

EJEMPLO 4-1

La barra compuesta de acero A-36 mostrada en la figura 4-6a consta de dos segmentos, AB y BD , cuyas áreas transversales son $A_{AB} = 1 \text{ pulg}^2$ y $A_{BD} = 2 \text{ pulg}^2$. Determine el desplazamiento vertical del extremo A y el desplazamiento de B respecto a C .

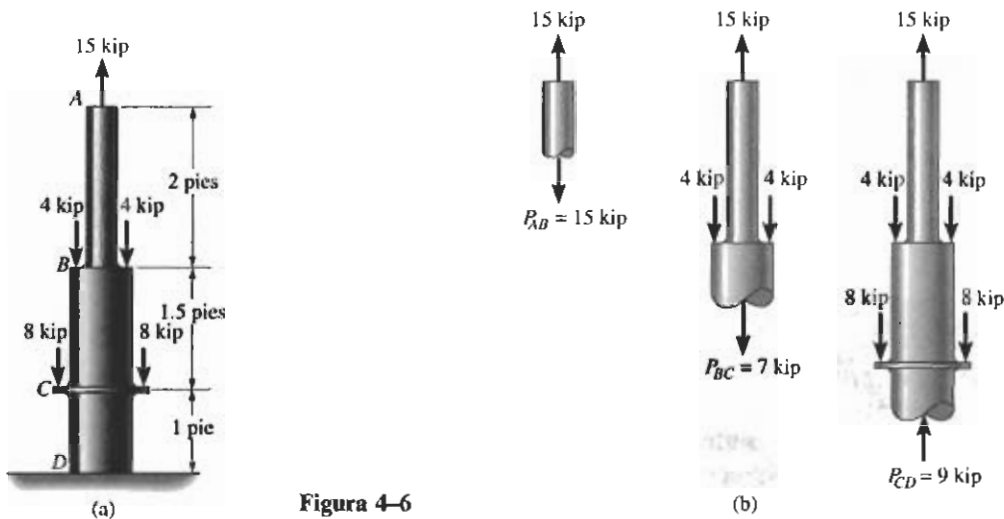


Figura 4-6

SOLUCIÓN

Fuerza interna. Debido a la aplicación de las cargas externas, las *fuerzas axiales internas* en las regiones AB , BC y CD serán todas *distintas*. Esas fuerzas se obtienen aplicando el método de las secciones y la ecuación de equilibrio por fuerza vertical, como se muestra en la figura 4-6b y se encuentran graficadas en la figura 4-6c.

Desplazamiento. De la cubierta interior posterior tomamos el valor $E_{ac} = 29(10^3) \text{ ksi}$. Usando la convención de signos, esto es, fuerzas internas de tensión son positivas y fuerzas internas de compresión son negativas, el desplazamiento vertical de A respecto al soporte fijo D es:

$$\delta_A = \sum \frac{PL}{AE} = \frac{[+15 \text{ kip}](2 \text{ pies})(12 \text{ pulg/pie})}{(1 \text{ pulg}^2)[29(10^3) \text{ kip/pulg}^2]} + \frac{[+7 \text{ kip}](1.5 \text{ pies})(12 \text{ pulg/pie})}{(2 \text{ pulg}^2)[29(10^3) \text{ kip/pulg}^2]} + \frac{[-9 \text{ kip}](1 \text{ pie})(12 \text{ pulg/pie})}{(2 \text{ pulg}^2)[29(10^3) \text{ kip/pulg}^2]}$$

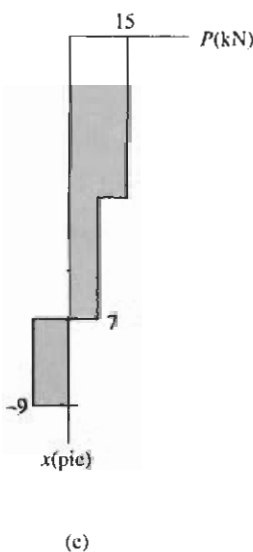
$$= +0.0127 \text{ pulg} \quad \text{Resp.}$$

Como el resultado es *positivo*, la barra *se alarga* y el desplazamiento de A es hacia arriba.

Aplicando la ecuación 4-2 entre los puntos B y C , obtenemos:

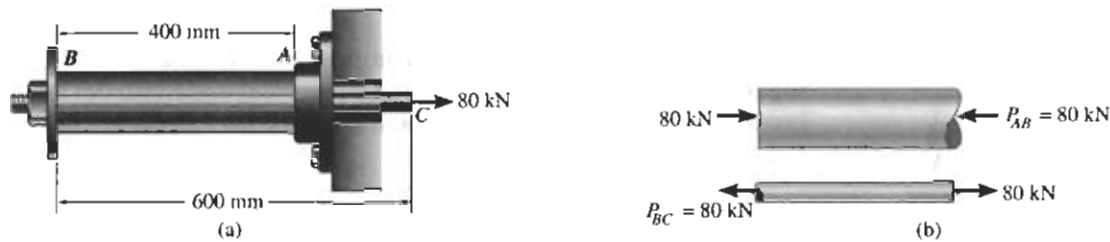
$$\delta_{B/C} = \frac{P_{BC}L_{BC}}{A_{BC}E} = \frac{[+7 \text{ kip}](1.5 \text{ pies})(12 \text{ pulg/pie})}{(2 \text{ pulg}^2)[29(10^3) \text{ kip/pulg}^2]} = +0.00217 \text{ pulg} \quad \text{Resp.}$$

· Aquí B se aleja de C , ya que el segmento se alarga.



EJEMPLO 4-2

El conjunto mostrado en la figura 4-7a consiste en un tubo AB de aluminio con área transversal de 400 mm^2 . Una barra de acero con diámetro de 10 mm está unida a un collarín rígido y pasa a través del tubo. Si se aplica una carga de tensión de 80 kN a la barra, determine el desplazamiento del extremo C de la barra. Considere $E_{ac} = 200 \text{ GPa}$ y $E_{al} = 70 \text{ GPa}$.


Figura 4-7
SOLUCIÓN

Fuerza interna. El diagrama de cuerpo libre del tubo y de la barra, figura 4-7b, muestra que la barra está sometida a una tensión de 80 kN y el tubo a una compresión de 80 kN .

Desplazamiento. Determinaremos primero el desplazamiento del extremo C con respecto al extremo B . Trabajando en unidades de newtons y metros, tenemos:

$$\delta_{C/B} = \frac{PL}{AE} = \frac{[+80(10^3) \text{ N}](0.6 \text{ m})}{\pi(0.005 \text{ m})^2[200(10^9) \text{ N/m}^2]} = +0.003056 \text{ m} \rightarrow$$

El signo positivo indica que el extremo C se mueve *hacia la derecha* con respecto al extremo B , ya que la barra se alarga.

El desplazamiento del extremo B con respecto al extremo fijo A es:

$$\begin{aligned} \delta_B &= \frac{PL}{AE} = \frac{[-80(10^3) \text{ N}](0.4 \text{ m})}{400 \text{ mm}^2((10^{-6}) \text{ m}^2/\text{mm}^2)[70(10^9) \text{ N/m}^2]} \\ &= -0.001143 \text{ m} = 0.001143 \text{ m} \rightarrow \end{aligned}$$

El signo menos indica aquí que el tubo se acorta, por lo que B se mueve *hacia la derecha* respecto a A .

Puesto que ambos desplazamientos son hacia la derecha, el desplazamiento resultante de C respecto a A es entonces:

$$\begin{aligned} (\rightarrow) \quad \delta_C &= \delta_B + \delta_{C/B} = 0.001143 \text{ m} + 0.003056 \text{ m} \\ &= 0.00420 \text{ m} = 4.20 \text{ mm} \rightarrow \end{aligned}$$

Resp.

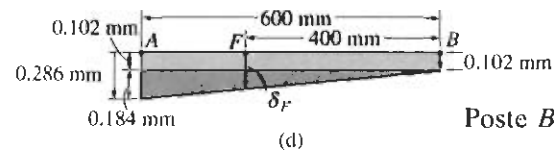
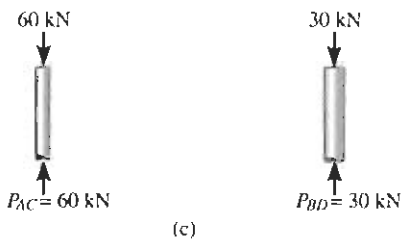
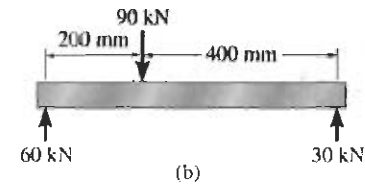
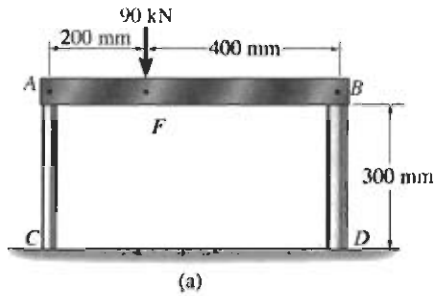


Figura 4-8

EJEMPLO 4-3

Una viga rígida AB descansa sobre los dos postes cortos mostrados en la figura 4-8a. AC está hecho de acero y tiene un diámetro de 20 mm; BD está hecho de aluminio y tiene un diámetro de 40 mm. Determine el desplazamiento del punto F situado en AB cuando se aplica una carga vertical de 90 kN sobre este punto. Considere $E_{ac} = 200$ GPa y $E_{al} = 70$ GPa.

SOLUCIÓN

Fuerza interna. Las fuerzas de compresión que actúan en la parte superior de cada poste se determinan a partir del equilibrio del miembro AB , figura 4-8b. Esas fuerzas son iguales a las fuerzas internas en cada poste, figura 4-8c.

Desplazamiento. El desplazamiento de la parte superior de cada poste es:

Poste AC :

$$\delta_A = \frac{P_{AC}L_{AC}}{A_{AC}E_{ac}} = \frac{[-60(10^3) \text{ N}](0.300 \text{ m})}{\pi(0.010 \text{ m})^2[200(10^9) \text{ N/m}^2]} = -286(10^{-6}) \text{ m} \\ = 0.286 \text{ mm} \downarrow$$

Poste BD :

$$\delta_B = \frac{P_{BD}L_{BD}}{A_{BD}E_{al}} = \frac{[-30(10^3) \text{ N}](0.300 \text{ m})}{\pi(0.020 \text{ m})^2[70(10^9) \text{ N/m}^2]} = -102(10^{-6}) \text{ m} \\ = 0.102 \text{ mm} \downarrow$$

En la figura 4-8d se muestra un diagrama de los desplazamientos de los puntos A , B y F situados en el eje de la viga. Por proporciones en el triángulo sombreado, el desplazamiento del punto F es entonces:

$$\delta_F = 0.102 \text{ mm} + (0.184 \text{ mm})\left(\frac{400 \text{ mm}}{600 \text{ mm}}\right) = 0.225 \text{ mm} \downarrow \text{ Resp.}$$

EJEMPLO 4-4

Un miembro está hecho de un material que tiene un peso específico γ y un módulo de elasticidad E . El miembro tiene la forma de un cono con las dimensiones mostradas en la figura 4-9a. Determine el desplazamiento de su extremo inferior bajo el efecto de su propio peso.

SOLUCIÓN

Fuerza interna. La fuerza axial interna varía a lo largo del miembro ya que depende del peso $W(y)$ de un segmento del miembro situado debajo de cualquier sección, figura 4-9b. Por tanto, para calcular el desplazamiento, debemos usar la ecuación 4-1. En la sección localizada a una distancia y del fondo, el radio x del cono como función de y se determina por proporción; esto es,

$$\frac{x}{y} = \frac{r_0}{L}; \quad x = \frac{r_0}{L}y$$

El volumen de un cono con base de radio x y altura y es:

$$V = \frac{\pi}{3}yx^2 = \frac{\pi r_0^2}{3L^2}y^3$$

Como $W = \gamma V$, la fuerza interna en la sección es:

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad P(y) = \frac{\gamma \pi r_0^2}{3L^2}y^3$$

Desplazamiento. El área de la sección transversal es también una función de la posición y , figura 4-9b. Tenemos:

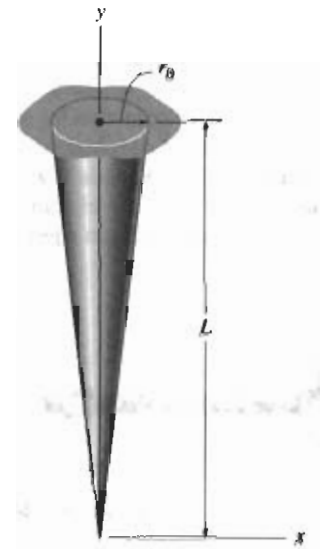
$$A(y) = \pi x^2 = \frac{\pi r_0^2}{L^2}y^2$$

Aplicando la ecuación 4-1 entre los límites $y = 0$ y $y = L$ se obtiene:

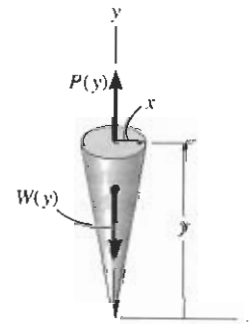
$$\begin{aligned} \delta &= \int_0^L \frac{P(y) dy}{A(y) E} = \int_0^L \frac{[(\gamma \pi r_0^2 / 3L^2) y^3] dy}{[(\pi r_0^2 / L^2) y^2] E} \\ &= \frac{\gamma}{3E} \int_0^L y dy \\ &= \frac{\gamma L^2}{6E} \end{aligned}$$

Resp.

Como verificación parcial de este resultado, note cómo las unidades de los términos, al cancelarse, dan la deflexión en unidades de longitud como era de esperarse.



