text{cte.},$$

de donde

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\rho} &= \text{cte} \cdot k \cdot \rho^{k-1} = \frac{p}{\rho^k} \cdot k \cdot \rho^{k-1} \\ &= \frac{pk}{\rho} = pvk = RTk. \end{aligned}$$

Reemplazando en la ecuación para la velocidad del sonido se obtiene

$$c = \sqrt{pvk} = \sqrt{\frac{pk}{\rho}} = \sqrt{kRT} \propto T^{1/2}.$$

### 1.2.7 Presión de vapor

Si un líquido, como agua o bencina por ejemplo, es dejado en un recipiente abierto a la atmósfera, éste comienza a evaporarse. La evaporación ocurre como efecto del movimiento de las moléculas en el fluido. Algunas moléculas que se encuentran en la superficie del líquido poseen suficiente cantidad de movimiento para vencer las fuerzas cohesivas y escapar a la atmósfera. Si el mismo recipiente es sellado y se extrae el aire que queda sobre la superficie del líquido provocando un vacío, se generará una presión debido a las moléculas que escapan del fluido. Cuando se alcanza el equilibrio, es decir que el número de moléculas que sale es igual al número de moléculas que entran al fluido, se dice que el vapor está saturado y la presión que el vapor ejerce sobre la superficie del líquido se denomina presión de vapor. La presión de vapor depende de la temperatura (actividad molecular) y aumenta con ella. Cuando la presión sobre un líquido, que se encuentra a una temperatura dada, es igual a la presión de vapor del líquido ocurre la ebullición. Para la mecánica de fluidos éste es un punto de importancia ya que, como se verá más adelante, en fluidos en movimiento las presiones involucradas pueden llegar a ser muy pequeñas, incluso debajo de la presión de vapor, lo que genera ebullición. Este fenómeno se denomina cavitación. Las burbujas producidas en la ebullición pueden viajar a zonas de mayor presión donde colapsan con suficiente intensidad como para producir problemas operacionales y/o estructurales.

### 1.2.8 Viscosidad

Para que exista movimiento de un cuerpo a través de un fluido (flujo externo) o para el movimiento de un fluido dentro de un canal o tubería (flujo interno) se debe ejercer una fuerza que sobrepase la resistencia ofrecida por el fluido. La magnitud de la resistencia ofrecida por el fluido es una resistencia a la deformación y estará determinada por la velocidad de deformación como por una propiedad del fluido denominada viscosidad. En la práctica se utilizan dos tipos de viscosidad:

- a) viscosidad dinámica  $\mu$
- b) viscosidad cinemática  $\nu$

#### Viscosidad dinámica, $\mu$

Entre dos placas paralelas de igual superficie y separadas por una distancia  $b$  se encuentra un fluido homogéneo a temperatura constante (Fig. 1.1). A la placa superior se le aplica una fuerza  $F$  por lo que ésta se mueve con una velocidad  $U$ . La placa inferior permanece quieta. Dado que el fluido en contacto con una superficie tiene la misma velocidad que la superficie, el fluido entre las placas se deforma generando un perfil de velocidades lineal entre las placas. La fuerza  $F$  resulta ser proporcional a la velocidad de la placa superior  $U$ , a la superficie de las placas  $A$  e inversamente proporcional al espesor del fluido  $b$

$$F \propto \frac{AU}{b}.$$

Como constante de proporcionalidad se introduce la viscosidad dinámica  $\mu$

$\Rightarrow$

$$F = \mu \frac{AU}{b}.$$

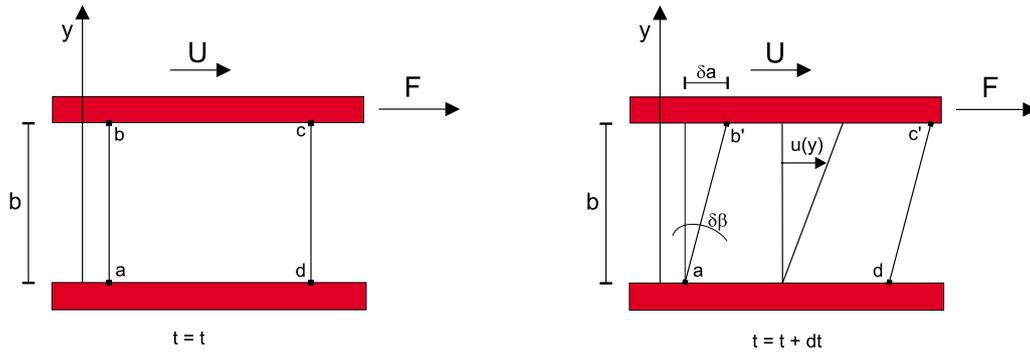


Figura 1.1: Esfuerzo de corte entre dos placas planas paralelas.