(a)

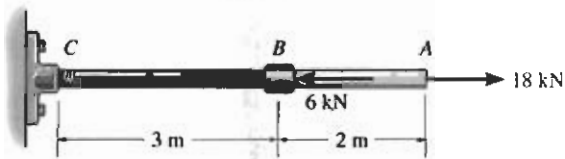


(b)

Figura 4-9

PROBLEMAS

4-1 El conjunto consta de una barra de acero CB y una barra de aluminio BA , teniendo cada una un diámetro de 12 mm. Si la barra se somete a las cargas axiales en A y en el cople B , determine el desplazamiento del cople B y del extremo A . La longitud de cada segmento sin estirar se muestra en la figura. Desprecie el tamaño de las conexiones en B y en C , y suponga que son rígidas. $E_{ac} = 200 \text{ GPa}$, $E_{al} = 70 \text{ GPa}$.

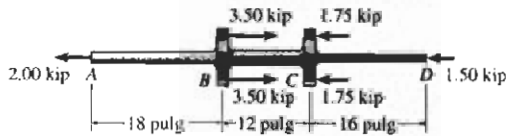


Problema 4-1

4-2 La flecha compuesta, que consiste en secciones de aluminio, cobre y acero, está sometida a las cargas mostradas en la figura. Determine el desplazamiento del extremo A con respecto al extremo D y el esfuerzo normal en cada sección. En la figura se muestran el área de la sección transversal y el módulo de elasticidad para cada sección. Desprecie el tamaño de los collarines en B y en C .

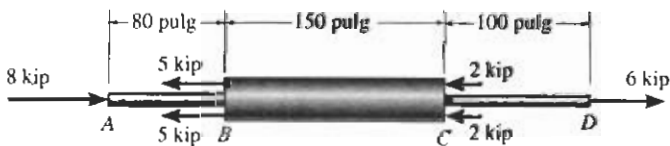
4-3 Determine el desplazamiento de B con respecto a C de la flecha compuesta del problema 4-2.

Aluminio	Cobre	Acero
$E_{al} = 10(10^3) \text{ ksi}$	$E_{co} = 18(10^3) \text{ ksi}$	$E_{ac} = 29(10^3) \text{ ksi}$
$A_{AB} = 0.09 \text{ pulg}^2$	$A_{BC} = 0.12 \text{ pulg}^2$	$A_{CD} = 0.06 \text{ pulg}^2$



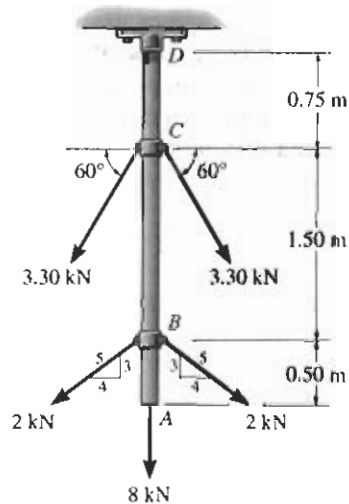
Problemas 4-2/4-3

***4-4** Una flecha de cobre está sometida a las cargas axiales que se muestran en la figura. Determine el desplazamiento del extremo A con respecto al extremo D si los diámetros de cada segmento son $d_{AB} = 0.75 \text{ pulg}$, $d_{BC} = 1 \text{ pulg}$, y $d_{CD} = 0.5 \text{ pulg}$. Tome $E_{co} = 18(10^3) \text{ ksi}$.



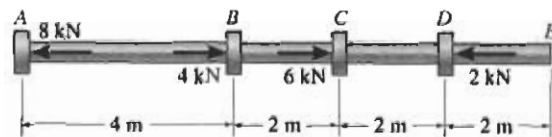
Problema 4-4

4-5 Una barra de acero A-36 está sometida a las cargas que se muestran en la figura. Si el área de la sección transversal de la barra es de 60 mm^2 , determine el desplazamiento de B y de A . Desprecie el tamaño de los coples en B , C y D .



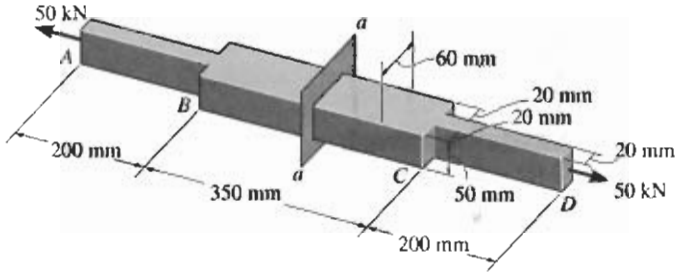
Problema 4-5

4-6 La barra de aluminio 2014-T6 tiene un diámetro de 30 mm y soporta la carga mostrada. Determine el desplazamiento de A con respecto a E . Desprecie el tamaño de los coples.



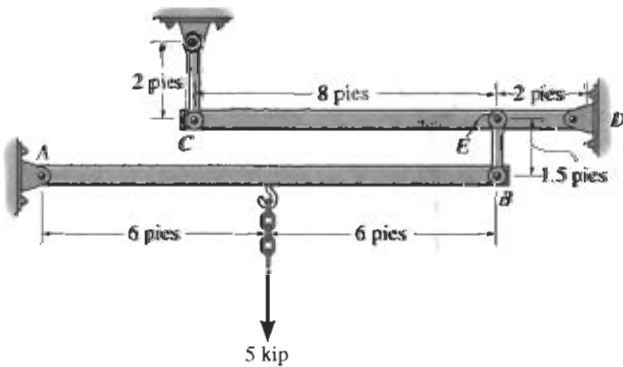
Problema 4-6

4-7 La barra de acero tiene las dimensiones originales mostradas en la figura. Determine el cambio en su longitud y las nuevas dimensiones de su sección transversal en la sección $a-a$ al estar sometida a una carga axial de 50 kN. $E_{ac} = 200 \text{ GPa}$, $\nu_{ac} = 0.29$.



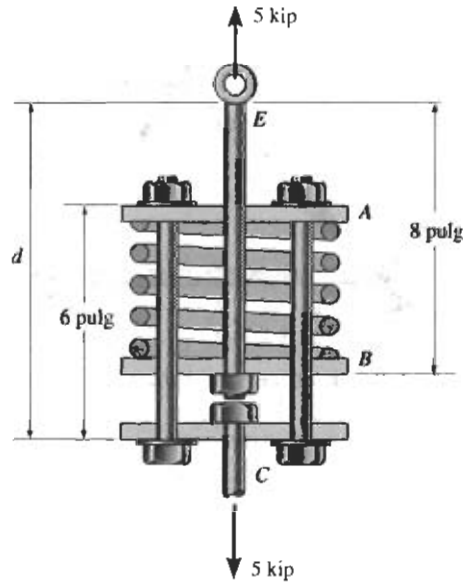
Problemas 4-7

*4-8 La estructura mostrada consiste en dos barras rígidas originalmente horizontales. Están soportadas por pasadores y barras de acero A-36 de 0.25 pulg de diámetro. Si se aplica la carga vertical de 5 kip a la barra inferior AB, determine el desplazamiento en C, B y E.



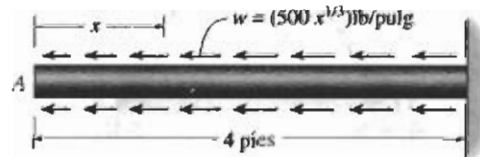
Problema 4-8

4-9 El cople está sometido a una fuerza de 5 kip. Determine la distancia d' entre C y E tomando en cuenta la compresión del resorte y la deformación de los segmentos verticales de los pernos. Cuando no se tiene una carga aplicada, el resorte no está estirado y $d = 10 \text{ pulg}$. El material es acero A-36 y cada perno tiene un diámetro de 0.25 pulg. Las placas en A, B y C son rígidas y el resorte tiene una rigidez $k = 12 \text{ kip/pulg}$.



Problema 4-9

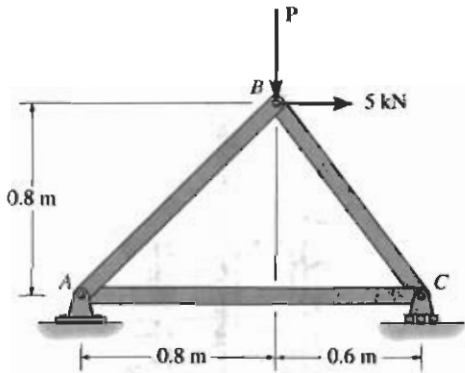
4-10 La barra tiene un área A en su sección transversal de 3 pulg^2 y un módulo de elasticidad $E = 35(10^3) \text{ ksi}$. Determine el desplazamiento de su extremo A cuando está sometida a la carga distribuida mostrada.



Problema 4-10

4-11 La armadura está hecha de tres barras de acero A-36, cada una con área transversal de 400 mm^2 . Determine el desplazamiento horizontal del rodillo en C cuando $P = 8 \text{ kN}$.

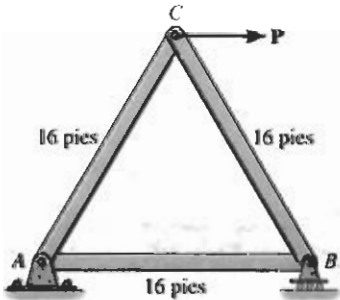
***4-12** La armadura está hecha de tres barras de acero A-36, cada una con área transversal de 400 mm^2 . Determine la magnitud requerida de P para desplazar el rodillo 0.2 mm hacia la derecha.



Problemas 4-11/4-12

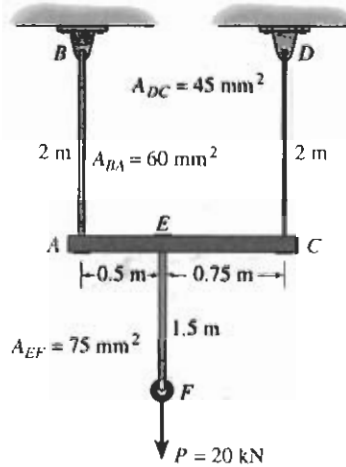
4-13 La armadura consiste en tres miembros, cada uno de acero A-36 y área transversal de 0.75 pulg^2 . Determine la carga máxima P que puede aplicarse de modo que el rodillo en B no se desplace más de 0.03 pulg .

4-14 Resuelva el problema 4-13 considerando que la carga P actúa verticalmente hacia abajo en C .



Problemas 4-13/4-14

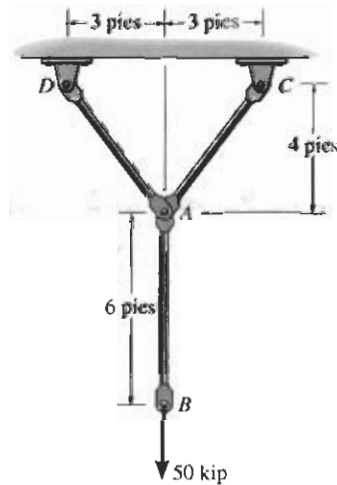
4-15 El conjunto consta de tres barras de titanio y una barra rígida AC . El área de la sección transversal de cada barra se da en la figura. Si se aplica una fuerza vertical de $P = 20 \text{ kN}$ al anillo F , determine el desplazamiento vertical del punto F . $E_{Ti} = 350 \text{ GPa}$.



Problema 4-15

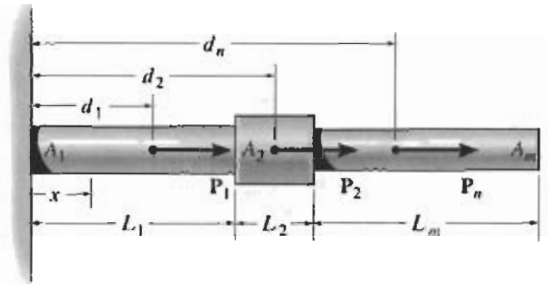
***4-16** El sistema de eslabones está formado por tres miembros de acero A-36 conectados por pasadores; cada miembro tiene un área transversal de 0.730 pulg^2 . Si se aplica una fuerza vertical de $P = 50 \text{ kip}$ al extremo B del miembro AB , determine el desplazamiento vertical del punto B .

4-17 El sistema de eslabones está formado por tres miembros de acero inoxidable 304 conectados por pasadores; cada miembro tiene un área transversal de 0.75 pulg^2 . Determine la magnitud de la fuerza P necesaria para desplazar el punto B 0.10 pulg hacia abajo.



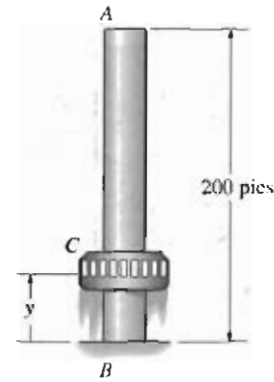
Problemas 4-16/4-17

■4-18 Considere el problema general de una barra que consta de m segmentos, cada uno con área transversal A_m y longitud L_m . Si se tienen n cargas sobre la barra como se muestra, escriba un programa de computadora que pueda usarse para determinar el desplazamiento de la barra en cualquier posición x especificada. Aplique el programa para los valores $L_1 = 4$ pies, $d_1 = 2$ pies, $P_1 = 400$ lb, $A_1 = 3$ pulg², $L_2 = 2$ pies, $d_2 = 6$ pies, $P_2 = -300$ lb, $A_2 = 1$ pulg².



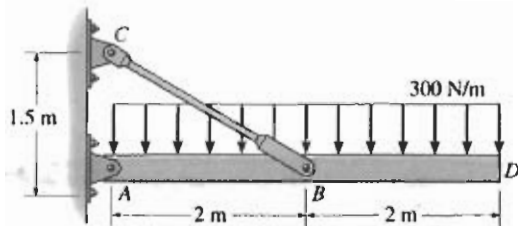
Problema 4-18

*4-20 La cabina C de un observatorio tiene un peso de 250 kip, y por medio de un sistema de engranes viaja hacia arriba a una velocidad constante a lo largo de la columna de acero A-36, la cual tiene una altura de 200 pies. La columna tiene un diámetro exterior de 3 pies y está hecha de placas de acero que tienen un espesor de 0.25 pulg. Desprecie el peso de la columna, y determine el esfuerzo normal promedio de la columna en su base, B, en función de la posición y de la cabina. También, determine el desplazamiento relativo del extremo A con respecto al extremo B en función de y .



Problema 4-20

4-19 La barra rígida está soportada por la barra CB conectada ésta en sus extremos por pasadores; la barra CB tiene un área transversal de 14 mm² y está hecha de aluminio 6061-T6. Determine la deflexión vertical de la barra en D cuando se aplica la carga distribuida.



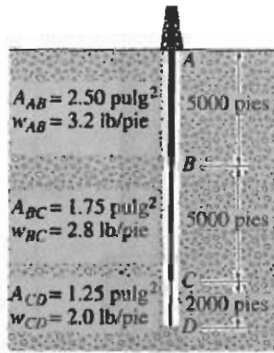
Problema 4-19

4-21 Una barra tiene una longitud L y el área de su sección transversal es A . Determine su alargamiento debido tanto a la fuerza P como a su propio peso. El material tiene un peso específico γ (peso/volumen) y un módulo de elasticidad E .



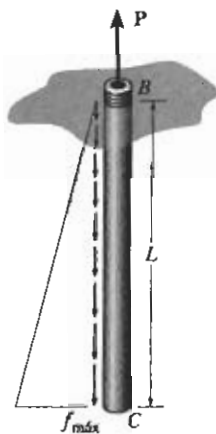
Problema 4-21

4-22 La barra de acero A-36 de un pozo petrolero penetra 12 000 pies en el terreno. Suponiendo que el tubo usado para perforar el pozo está suspendido libremente de la torre en A, determine el esfuerzo normal promedio máximo en cada segmento de tubo y el alargamiento de su extremo D con respecto al extremo fijo en A. La flecha consta de tres tamaños diferentes de tubo, AB, BC y CD, cada uno con su longitud, peso por unidad de longitud y área transversal indicados en la figura. *Sugerencia:* Use los resultados del problema 4-21.



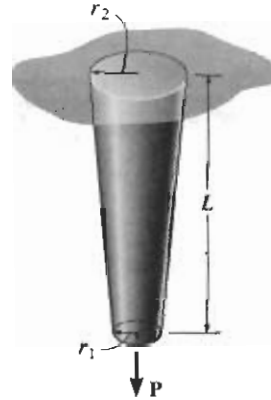
Problema 4-22

4-23 El tubo está enterrado en el suelo de manera que cuando se jala hacia arriba, la fuerza de fricción a lo largo de su longitud varía linealmente desde cero en B hasta $f_{m\acute{a}x}$ (fuerza/longitud) en C. Determine la fuerza inicial P requerida para extraer el tubo y el alargamiento asociado del tubo un instante antes de que comience a deslizar. El tubo tiene una longitud L , un área A en su sección transversal y el material de que está hecho tiene un módulo de elasticidad E .



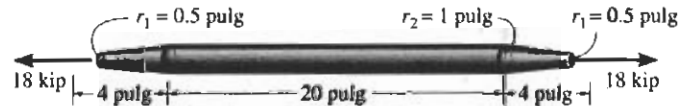
Problema 4-23

***4-24** La barra tiene un ligero ahusamiento y longitud L . Está suspendida del techo y soporta una carga P en su extremo. Demuestre que el desplazamiento de su extremo debido a esta carga es $\delta = PL/(\pi E r_2 r_1)$. Desprecie el peso del material. El módulo de elasticidad es E .



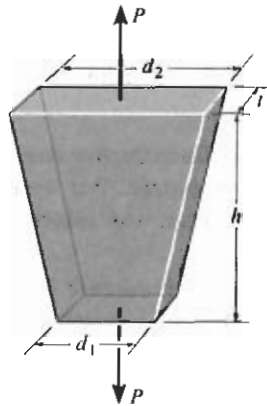
Problemas 4-24/4-25

4-26 Determine el alargamiento de la flecha ahusada de acero A-36 cuando está sometida a una fuerza axial de 18 kip. *Sugerencia:* Use el resultado del problema 4-24.



Problema 4-26

4-27 Determine el desplazamiento relativo de un extremo de la placa tronco-prismática con respecto al otro extremo cuando está sometida a una carga axial P .



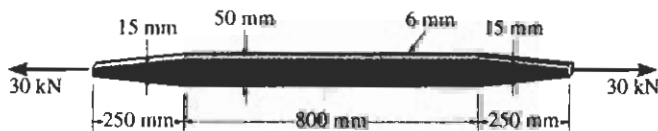
Problema 4-27

4-29 El material del hueso tiene un diagrama esfuerzo-deformación unitaria que puede definirse por la relación $\sigma = kE[\epsilon(1 + E\epsilon)]$, donde k y E son constantes. Determine la compresión dentro de la longitud L del hueso, donde se supone que el área A de la sección transversal del hueso es constante.



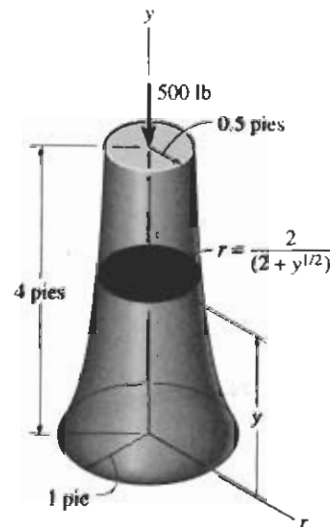
Problema 4-29

*4-28 Determine el alargamiento de la barra de aluminio cuando está sometida a una fuerza axial de 30 kN. $E_{al} = 70$ GPa. *Sugerencia:* Use el resultado del problema 4-27.



Problema 4-28

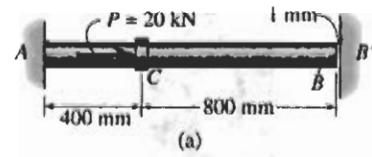
4-30 El pedestal tiene una forma cuyo radio está definido por la función $r = 2/(2 + y^{1/2})$ pies, donde y está en pies. Si el módulo de elasticidad para el material es $E = 14(10^3)$ ksi, determine el desplazamiento de su parte superior cuando soporta la carga de 500 libras.



Problema 4-30

EJEMPLO 4-5

La barra de acero mostrada en la figura 4-12a tiene un diámetro de 5 mm. Está empotrada en la pared en A y antes de cargarla se tiene una holgura de 1 mm entre la pared en B' y la barra. Determine las reacciones en A y en B' cuando la barra se somete a una fuerza axial de $P = 20$ kN, como se muestra. Desprecie el tamaño del collarín en C . Considere $E_{ac} = 200$ GPa.


SOLUCIÓN

Equilibrio. Como se muestra en el diagrama de cuerpo libre, figura 4-12b, supondremos que la fuerza P es suficientemente grande para que el extremo B de la barra entre en contacto con la pared en B' . El problema es estáticamente indeterminado ya que hay dos incógnitas y sólo una ecuación de equilibrio.

El equilibrio de la barra requiere:

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0; \quad -F_A - F_B + 20(10^3) \text{ N} = 0$$

Compatibilidad. La condición de compatibilidad en la barra es:

$$\delta_{B/A} = 0.001 \text{ m}$$

Este desplazamiento puede expresarse en términos de las reacciones desconocidas usando la relación carga-desplazamiento, ecuación 4-2, aplicada a los segmentos AC y CB , figura 4-12c. Trabajando en unidades de newtons y metros, tenemos:

$$\delta_{B/A} = 0.001 \text{ m} = \frac{F_A L_{AC}}{AE} - \frac{F_B L_{CB}}{AE}$$

$$0.001 \text{ m} = \frac{F_A(0.4 \text{ m})}{\pi(0.0025 \text{ m})^2[200(10^9) \text{ N/m}^2]} - \frac{F_B(0.8 \text{ m})}{\pi(0.0025 \text{ m})^2[200(10^9) \text{ N/m}^2]}$$

o

$$F_A(0.4 \text{ m}) - F_B(0.8 \text{ m}) = 3927.0 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (2)$$

Resolviendo las ecuaciones 1 y 2 se obtiene:

$$F_A = 16.6 \text{ kN} \quad F_B = 3.40 \text{ kN} \quad \text{Resp.}$$

Dado que F_B resultó *positiva*, el extremo B sí entra en contacto con la pared en B' como se supuso originalmente. Por otra parte, si F_B fuese una cantidad negativa, el problema sería estáticamente determinado, con $F_B = 0$ y $F_A = 20$ kN.

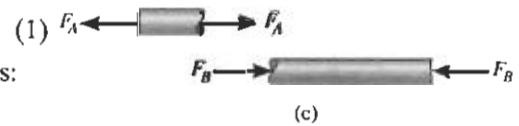
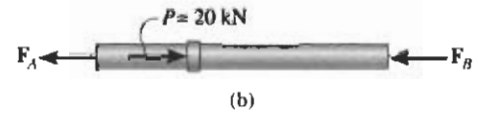
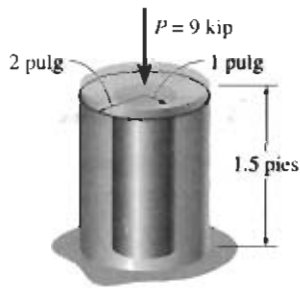


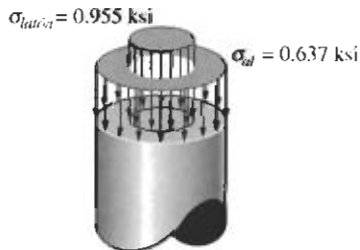
Figura 4-12



(a)



(b)



(c)

Figura 4-13

EJEMPLO 4-6

El poste de aluminio mostrado en la figura 4-13a está reforzado con un núcleo de latón. Si el conjunto soporta una carga axial de compresión de $P = 9$ kip, aplicada a la tapa rígida, determine el esfuerzo normal promedio en el aluminio y en el latón. Considere $E_{al} = 10(10^3)$ ksi y $E_{latón} = 15(10^3)$ ksi.

SOLUCIÓN

Equilibrio. El diagrama de cuerpo libre del poste se muestra en la figura 4-13b. Aquí, la fuerza axial resultante en la base está representada por las componentes desconocidas tomadas por el aluminio, F_{al} , y el latón, $F_{latón}$. El problema es estáticamente indeterminado. ¿Por qué?

El equilibrio por fuerzas verticales requiere que:

$$+\downarrow \Sigma F_y = 0; \quad 9 \text{ kip} - F_{al} - F_{latón} = 0 \quad (1)$$

Compatibilidad. Para satisfacer los requisitos de compatibilidad, los desplazamientos en la parte superior del poste del aluminio y del latón deben *iguales*, esto es,

$$\delta_{al} = \delta_{latón}$$

Usando las relaciones carga-desplazamiento,

$$\begin{aligned} \frac{F_{al}L}{A_{al}E_{al}} &= \frac{F_{latón}L}{A_{latón}E_{latón}} \\ F_{al} &= F_{latón} \left(\frac{A_{al}}{A_{latón}} \right) \left(\frac{E_{al}}{E_{latón}} \right) \\ F_{al} &= F_{latón} \left[\frac{\pi[(2 \text{ pulg})^2 - (1 \text{ pulg})^2]}{\pi(1 \text{ pulg})^2} \right] \left[\frac{10(10^3) \text{ ksi}}{15(10^3) \text{ ksi}} \right] \\ F_{al} &= 2F_{latón} \end{aligned} \quad (2)$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones 1 y 2, obtenemos:

$$F_{al} = 6 \text{ kip} \quad F_{latón} = 3 \text{ kip}$$

Como los resultados son positivos, los esfuerzos serán de compresión.

El esfuerzo normal promedio en el aluminio y en el latón son entonces,

$$\begin{aligned} \sigma_{al} &= \frac{6 \text{ kip}}{\pi[(2 \text{ pulg})^2 - (1 \text{ pulg})^2]} = 0.637 \text{ ksi} && \text{Resp.} \\ \sigma_{latón} &= \frac{3 \text{ kip}}{\pi(1 \text{ pulg})^2} = 0.955 \text{ ksi} && \text{Resp.} \end{aligned}$$

Las distribuciones de los esfuerzos se muestran en la figura 4-13c.

EJEMPLO 4-7

Las tres barras de acero A-36 mostradas en la figura 4-14a están conectadas por pasadores a un miembro rígido. Si la carga aplicada sobre el miembro es de 15 kN, determine la fuerza desarrollada en cada barra. Las barras AB y EF tienen cada una un área transversal de 25 mm^2 y la barra CD tiene un área transversal de 15 mm^2 .