Reemplazando la fuerza  $F$  por el producto del esfuerzo de tangencial  $\tau$  y el área de la placa se obtiene

$$F = \tau A = \mu \frac{AU}{b},$$

de donde

$$\tau = \mu \frac{U}{b}.$$

La razón  $U/b$  se denomina velocidad angular de deformación o rapidez de deformación del fluido. Esta velocidad es equivalente a la variación temporal del ángulo  $\delta\beta$  o la velocidad angular de la línea  $ab'$ . Para un tiempo  $\delta t$  pequeño y por lo tanto para una variación del ángulo pequeña se tiene

$$\tan \delta\beta \approx \delta\beta = \frac{\delta a}{b}.$$

Como

$$\delta a = U \cdot \delta t$$

$\Rightarrow$

$$\delta\beta = \frac{U}{b} \delta t$$

de donde

$$\frac{\delta\beta}{\delta t} = \dot{\beta} = \frac{U}{b}.$$

La formulación presentada para el flujo completo entre las placas también es aplicable a un elemento diferencial de fluido, como el que muestra la Figura 1.2,

$$\tau = \mu \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta y} = \mu \frac{u_2 - u_1}{dy} = \mu \frac{u_1 + du - u_1}{dy}$$

$\Rightarrow$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

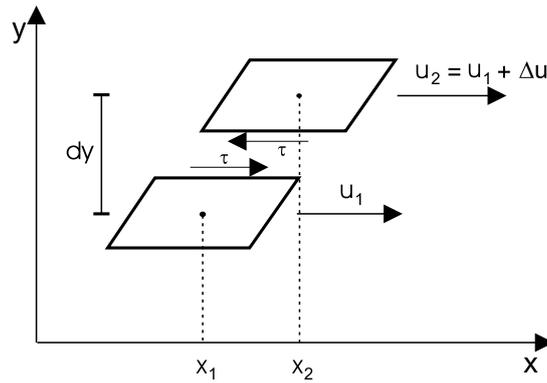


Figura 1.2: Esfuerzo de corte entre dos elementos diferenciales de fluido.

La ecuación anterior se denomina **Ley de viscosidad de Newton**.

La viscosidad dinámica, denominada también viscosidad absoluta o simplemente viscosidad, es una propiedad característica de cada fluido y es además dependiente de la temperatura y la presión  $\Rightarrow \mu = \mu(p, T)$ . La unidad de la viscosidad en el SI es el Pascalsegundo.

$$[\mu] = Pa \cdot s.$$

Dependiendo de la relación funcional que exista entre la viscosidad y la velocidad de deformación los fluidos se pueden clasificar en fluidos newtonianos y fluidos no newtonianos. Para un fluido newtoniano la viscosidad dinámica es independiente de la velocidad de deformación por lo que existe una relación lineal entre la magnitud del esfuerzo cortante aplicado y la velocidad de deformación (Fig. 1.3). En un fluido no newtoniano la relación entre la magnitud del esfuerzo cortante y la velocidad de deformación no es lineal (Fig. 1.4). Para efectos de estos apuntes se consideraran solo los fluidos newtonianos.

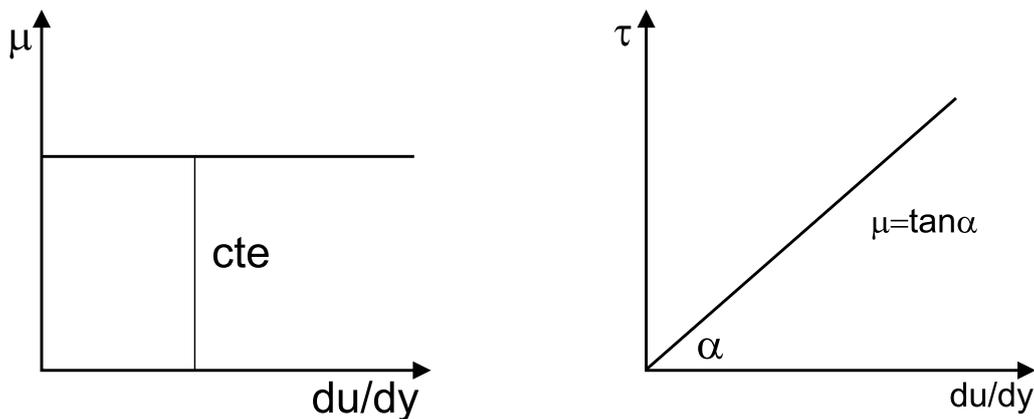


Figura 1.3: Dependencia de la viscosidad  $\mu$  y el esfuerzo de corte  $\tau$  con la velocidad de deformación para un fluido Newtoniano.