SOLUCIÓN

Equilibrio. El diagrama de cuerpo libre del miembro rígido se muestra en la figura 4-14b. Este problema es estáticamente indeterminado ya que se tienen tres incógnitas y sólo dos ecuaciones disponibles de equilibrio. Estas ecuaciones son:

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad F_A + F_C + F_E - 15 \text{ kN} = 0 \quad (1)$$

$$\zeta^+ \Sigma M_C = 0; \quad -F_A(0.4 \text{ m}) + 15 \text{ kN}(0.2 \text{ m}) + F_E(0.4 \text{ m}) = 0 \quad (2)$$

Compatibilidad. Debido a los desplazamientos en los extremos de cada barra, la línea ACE mostrada en la figura 4-14c tomará la posición definida por los puntos $A'C'E'$. Desde esta posición, los desplazamientos de los puntos A , C y E pueden relacionarse por triángulos semejantes. La ecuación de compatibilidad para esos desplazamientos es entonces:

$$\frac{\delta_A - \delta_E}{0.8 \text{ m}} = \frac{\delta_C - \delta_E}{0.4 \text{ m}}$$

$$\delta_C = \frac{1}{2}\delta_A + \frac{1}{2}\delta_E$$

Usando la relación carga-desplazamiento, ecuación 4-2, tenemos:

$$\frac{F_C L}{(15 \text{ mm}^2)E_{ac}} = \frac{1}{2} \left[\frac{F_A L}{(25 \text{ mm}^2)E_{ac}} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{F_E L}{(25 \text{ mm}^2)E_{ac}} \right]$$

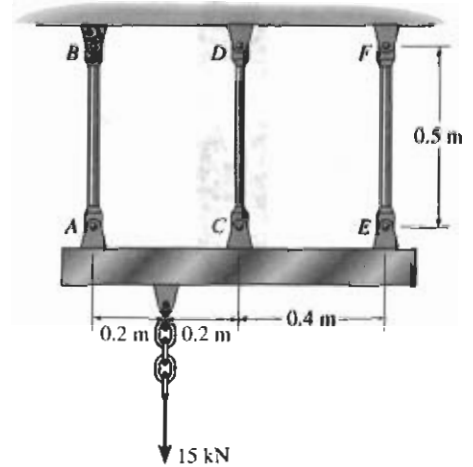
$$F_C = 0.3F_A + 0.3F_E \quad (3)$$

Resolviendo simultáneamente las ecuación 1-3 se obtiene:

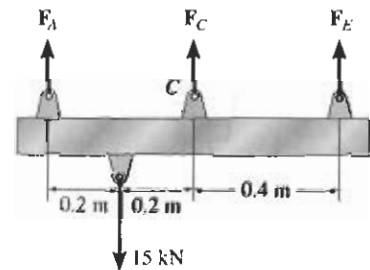
$$F_A = 9.52 \text{ kN} \quad \text{Resp.}$$

$$F_C = 3.46 \text{ kN} \quad \text{Resp.}$$

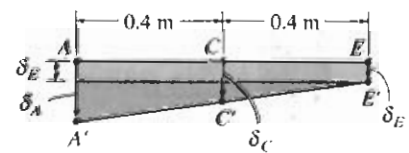
$$F_E = 2.02 \text{ kN} \quad \text{Resp.}$$



(a)

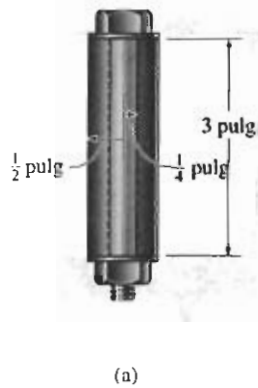


(b)



(c)

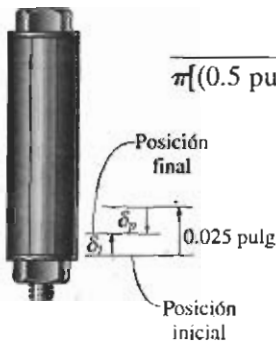
Figura 4-14



(a)



(b)



(c)

Figura 4-15

EJEMPLO 4-8

El perno mostrado en la figura 4-15a está hecho de una aleación de aluminio 2014-T6 y está apretado de modo que comprime a un tubo cilíndrico hecho de una aleación de magnesio Am 1004-T61. El tubo tiene un radio exterior de $\frac{1}{2}$ pulg y el radio interior del tubo y el radio del perno son de $\frac{1}{4}$ pulg. Las arandelas en los extremos del tubo son rígidas y tienen un espesor despreciable. Inicialmente la tuerca está ligeramente apretada a mano; luego, por medio de una llave, la tuerca se aprieta media vuelta. Si el perno tiene 20 cuerdas por pulgada, determine el esfuerzo en el perno.

SOLUCIÓN

Equilibrio. Se considera el diagrama de cuerpo libre de una sección del perno y del tubo, figura 4-15b, para relacionar la fuerza en el perno F_p con la fuerza en el tubo, F_t . Por equilibrio se requiere,

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad F_p - F_t = 0 \quad (1)$$

El problema es estáticamente indeterminado ya que se tienen dos incógnitas en esta ecuación.

Compatibilidad. Al apretar la tuerca media vuelta, ésta avanza una distancia de $(\frac{1}{2})(\frac{1}{20} \text{ pulg}) = 0.025 \text{ pulg}$ a lo largo del perno. Esto ocasiona que el perno se *alargue* δ_p y que el tubo se *acorte* δ_t , figura 4-15c. Como se muestra, la compatibilidad requiere que:

$$(+\uparrow) \quad \delta_t = 0.025 \text{ pulg} - \delta_p$$

Leyendo el módulo de elasticidad en la tabla de la cubierta interior posterior y aplicando la ecuación 4-2, obtenemos:

$$\frac{F_t(3 \text{ pulg})}{\pi[(0.5 \text{ pulg})^2 - (0.25 \text{ pulg})^2][6.48(10^3) \text{ ksi}]} = 0.025 \text{ pulg} - \frac{F_p(3 \text{ pulg})}{\pi(0.25 \text{ pulg})^2[10.6(10^3) \text{ ksi}]}$$

$$0.78595F_t = 25 - 1.441F_p \quad (2)$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones 1 y 2, obtenemos:

$$F_p = F_t = 11.22 \text{ kip}$$

Los esfuerzos en el perno y en el tubo son entonces:

$$\sigma_p = \frac{F_p}{A_p} = \frac{11.22 \text{ kip}}{\pi(0.25 \text{ pulg})^2} = 57.2 \text{ ksi} \quad \text{Resp.}$$

$$\sigma_s = \frac{F_t}{A_t} = \frac{11.22 \text{ kip}}{\pi[(0.5 \text{ pulg})^2 - (0.25 \text{ pulg})^2]} = 19.1 \text{ ksi}$$

Estos esfuerzos son menores que los esfuerzos de fluencia de cada material, $(\sigma_Y)_{al} = 60 \text{ ksi}$ y $(\sigma_Y)_{mg} = 22 \text{ ksi}$ (vea la cubierta interior posterior), por lo que este análisis “elástico” es válido.

PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS

Un problema estáticamente indeterminado puede resolverse usando el método de las fuerzas de análisis, dibujando *primero* el diagrama de cuerpo libre del miembro para identificar todas las fuerzas que actúan sobre él.

Compatibilidad. Escoja uno de los soportes como redundante. El desplazamiento conocido en el soporte redundante, que puede ser igual a cero, se iguala entonces al desplazamiento en este soporte causado por las cargas externas que actúan sobre el miembro, *excluyendo* la reacción del soporte redundante, *más* (vectorialmente) el desplazamiento en el soporte causado *sólo* por la reacción redundante actuando sobre el miembro. Estos dos desplazamientos se expresan entonces en términos de las cargas usando una relación de carga-desplazamiento tal como $\delta = PL/AE$. Una vez establecida, la ecuación de compatibilidad puede resolverse para obtener la magnitud de la fuerza redundante.

Equilibrio. Escriba las ecuaciones de equilibrio apropiadas para el miembro y usando el resultado calculado para la redundante, despeje de esas ecuaciones los valores de las otras reacciones.

1

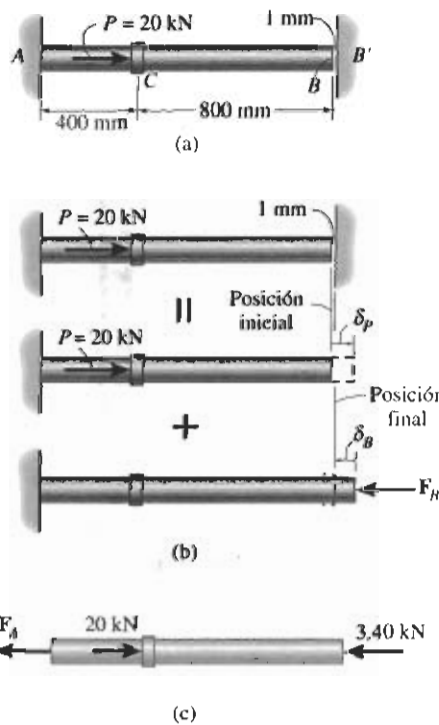


Figura 4-17

EJEMPLO 4-9

La barra de acero mostrada en la figura 4-17a tiene un diámetro de 5 mm. Está fija a la pared en A y antes de aplicarse la carga se tiene una holgura de 1 mm entre la pared en B' y la barra. Determine las reacciones en A y en B'. Desprecie el tamaño del collarín en C. Considere $E_{ac} = 200 \text{ GPa}$.

SOLUCIÓN

Compatibilidad. Consideraremos aquí el soporte en B' como redundante. Usando el principio de superposición, figura 4-17b, tenemos:

$$(\rightarrow) \quad 0.001 \text{ m} = \delta_P - \delta_B \quad (1)$$

Las deflexiones δ_P y δ_B se determinan con la ecuación 4-2.

$$\delta_P = \frac{PL_{AC}}{AE} = \frac{[20(10^3) \text{ N}](0.4 \text{ m})}{\pi(0.0025 \text{ m})^2[200(10^9) \text{ N/m}^2]} = 0.002037 \text{ m}$$

$$\delta_B = \frac{F_B L_{AB}}{AE} = \frac{F_B(1.20 \text{ m})}{\pi(0.0025 \text{ m})^2[200(10^9) \text{ N/m}^2]} = 0.3056(10^{-6})F_B$$

Sustituyendo en la ecuación 1, obtenemos:

$$0.001 \text{ m} = 0.002037 \text{ m} - 0.3056(10^{-6})F_B$$

$$F_B = 3.40(10^3) \text{ N} = 3.40 \text{ kN} \quad \text{Resp.}$$

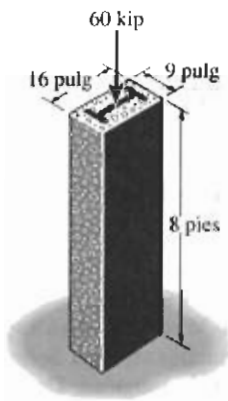
Equilibrio. Del diagrama de cuerpo libre, figura 4-17c,

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0; \quad -F_A + 20 \text{ kN} - 3.40 \text{ kN} = 0 \quad F_A = 16.6 \text{ kN} \quad \text{Resp.}$$

PROBLEMAS

4-31 La columna de acero A-36, que tiene un área transversal de 18 pulg², está embebida en concreto de alta resistencia como se muestra. Si se aplica una fuerza axial de 60 kip a la columna, determine el esfuerzo de compresión promedio en el concreto y en el acero. ¿Cuánto se acorta la columna? La columna tiene una altura original de 8 pies.

***4-32** La columna de acero A-36 está embebida en concreto de alta resistencia como se muestra en la figura. Si se aplica una fuerza axial de 60 kip a la columna, determine el área requerida de acero de manera que la fuerza sea compartida igualmente entre el acero y el concreto. ¿Cuánto se acorta la columna? La columna tiene una altura original de 8 pies.



Problemas 4-31/4-32

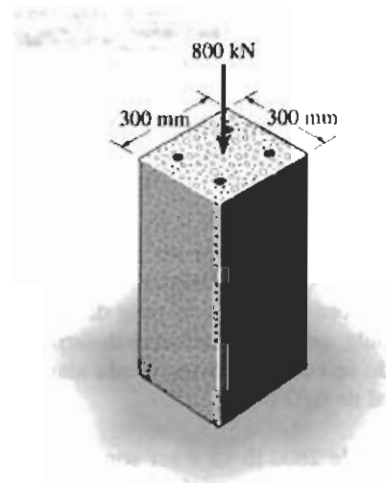
4-33 Un tubo de acero está lleno de concreto y sometido a una fuerza de compresión de 80 kN. Determine el esfuerzo en el concreto y en el acero debido a esta carga. El tubo tiene un diámetro exterior de 80 mm y un diámetro interior de 70 mm. $E_{ac} = 200$ GPa, $E_c = 24$ GPa.



Problema 4-33

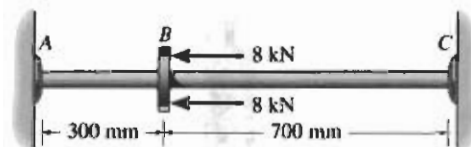
4-34 Una columna de concreto está reforzada por medio de cuatro varillas de acero de refuerzo, cada una de 18 mm de diámetro. Determine el esfuerzo en el concreto y en el acero si la columna está sometida a una carga axial de 800 kN. $E_{ac} = 200$ GPa, $E_c = 25$ GPa.

4-35 La columna está construida con concreto de alta resistencia y cuatro varillas de refuerzo de acero A-36. Si está sometida a una fuerza axial de 800 kN, determine el diámetro requerido de cada varilla para que una cuarta parte de la carga sea soportada por el acero y tres cuartas partes por el concreto.



Problemas 4-34/4-35

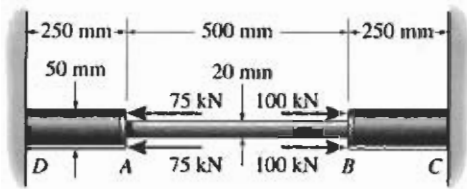
***4-36** El tubo de acero A-36 tiene un radio exterior de 20 mm y un radio interior de 15 mm. Si entra justamente entre las paredes fijas antes de ser cargado, determine la reacción en las paredes cuando se somete a la carga mostrada.



Problema 4-36

4-37 La barra compuesta consiste en un segmento AB de acero A-36 de 20 mm de diámetro y de segmentos extremos DA y CB de latón C83400 de 50 mm de diámetro. Determine el esfuerzo normal promedio en cada segmento debido a la carga aplicada.

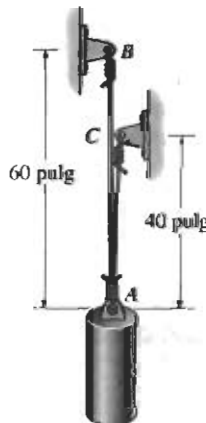
4-38 La barra compuesta consiste en un segmento AB de acero A-36 de 20 mm de diámetro y de segmentos extremos DA y CB de latón C83400 de 50 mm de diámetro. Determine el desplazamiento de A respecto a B debido a la carga aplicada.



Problemas 4-37/4-38

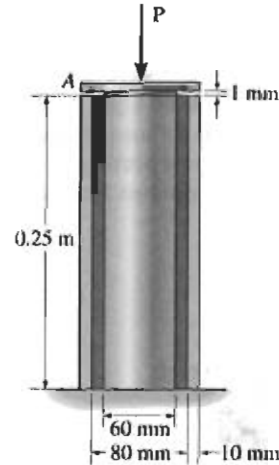
4-39 La carga de 2800 lb va a ser soportada por los dos alambres de acero A-36 esencialmente verticales. Si originalmente el alambre AB es de 60 pulg de largo y el alambre AC de 40 pulg, determine la fuerza desarrollada en cada alambre cuando se cuelga la carga. Cada alambre tiene un área transversal de 0.02 pulg².

***4-40** La carga de 2800 lb va a ser soportada por los dos alambres de acero A-36 esencialmente verticales. Si originalmente el alambre AB es de 60 pulg de largo y el alambre AC de 40 pulg, determine el área transversal de AB para que la carga se reparta igualmente entre ambos alambres. El alambre AC tiene un área transversal de 0.02 pulg².



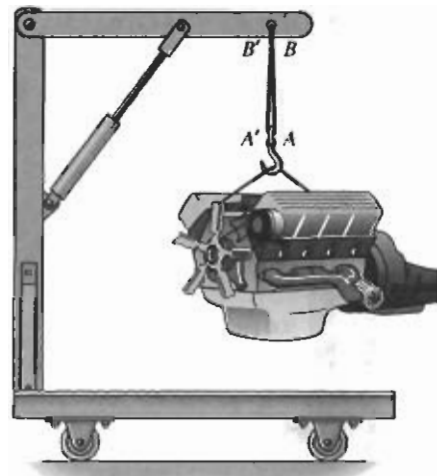
Problemas 4-39/4-40

4-41 El soporte consiste en un poste sólido de latón C83400 que está rodeado por un tubo de acero inoxidable 304. Antes de aplicar la carga, el hueco entre esas dos partes es de 1 mm. Dadas las dimensiones mostradas, determine la carga axial máxima que puede aplicarse a la tapa rígida A sin generar fluencia en ninguno de los materiales.



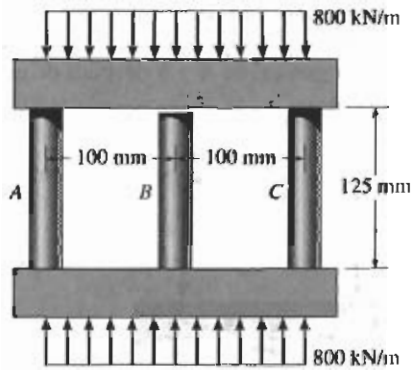
Problema 4-41

4-42 Dos alambres de acero A-36 se usan para soportar el motor de 650 lb de peso. Originalmente, AB tiene 32 pulg de longitud y $A'B'$ 32.008 pulg de longitud. Determine la fuerza soportada por cada alambre cuando el motor se suspende de ellos. Cada alambre tiene un área transversal de 0.01 pulg².



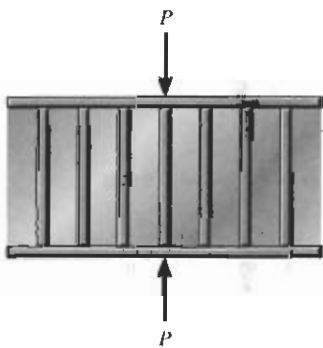
Problema 4-42

4-43 El poste central B del conjunto tiene una longitud original de 124.7 mm, mientras que los postes A y C tienen una longitud de 125 mm. Si las tapas arriba y abajo se consideran rígidas, determine el esfuerzo normal promedio en cada poste. Los postes están hechos de aluminio y tiene cada uno un área transversal de 400 mm². $E_{al} = 70$ GPa.



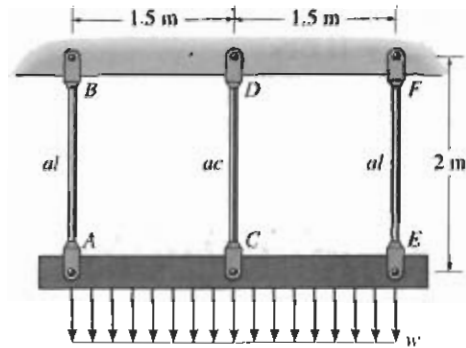
Problema 4-43

*4-44 El espécimen representa un sistema matriz con refuerzo de filamentos hecho con un plástico (matriz) y vidrio (fibra). Si se tienen n fibras, cada una con área A_f de sección transversal, embebidas en una matriz con área transversal A_m , determine el esfuerzo en la matriz y en cada fibra cuando se aplica la fuerza P sobre el espécimen.



Problema 4-44

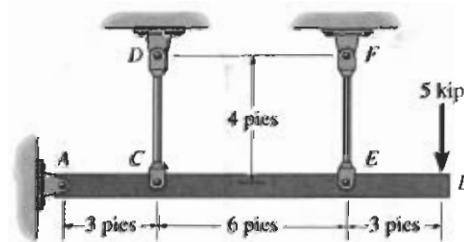
4-45 La carga distribuida está soportada por tres barras de suspensión. AB y EF están hechas de aluminio y CD está hecha de acero. Si cada barra tiene un área transversal de 450 mm², determine la intensidad máxima w de la carga distribuida de modo que no se exceda un esfuerzo permisible de $(\sigma_{perm})_{al} = 94$ MPa en el aluminio. $E_{ac} = 200$ GPa, $E_{al} = 70$ GPa.



Problema 4-45

4-46 La viga está articulada en A y soportada por dos barras de aluminio; cada barra tiene un diámetro de 1 pulg y un módulo de elasticidad $E_{al} = 10(10^3)$ ksi. Si se supone que la viga es rígida e inicialmente horizontal, determine el desplazamiento del extremo B cuando se aplique sobre él una carga de 5 kip.

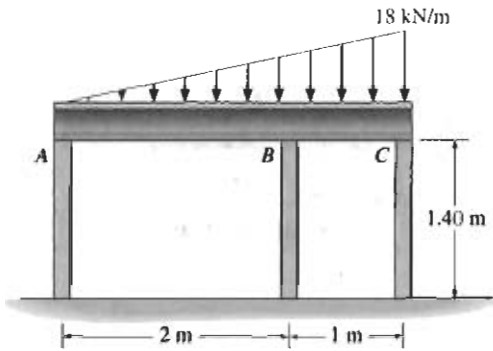
4-47 La barra está articulada en A y está soportada por dos barras de aluminio, cada una con diámetro de 1 pulg y módulo de elasticidad $E_{al} = 10(10^3)$ ksi. Si se supone que la barra es rígida y que está inicialmente en posición horizontal, determine la fuerza en cada barra cuando se aplica la carga de 5 kip.



Problemas 4-46/4-47

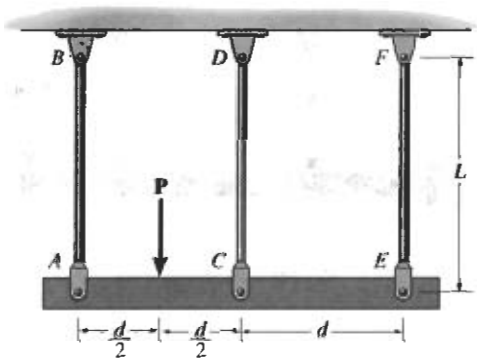
***4-48** Se supone que la viga horizontal es rígida mientras soporta la carga distribuida mostrada. Determine las reacciones verticales en los soportes. Cada soporte consiste en un poste de madera con diámetro de 120 mm y con altura original (descargado) de 1.40 m. Considere $E_{mad} = 12$ GPa.

4-49 Se supone que la viga horizontal es rígida mientras soporta la carga distribuida mostrada. Determine el ángulo de inclinación de la viga después de aplicada la carga. Cada soporte consiste en un poste de madera con diámetro de 120 mm y una longitud original (descargada) de 1.40 m. Considere $E_{mad} = 12$ GPa.



Problemas 4-48/4-49

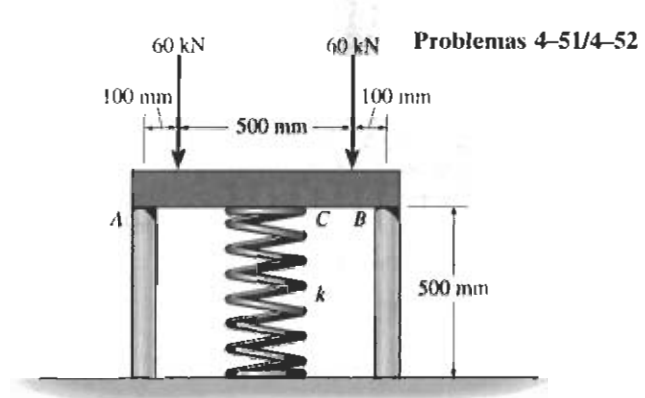
4-50 Las tres barras colgantes están hechas del mismo material y tienen las mismas áreas A en sus secciones transversales. Determine el esfuerzo normal promedio en cada barra si la barra rígida ACE está sometida a la fuerza P .



Problema 4-50

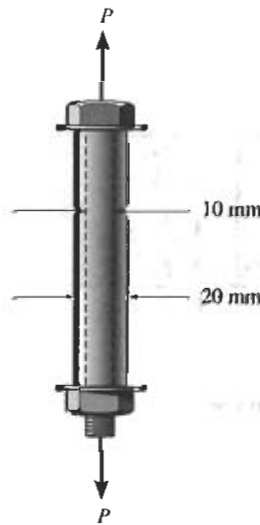
4-51 La barra rígida está soportada por dos postes cortos de madera y un resorte. Si cada uno de los postes tiene una altura de 500 mm y área transversal de 800 mm^2 y el resorte tiene una rigidez $k = 1.8 \text{ MN/m}$ y una longitud no estirada de 520 mm, determine la fuerza en cada poste después de aplicada la carga a la barra. $E_{mad} = 11$ GPa.

***4-52** La barra rígida está soportada por dos postes de madera (abeto blanco) y un resorte. Cada poste tiene una longitud (sin carga presente) de 500 mm y un área transversal de 800 mm^2 ; el resorte tiene una rigidez $k = 1.8 \text{ MN/m}$ y una longitud (sin carga presente) de 520 mm. Determine el desplazamiento vertical de A y B después de que se aplica la carga a la barra.



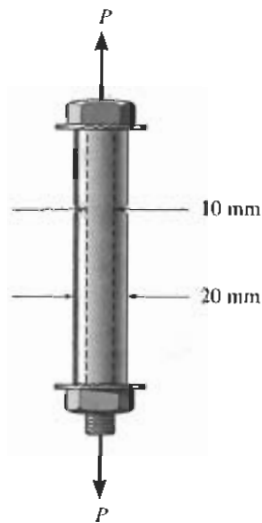
Problemas 4-51/4-52

4-53 El perno de acero de 10 mm de diámetro está rodeado por un manguito de bronce. El diámetro exterior del manguito es de 20 mm y su diámetro interior es de 10 mm. Si el perno está sometido a una fuerza de compresión de $P = 20 \text{ kN}$, determine el esfuerzo normal promedio en el acero y en el bronce. $E_{ac} = 200 \text{ GPa}$ y $E_{br} = 100 \text{ GPa}$.



Problema 4-53

4-54 El vástago de 10 mm de diámetro de un perno de acero está envuelto por un casquillo de bronce. El diámetro exterior de este casquillo es de 20 mm y su diámetro interior es de 10 mm. Si el esfuerzo de fluencia para el acero es $(\sigma_Y)_{ac} = 640$ MPa y para el bronce es $(\sigma_Y)_{br} = 520$ MPa, determine la magnitud de la carga elástica máxima P que puede aplicarse al conjunto. $E_{ac} = 200$ GPa, $E_{br} = 100$ GPa.



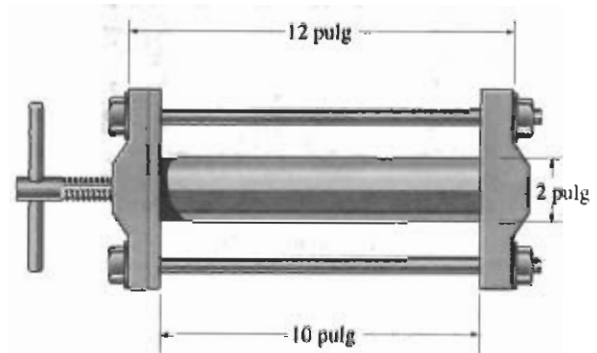
Problema 4-54

4-55 El miembro rígido es mantenido en la posición mostrada por tres barras de acero A-36. Cada barra tiene una longitud inicial (no alargada) de 0.75 m y un área transversal de 125 mm². Determine las fuerzas en las barras si a un templador en la barra EF se le da una vuelta entera. El avance del tornillo es de 1.5 mm. Desprecie el tamaño del templador y suponga que es rígido. Nota: El avance ocasiona que la barra, al estar descargada, se acorte 1.5 mm cuando al templador se le da una vuelta entera.



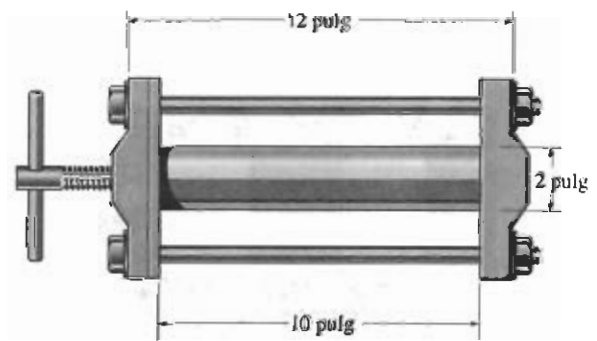
Problema 4-55

*4-56 La prensa consta de dos cabezales rígidos mantenidos en posición por las dos barras de acero A-36 de $\frac{1}{2}$ pulg de diámetro. Se coloca en la prensa un cilindro sólido de aluminio 6061-T6 y se ajustan los tornillos de manera que apenas sí aprieten contra el cilindro. Si luego se aprietan media vuelta, determine el esfuerzo normal promedio en las barras y en el cilindro. El tornillo de cuerda simple en el perno tiene un avance de 0.01 pulg. Nota: El avance representa la distancia que el tornillo avanza a lo largo de su eje en una vuelta completa del tornillo.