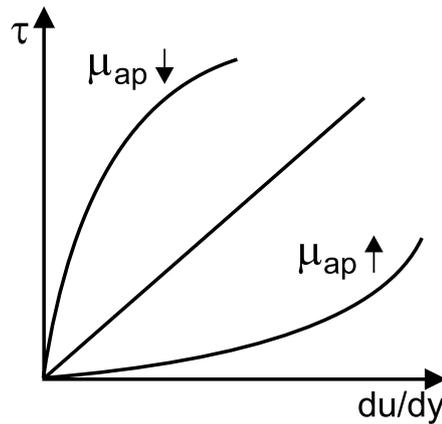


Figura 1.4: Dependencia de la viscosidad aparente  $\mu_{ap}$  con la velocidad de deformación para un fluido no Newtoniano.

### Viscosidad cinemática, $\nu$

La viscosidad cinemática se define como el cociente entre la viscosidad dinámica y la densidad

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}.$$

Las unidades son por lo tanto

$$[\nu] = \frac{Pa \cdot s}{kg/m^3} = \frac{N/m^2 \cdot s}{kg/m^3} = \frac{kgm/s^2 \cdot s}{m^2 kg/m^3},$$

$$[\nu] = \frac{m^2}{s}.$$

### Dependencia de la viscosidad con la temperatura

Si bien la viscosidad de los fluidos depende tanto de la presión como de la temperatura, la dependencia con la presión es, por lo general, despreciable. La viscosidad dinámica de los líquidos decrece con la temperatura y la de los gases crece. Esta diferencia puede ser explicada por la diferencia de la estructura molecular. La resistencia al corte o deformación depende de

1. la cohesión molecular y
2. de la rapidez de transferencia de cantidad de movimiento molecular.

En los líquidos predominan las fuerzas cohesivas entre las moléculas y como éstas decrecen con la temperatura la viscosidad también decrece con la temperatura (Fig. 1.5).

La actividad molecular da origen a la viscosidad en los gases. Como ésta aumenta con la temperatura, la viscosidad también aumenta con la temperatura.

En la literatura es posible encontrar diversas relaciones empíricas que dan cuenta del efecto de la temperatura sobre la viscosidad como por ejemplo las siguientes:

Gases

$$\mu \approx \mu_0 \cdot \frac{T_0 + T_S}{T + T_S} \cdot \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2}$$

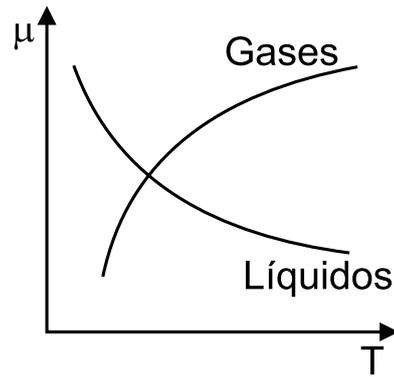


Figura 1.5: Dependencia de la viscosidad  $\mu$  para gases y líquidos con la temperatura.

donde  $\mu_0$  es la viscosidad dinámica a la temperatura  $T_0 = 273 K$  y  $T_S$  una constante empírica con unidades de temperatura que depende de cada gas.

Líquidos

$$\mu = D e^{B/T}$$

donde  $D$  y  $B$  son constantes empíricas particulares para cada líquido y  $T$  la temperatura absoluta.

### Dependencia de la viscosidad con la presión

La dependencia de la viscosidad con la presión se hace manifiesta solo a altas presiones. Para la mayoría de los líquidos la viscosidad aumenta con la presión en forma exponencial por lo que se utiliza la siguiente relación para representar esta dependencia

$$\mu_p \approx \mu_0 \cdot e^{\alpha p}$$

donde  $\mu_p$  es la viscosidad a la presión  $p$ ,  $\mu_0$  la viscosidad a la presión  $p_0 = 1 \text{ bar}$  y la temperatura  $T$  y

$$\alpha = \frac{1}{\mu_T} \left( \frac{d\mu_p}{dp} \right)_T .$$