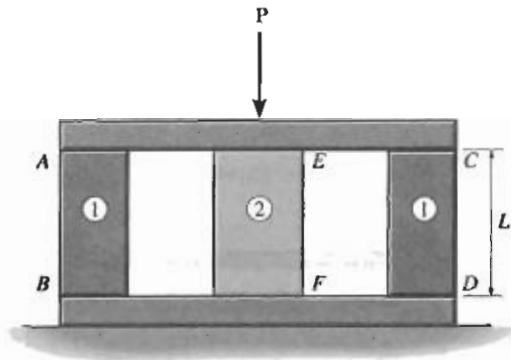
Problema 4-56

4-57 La prensa consta de dos cabezales rígidos mantenidos en posición por las dos barras de acero A-36 de $\frac{1}{2}$ pulg de diámetro. Se coloca en la prensa un cilindro sólido de aluminio 6061-T6 y se ajustan los tornillos de manera que apenas sí aprieten contra el cilindro. Determine el ángulo que el tornillo debe girar antes que las barras o el espécimen comiencen a fluir. El tornillo de cuerda simple en el perno tiene un avance de 0.01 pulg. Nota: El avance representa la distancia que el tornillo avanza a lo largo de su eje en una vuelta completa del tornillo.



Problema 4-57

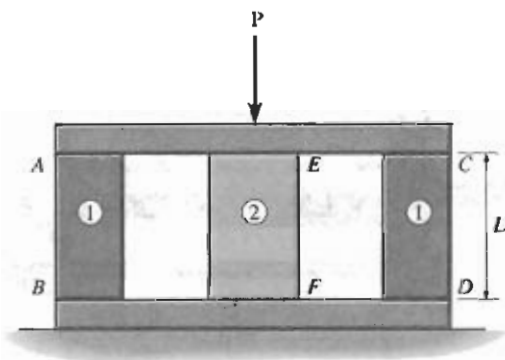
4-58 El conjunto consiste en tres postes con las siguientes propiedades: postes 1 (AB y CD) hechos de un material con módulo de elasticidad E_1 y área transversal A_1 ; poste central 2 (EF) hecho de un material con módulo de elasticidad E_2 y área transversal A_2 . Si se aplica una carga central P a la tapa rígida, determine la fuerza en cada material.



Problema 4-58

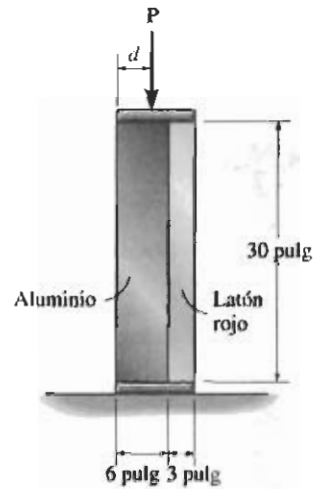
4-59 El conjunto consiste en tres postes con las siguientes propiedades: postes 1 (AB y CD) hechos de un material con módulo de elasticidad E_1 y área transversal A_1 ; poste central 2 (EF) hecho de un material con módulo de elasticidad E_2 y área transversal A_2 . Si los postes AB y CD se reemplazan por otros dos postes hechos con el material del poste EF , determine el área transversal requerida en los nuevos postes de manera que ambos conjuntos se deformen la misma cantidad al cargarlos.

*4-60 El conjunto consiste en tres postes con las siguientes propiedades: postes 1 (AB y CD) hechos de un material con módulo de elasticidad E_1 y área transversal A_1 ; poste central 2 (EF) hecho de un material con módulo de elasticidad E_2 y área transversal A_2 . Si el poste EF se reemplaza por otro poste hecho con el material de los postes AB y CD , determine el área transversal requerida en el nuevo poste de manera que ambos conjuntos se deformen la misma cantidad al cargarlos.



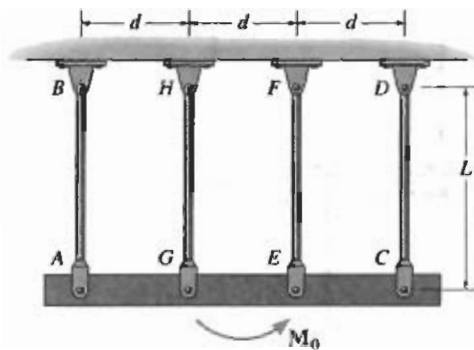
Problemas 4-59/4-60

4-61 El conjunto consiste en un miembro de aluminio 6061-T6 y en un miembro de latón rojo C83400, confinados entre placas rígidas. Determine la distancia d a que debe colocarse la carga vertical P sobre las placas para que éstas permanezcan horizontales cuando el material se deforma. Cada miembro tiene un ancho de 8 pulg y no están adheridos entre sí.



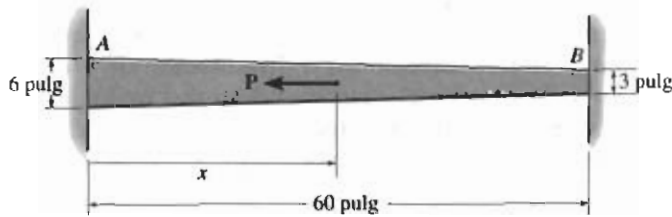
Problema 4-61

4-62 La viga rígida está soportada por un conjunto de barras dispuestas simétricamente y cada una tiene área A y longitud L . Las barras AB y CD tienen un módulo de elasticidad E_1 y las barras EF y GH uno de E_2 . Determine el esfuerzo normal promedio en cada barra si se aplica un momento concentrado M_0 a la viga.



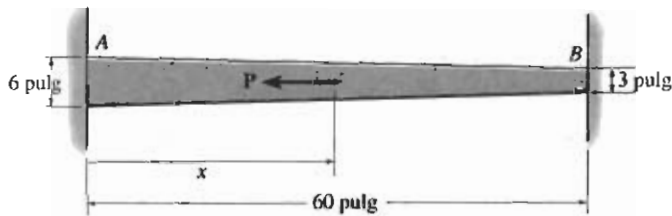
Problema 4-62

4-63 El miembro ahusado está fijo en sus extremos A y B y está sometido a una carga $P = 7$ kip en $x = 30$ pulg. Determine las reacciones en los soportes. El miembro tiene 2 pulg de espesor y está hecho de aluminio 2014-T6.



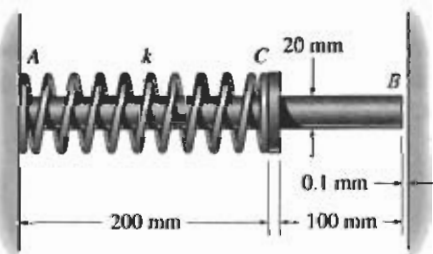
Problema 4-63

*4-64 El miembro ahusado está fijo en sus extremos A y B y está sometido a una carga P . Determine la posición x de la carga y el tamaño máximo de ésta si el esfuerzo normal permisible del material es $\sigma_{perm} = 4$ ksi. El miembro tiene 2 pulg de espesor.



Problema 4-64

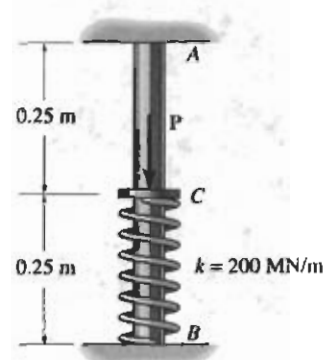
4-65 El resorte sin estirar tiene una longitud de 250 mm y una rigidez $k = 400$ kN/m. Si se comprime y se coloca sobre la porción AC de 200 mm de la barra de aluminio AB y se libera, determine la fuerza que la barra ejerce sobre la pared en A . Antes de aplicarse la carga, hay un hueco de 0.1 mm entre la barra y la pared en B . La barra está fija a la pared en A . Desprecie el espesor de la placa rígida en C . $E_{al} = 70$ GPa.



Problema 4-65

4-66 El poste está hecho de aluminio 6061-T6 y tiene un diámetro de 50 mm. Está empotrado en A y en B y en su centro C tiene un resorte unido a un collarín rígido. Si el resorte inicialmente no está comprimido, determine las reacciones en A y en B cuando se aplica la fuerza $P = 40$ kN al collarín.

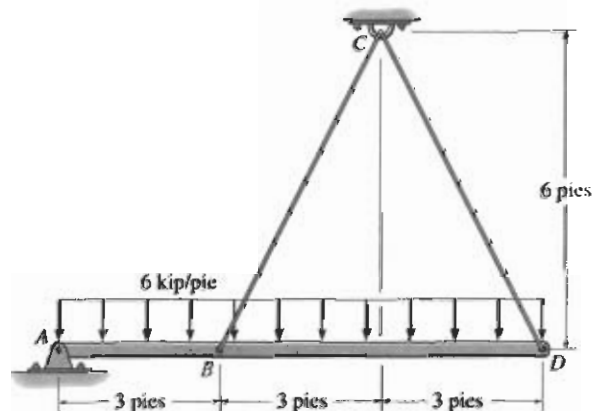
4-67 El poste está hecho de aluminio 6061-T6 y tiene un diámetro de 50 mm. Está empotrado en A y en B y en su centro C tiene un resorte unido a un collarín rígido. Si el resorte inicialmente no está comprimido, determine la compresión en éste cuando se aplica la carga $P = 50$ kN al collarín.



Problemas 4-66/4-67

*4-68 La barra rígida soporta la carga distribuida uniforme de 6 kip/pie. Determine la fuerza en cada cable si cada uno tiene un área transversal de 0.05 pulg² y $E = 31(10^3)$ ksi.

4-69 La barra rígida está originalmente en posición horizontal soportada por dos cables cada uno con área transversal de 0.05 pulg² y $E = 31(10^3)$ ksi. Determine la ligera rotación de la barra cuando se aplica la carga uniforme.



Problemas 4-68/4-69

EJEMPLO 4-10

La barra de acero A-36 mostrada en la figura 4-18 cabe justamente entre los dos soportes fijos cuando $T_1 = 60^\circ\text{F}$. Si la temperatura se incrementa a $T_2 = 120^\circ\text{F}$, determine el esfuerzo térmico normal promedio que se desarrolla en la barra.

SOLUCIÓN

Equilibrio. El diagrama de cuerpo libre de la barra se muestra en la figura 4-18b. Como no hay carga externa, la fuerza en A es igual pero opuesta a la fuerza que actúa en B ; esto es,

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad F_A = F_B = F$$

El problema es estáticamente indeterminado, ya que esta fuerza no puede determinarse solamente por consideraciones de equilibrio.

Compatibilidad. Como $\delta_{B/A} = 0$, el desplazamiento térmico δ_T que ocurre en A , figura 4-18c, es contrarrestado por la fuerza \mathbf{F} que se requiere para empujar la barra una cantidad δ_F de regreso a su posición original; es decir, la condición de compatibilidad en A es:

$$(+\uparrow) \quad \delta_{B/A} = 0 = \delta_T - \delta_F$$

Aplicando las relaciones térmicas y de carga-desplazamiento, tenemos:

$$0 = \alpha \Delta T L - \frac{FL}{AE}$$

Así, con los datos en la cubierta interior posterior,

$$\begin{aligned} F &= \alpha \Delta T A E \\ &= [6.60(10^{-6})/^{\circ}\text{F}](120^\circ\text{F} - 60^\circ\text{F})(0.5 \text{ pulg})^2 [29(10^3) \text{ kip/pulg}^2] \\ &= 2.87 \text{ kip} \end{aligned}$$

De la magnitud de \mathbf{F} debería ser aparente que cambios en temperatura pueden ocasionar grandes fuerzas reactivas en miembros estáticamente indeterminados.

Como \mathbf{F} representa también la fuerza axial interna dentro de la barra, el esfuerzo normal de compresión (térmico) promedio es entonces:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{2.87 \text{ kip}}{(0.5 \text{ pulg})^2} = 11.5 \text{ ksi} \quad \text{Resp.}$$


Figura 4-18

EJEMPLO 4-11

Un tubo de aluminio 2014-T6 con área transversal de 600 mm^2 se usa como camisa para un perno de acero A-36 con área transversal de 400 mm^2 , figura 4-19a. Cuando la temperatura es de $T_1 = 15^\circ\text{C}$, la tuerca mantiene el conjunto en una condición ligeramente apretada tal que la fuerza axial en el perno es despreciable. Si la temperatura se incrementa a $T_2 = 80^\circ\text{C}$, determine el esfuerzo normal promedio en el perno y en la camisa.

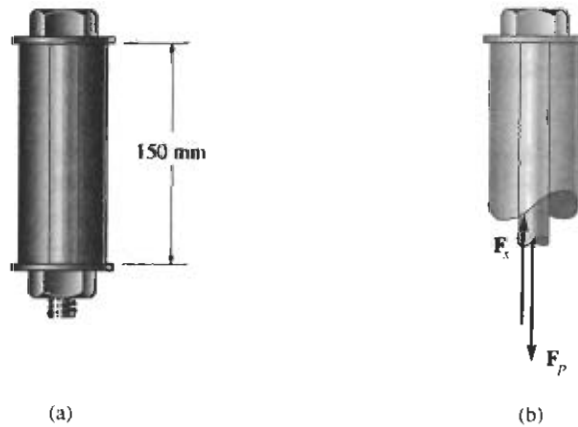


Figura 4-19

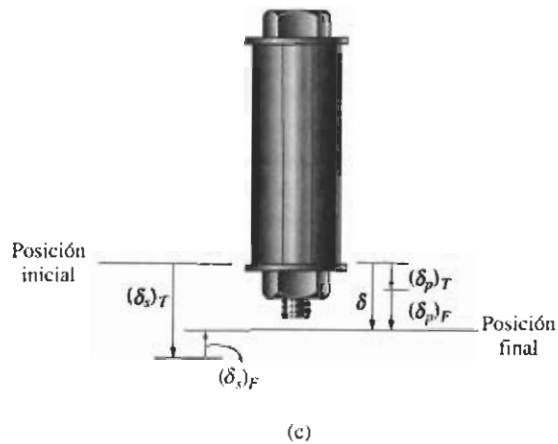
SOLUCIÓN

Equilibrio. En la figura 4-19b se muestra un diagrama de cuerpo libre de un segmento seccionado del conjunto. Se generan las fuerzas F_p y F_s debido a que el perno y la camisa tienen diferentes coeficientes de dilatación térmica y se dilatan diferentes cantidades cuando la temperatura se incrementa. El problema es estáticamente indeterminado, ya que esas fuerzas no pueden determinarse sólo por equilibrio. Sin embargo, se requiere que:

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad F_s = F_p \quad (1)$$

Compatibilidad. El incremento de temperatura ocasiona que la camisa y el perno se dilaten $(\delta_s)_T$ y $(\delta_p)_T$, donde $(\delta_s)_T > (\delta_p)_T$, ya que α para el aluminio es mayor que para el acero. Las fuerzas redundantes F_p y F_s retornan esos desplazamientos térmicos a la posición final, no a la posición inicial, figura 4-19c. Por tanto, la condición de compatibilidad es:

$$(+\downarrow) \quad \delta = (\delta_p)_T + (\delta_p)_F = (\delta_s)_T - (\delta_s)_F$$



Aplicando las ecuaciones 4-2 y 4-4 y usando las propiedades mecánicas dadas en la tabla en la cubierta interior posterior, tenemos:

$$\begin{aligned}
 & [12(10^{-6})/^{\circ}\text{C}](80^{\circ}\text{C} - 15^{\circ}\text{C})(0.150 \text{ m}) \\
 & \quad + \frac{F_p(0.150 \text{ m})}{(400 \text{ mm}^2)(10^{-6} \text{ m}^2/\text{mm}^2)[200(10^9) \text{ N/m}^2]} \\
 = & [23(10^{-6})/^{\circ}\text{C}](80^{\circ}\text{C} - 15^{\circ}\text{C})(0.150 \text{ m}) \\
 & \quad - \frac{F_s(0.150 \text{ m})}{600 \text{ mm}^2(10^{-6} \text{ m}^2/\text{mm}^2)[73.1(10^9) \text{ N/m}^2]}
 \end{aligned}$$

Usando la ecuación 1 y despejando, se obtiene:

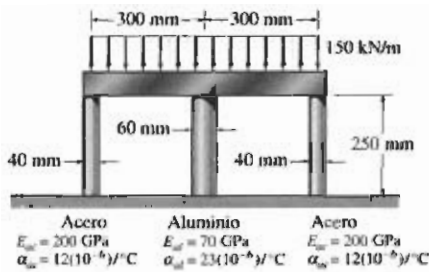
$$F_s = F_p = 20.26 \text{ kN}$$

El esfuerzo normal promedio en el perno y en la camisa es entonces:

$$\sigma_p = \frac{20.26 \text{ kN}}{400 \text{ mm}^2(10^{-6} \text{ m}^2/\text{mm}^2)} = 50.6 \text{ MPa} \quad \text{Resp.}$$

$$\sigma_s = \frac{20.26 \text{ kN}}{600 \text{ mm}^2(10^{-6} \text{ m}^2/\text{mm}^2)} = 33.8 \text{ MPa} \quad \text{Resp.}$$

Como en este análisis se supuso un comportamiento elástico de los materiales, los esfuerzos calculados deben revisarse para constatar que ellos no exceden los límites proporcionales del material respectivo.



(a)

EJEMPLO 4-12

La barra rígida mostrada en la figura 4-20a está fija a la parte superior de los tres postes hechos de acero y aluminio. Cada poste tiene una longitud de 250 mm cuando no hay carga aplicada a la barra y la temperatura es $T_1 = 20^\circ\text{C}$. Determine la fuerza soportada por cada poste si la barra está sometida a una carga uniforme distribuida de 150 kN/m y la temperatura se eleva a $T_2 = 80^\circ\text{C}$. El diámetro de cada poste y las propiedades del material de que está hecho se indican en la figura.

SOLUCIÓN

Equilibrio. El diagrama de cuerpo libre de la barra se muestra en la figura 4-20b. El equilibrio por momento respecto a la barra central requiere que las fuerzas en los postes de acero sean iguales. Sumando fuerzas en el diagrama de cuerpo libre, tenemos:

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 2F_{ac} + F_{al} - 90(10^3) \text{ N} = 0 \quad (1)$$

Compatibilidad. Debido a la simetría de la carga, de la geometría y del material, la parte superior de cada poste se desplaza la misma cantidad. Por tanto,

$$(+\downarrow) \quad \delta_{ac} = \delta_{al} \quad (2)$$

La posición final de la parte superior de cada poste es igual a su desplazamiento causado por el incremento de temperatura, más a su desplazamiento causado por la fuerza de compresión interna axial, figura 4-20c. Así, entonces, para un poste de acero y uno de aluminio, tenemos:

$$(+\downarrow) \quad \delta_{ac} = -(\delta_{ac})_T + (\delta_{ac})_F$$

$$(+\downarrow) \quad \delta_{al} = -(\delta_{al})_T + (\delta_{al})_F$$

Aplicando la ecuación 2, obtenemos:

$$-(\delta_{ac})_T + (\delta_{ac})_F = -(\delta_{al})_T + (\delta_{al})_F$$

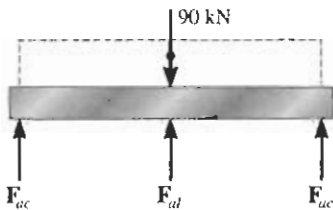
Usando las ecuaciones 4-2 y 4-4, obtenemos:

$$\begin{aligned} & -[12(10^{-6})/^\circ\text{C}](80^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})(0.250 \text{ m}) + \frac{F_{ac}(0.250 \text{ m})}{\pi(0.020 \text{ m})^2[200(10^9) \text{ N/m}^2]} \\ & = -[23(10^{-6})/^\circ\text{C}](80^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})(0.250 \text{ m}) + \frac{F_{al}(0.250 \text{ m})}{\pi(0.03 \text{ m})^2[70(10^9) \text{ N/m}^2]} \\ & F_{ac} = 1.270F_{al} - 165.9(10^3) \quad (3) \end{aligned}$$

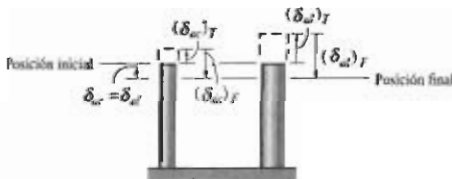
Por *consistencia*, todos los datos numéricos se han expresado en términos de newtons, metros y grados Celsius. Al resolver simultáneamente las ecuaciones 1 y 3, resulta:

$$F_{ac} = -14.6 \text{ kN} \quad F_{al} = 119 \text{ kN} \quad \text{Resp.}$$

El valor negativo para F_{ac} indica que esta fuerza actúa en sentido opuesto al mostrado en la figura 4-20b. En otras palabras, los postes de acero están en tensión y el poste de aluminio está en compresión.



(b)

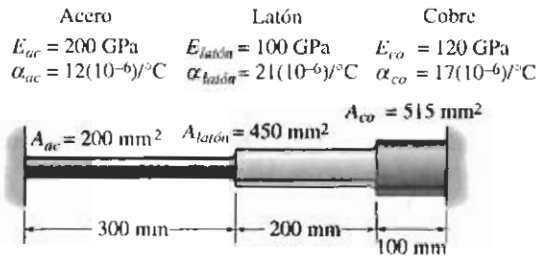


(c)

Problema 4-20

PROBLEMAS

4-70 Tres barras hechas cada una de material diferente están conectadas entre sí y situadas entre dos muros cuando la temperatura es $T_1 = 12^\circ\text{C}$. Determine la fuerza ejercida sobre los soportes (rígidos) cuando la temperatura es $T_2 = 18^\circ\text{C}$. Las propiedades del material y el área de la sección transversal de cada barra están dadas en la figura.



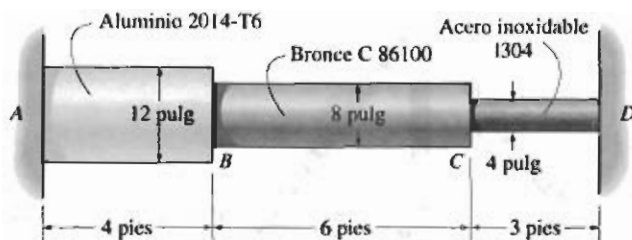
Problema 4-70

4-71 La cinta de acero de un topógrafo va a usarse para medir la longitud de una línea. La cinta tiene una sección transversal rectangular de 0.05 pulg por 0.2 pulg y una longitud de 100 pies cuando $T_1 = 60^\circ\text{F}$ y la tensión en la cinta es de 20 lb. Determine la longitud verdadera de la línea si la lectura en la cinta es de 463.25 pies al usarla con una tensión de 35 lb a $T_2 = 90^\circ\text{F}$. El terreno en que se coloca es plano. $\alpha_{ac} = 9.60(10^{-6})/^\circ\text{F}$, $E_{ac} = 29(10^3) \text{ ksi}$.



Problema 4-71

*4-72 La barra compuesta tiene los diámetros y materiales indicados. Está sostenida entre los soportes fijos cuando la temperatura es $T_1 = 70^\circ\text{F}$. Determine el esfuerzo normal promedio en cada material cuando la temperatura es de $T_2 = 110^\circ\text{F}$.

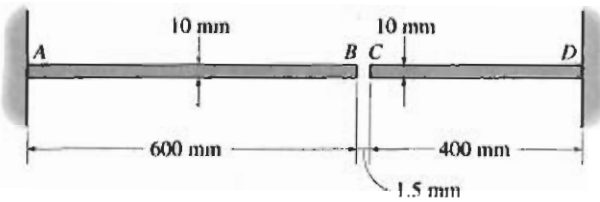


Problema 4-72

4-73 Una losa de concreto de alta resistencia de un acceso a un garaje tiene una longitud de 20 pies cuando su temperatura es de 20°F . Si hay una abertura de 0.125 pulg entre uno de sus lados y la guarnición, determine la temperatura requerida para cerrar la abertura. ¿Cuál es el esfuerzo de compresión en el concreto cuando la temperatura sube a 110°F ?

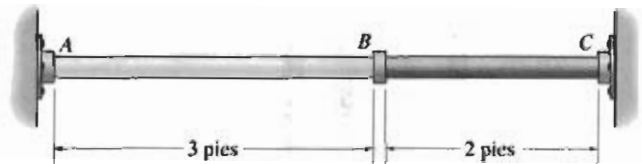
4-74 Una rejilla térmica consiste en dos placas de aluminio 6061-T6 con ancho de 15 mm y empotradas en sus extremos. Si la abertura entre ellas es de 1.5 mm cuando la temperatura es de $T_1 = 25^\circ\text{C}$, determine la temperatura requerida para cerrar justamente la abertura. ¿Cuál es la fuerza axial en cada placa si la temperatura sube a $T_2 = 100^\circ\text{C}$? Suponga que no ocurrirá flexión ni pandeo.

4-75 Una rejilla térmica consiste en una placa AB de aluminio 6061-T6 y en una placa CD de magnesio Am-1004-T61, cada una con ancho de 15 mm y empotrada en su extremo. Si la abertura entre ellas es de 1.5 mm cuando la temperatura es de $T_1 = 25^\circ\text{C}$, determine la temperatura requerida para cerrar justamente la abertura. ¿Cuál es la fuerza axial en cada placa si la temperatura sube a $T_2 = 100^\circ\text{C}$? Suponga que no ocurrirá flexión ni pandeo.



Problemas 4-73/4-74/4-75

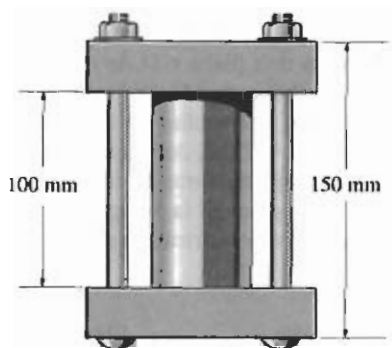
*4-76 La barra AB de latón rojo C83400 y la barra BC de aluminio 2014-T6 están unidas en el collarín B y empotradas en sus extremos. Si no hay carga en las barras cuando $T_1 = 50^\circ\text{F}$, determine el esfuerzo normal promedio en cada una de ellas cuando $T_2 = 120^\circ\text{F}$. ¿Cuánto se desplazará el collarín? El área transversal de cada miembro es de 1.75 pulg^2 .



Problema 4-76

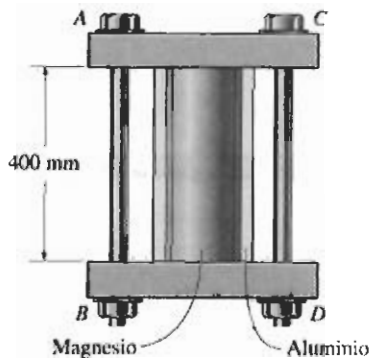
4-77 El cilindro de 50 mm de diámetro está hecho de magnesio Am 1004-T61 y se coloca en la prensa cuando la temperatura es $T_1 = 20^\circ\text{C}$. Si los pernos de acero inoxidable 304 de la prensa tienen cada uno un diámetro de 10 mm y apenas aprietan al cilindro con fuerza despreciable contra los cabezales rígidos, determine la fuerza en el cilindro cuando la temperatura se eleva a $T_2 = 130^\circ\text{C}$.

4-78 El cilindro de 50 mm de diámetro está hecho de magnesio Am 1004-T61 y se coloca en la prensa cuando la temperatura es $T_1 = 15^\circ\text{C}$. Si los pernos de acero inoxidable 304 de la prensa tienen cada uno un diámetro de 10 mm y apenas aprietan al cilindro con fuerza despreciable contra los cabezales rígidos, determine la temperatura a la que el esfuerzo normal promedio en el aluminio o en el acero resulta ser de 12 MPa.



Problemas 4-77/4-78

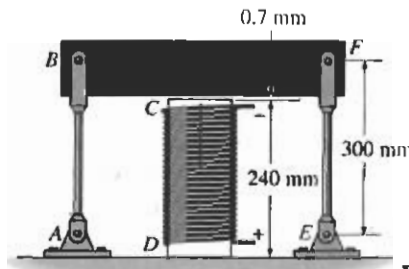
4-79 El conjunto consiste en un cilindro de aluminio 2014-T6 con diámetro exterior de 200 mm y diámetro interior de 150 mm junto con un cilindro concéntrico sólido interior de magnesio Am 1004-T61 con diámetro de 125 mm. Si la fuerza de agarre en los pernos AB y CD es de 4 kN cuando la temperatura es $T_1 = 16^\circ\text{C}$, determine la fuerza en los pernos cuando la temperatura sube a $T_2 = 48^\circ\text{C}$. Suponga que los pernos y los cabezales son rígidos.



Problema 4-79

***4-80** La barra central CD del conjunto se calienta de $T_1 = 30^\circ\text{C}$ a $T_2 = 180^\circ\text{C}$ por medio de una resistencia eléctrica. A la temperatura inferior T_1 , el espacio entre C y la barra rígida es de 0.7 mm. Determine la fuerza en las barras AB y EF causada por el incremento de temperatura. Las barras AB y EF son de acero y cada una tiene un área transversal de 125 mm^2 . CD es de aluminio y tiene un área transversal de 375 mm^2 . $E_{ac} = 200\text{ GPa}$, $E_{al} = 70\text{ GPa}$ y $\alpha_{al} = 23(10^{-6})/^\circ\text{C}$.

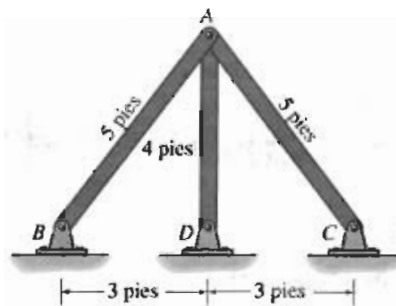
4-81 La barra central CD del conjunto se calienta de $T_1 = 30^\circ\text{C}$ a $T_2 = 180^\circ\text{C}$ por medio de una resistencia eléctrica. También, las dos barras extremas AB y EF se calientan de $T_1 = 30^\circ\text{C}$ a $T_2 = 50^\circ\text{C}$. A la temperatura inferior T_1 , el espacio entre C y la barra rígida es de 0.7 mm. Determine la fuerza en las barras AB y EF causada por el incremento de temperatura. Las barras AB y EF son de acero y cada una tiene un área transversal de 125 mm^2 . CD es de aluminio y tiene un área transversal de 375 mm^2 . $E_{ac} = 200\text{ GPa}$, $E_{al} = 70\text{ GPa}$, $\alpha_{ac} = 12(10^{-6})/^\circ\text{C}$ y $\alpha_{al} = 23(10^{-6})/^\circ\text{C}$.



Problemas 4-80/4-81

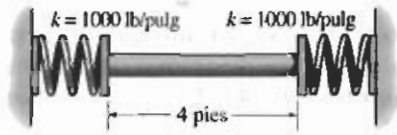
4-82 Las tres barras están hechas de acero A-36 y forman una armadura conectada por pasadores. Si ésta se construye cuando $T_1 = 50^\circ\text{F}$, determine la fuerza en cada barra cuando $T_2 = 110^\circ\text{F}$. Cada barra tiene un área transversal de 2 pulg^2 .

4-83 Las tres barras están hechas de acero A-36 y forman una armadura conectada por pasadores. Si ésta se construye cuando $T_1 = 50^\circ\text{F}$, determine el desplazamiento vertical del nudo A cuando $T_2 = 150^\circ\text{F}$. Cada barra tiene área transversal de 2 pulg^2 .



Problemas 4-82/4-83

***4-84** La barra está hecha de acero A-36 y tiene un diámetro de 0.25 pulg. Si los resortes se comprimen 0.5 pulg cuando la temperatura de la barra es $T = 40^\circ\text{F}$, determine la fuerza en la barra cuando su temperatura es $T = 160^\circ\text{F}$.



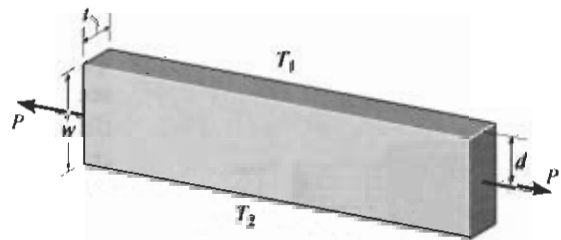
Problema 4-84

4-85 La barra tiene un área transversal A , longitud L , módulo de elasticidad E y coeficiente de dilatación térmica α . La temperatura de la barra cambia uniformemente desde una temperatura T_A en A hasta una temperatura T_B en B , de modo que en cualquier punto x a lo largo de la barra, $T = T_A + x(T_B - T_A)/L$. Determine la fuerza que la barra ejerce sobre las paredes rígidas. Inicialmente no se tiene ninguna fuerza axial en la barra.



Problema 4-85

4-86 La barra metálica tiene un espesor t y un ancho w y está sometida a un gradiente de temperatura de T_1 a T_2 ($T_1 < T_2$). Esto causa que el módulo de elasticidad del material varíe linealmente de E_1 en la parte superior a un valor menor E_2 en el fondo de la barra. En consecuencia, en cualquier posición vertical y , $E = [(E_2 - E_1)/w]y + E_1$. Determine la posición d donde debe aplicarse la fuerza axial P para que la barra se alargue uniformemente en toda su sección transversal.



Problema 4-86

4.7 CONCENTRACIONES DE ESFUERZOS

En la sección 4.1 se señaló que cuando una fuerza axial se aplica a un miembro, se genera una compleja distribución de esfuerzos dentro de una región localizada alrededor del punto de aplicación de la carga. Tales distribuciones típicas del esfuerzo se muestran en la figura 4-1. No sólo bajo cargas concentradas aparecen complejas distribuciones del esfuerzo sino también en secciones donde el área de la sección transversal cambia. Por ejemplo, considere la barra en la figura 4-21a, que está sometida a una fuerza axial P . Puede verse aquí que las líneas horizontales y verticales de la retícula asumen un patrón irregular alrededor del agujero centrado en la barra. El esfuerzo normal máximo en la barra ocurre en la sección $a-a$, que coincide con la sección de área transversal *más pequeña*. Si el material se comporta de manera elástica lineal, la distribución del esfuerzo que actúa en esta sección puede determinarse a partir de un análisis basado en la teoría de la elasticidad o bien experimentalmente, midiendo la deformación unitaria normal en la sección $a-a$ y luego calculando el esfuerzo usando la ley de Hooke, $\sigma = E\epsilon$. Independientemente del método usado, la forma general de la distribución del esfuerzo será como la mostrada en la figura 4-21b. De manera similar, si la barra tiene una reducción de su sección transversal con fi-

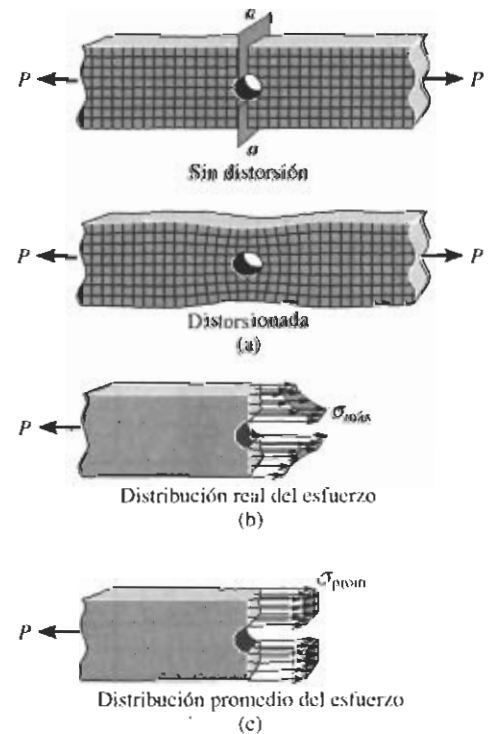


Figura 4-21

Capítulo 3

- 3-1. $26.2(10^3)$ ksi
 3-2. $u_t = 16.3 \frac{\text{pulg} \cdot \text{kip}}{\text{pulg}^3}$
 3-3. 286 GPa, 91.6 kJ/m³
 3-5. $E = 40(10^3)$ ksi, $P_Y = 7.85$ kip, $P_{ult} = 15.1$ kip
 3-6. 0.0035 pulg, 0.1565 pulg
 3-7. $u_r = 20 \frac{\text{pulg} \cdot \text{kip}}{\text{pulg}^3}$, $u_t = 17.6 \frac{\text{pulg} \cdot \text{kip}}{\text{pulg}^3}$
 3-9. $E = 5.5$ psi, $u_r = 11 \frac{\text{pulg} \cdot \text{kip}}{\text{pulg}^3}$, $u_t = 19.25 \frac{\text{pulg} \cdot \text{kip}}{\text{pulg}^3}$
 3-10. 1.82 MPa
 3-11. $u_t = 613 \frac{\text{m} \cdot \text{kN}}{\text{m}^3}$, $\delta = 24$ mm
 3-13. 0.979 pulg
 3-14. 88.3 ksi
 3-15. 0.209 pulg², 1.62 kip
 3-17. $\epsilon_{DE} = 0.00116$ pulg/pulg, $W = 112$ lb,
 $\epsilon_{BC} = 0.00193$ pulg/pulg
 3-18. 0.162 pulg
 3-19. 15.0 kip
 3-21. $\alpha = 0.708^\circ$
 3-22. 11.3 kN
 3-23. 0.152 pulg
 3-25. $n = 2.73$, $k = 4.23(10^{-6})$
 3-26. 1.697 MPa, $\delta = 0.126$ mm, $\Delta d = -0.00377$ mm
 3-27. a) $-0.577(10^{-3})$ pulg, b) 0.5000673 pulg
 3-29. 8.33 mm
 3-30. $\delta = \frac{Pa}{2bhG}$
 3-31. $\delta = \frac{P}{2\pi hG} \text{ pulg } \frac{r_o}{r_i}$
 3-33. 7.41 mm, 741 kPa
 3-34. $\epsilon_x = 0.0075$ pulg/pulg, $\epsilon_y = -0.00375$ pulg/pulg,
 $\gamma_{xy} = 0.0122$ rad
 3-35. $4.31(10^3)$ ksi
 3-37. $x = 1.53$ m, $d'_A = 30.008$ mm
 3-38. $\delta = -0.0173$ mm, $d' = 20.0016$ mm
 3-39. 2.46 kN
 3-41. 10.17 pulg
 3-42. 250 GPa
 3-43. 118 MJ/m³

Capítulo 4

- 4-1. $\delta_B = 1.59$ mm, $\delta_A = 6.14$ mm
 4-2. -0.00157 pulg
 4-3. -0.0278 pulg

- 4-5. $\delta_B = 2.31$ mm, $\delta_A = 2.64$ mm
 4-6. 0.697 mm
 4-7. -0.00002417 , $h' = 49.9988$ mm, $w' = 59.9986$ mm
 4-9. 10.455 pulg
 4-10. 0.0128 pulg
 4-11. 0.0975 mm
 4-13. 6.80 kip
 4-14. 11.8 kip
 4-15. 2.23 mm
 4-17. 17.7 kip
 4-19. 17.3 mm
 4-21. $\delta = \frac{\gamma L^2}{2E} + \frac{PL}{AE}$
 4-22. 13.6 ksi, 10.3 ksi, 3.20 ksi, 2.99 pies
 4-23. $P = \frac{F_{\max} L}{2}$, $\delta = \frac{F_{\max} L^2}{3AE}$
 4-25. $\delta = \frac{PL}{\pi E r_2 r_1} + \frac{\gamma L^2 (r_2 + r_1)}{6E(r_2 - r_1)} - \frac{\gamma L^2 r_1^2}{3E r_2 (r_2 - r_1)}$
 4-26. 0.00711 pulg
 4-27. $\delta = \frac{Ph}{E(d_2 - d_1)} \left[\text{pulg } \frac{d_2}{d_1} \right]$
 4-29. $\delta = \frac{PL}{E(kA - P)}$
 4-30. 0.0107 pulg
 4-31. $\sigma_{ac} = 1.66$ ksi, $\sigma_{con} = 0.240$ ksi, $\delta = 0.0055$ pulg
 4-33. $\sigma_{ac} = 48.8$ MPa, $\sigma_{con} = 5.85$ MPa
 4-34. $\sigma_{ac} = 65.9$ MPa, $\sigma_{con} = 8.24$ MPa
 4-35. 36.3 mm
 4-37. $\sigma_{AD} = 55.0$ MPa, $\sigma_{AH} = 134$ MPa,
 $\sigma_{BC} = 80.4$ MPa
 4-38. 0.335 mm
 4-39. $T_{AB} = 1.12$ kip, $T_{AC} = 1.68$ kip
 4-41. 198 kN
 4-42. $T_{AB} = 361$ lb, $T_{A'B'} = 289$ lb
 4-43. $\sigma_A = \sigma_C = 189$ MPa, $\sigma_B = 21.4$ MPa
 4-45. 45.9 kN/m
 4-46. 0.0489 pulg
 4-47. $F_{CD} = 2$ kip, $F_{EF} = 6$ kip
 4-49. $\theta = 1.14(10^{-3})^\circ$
 4-50. $\sigma_{AB} = \frac{7P}{12A}$, $\sigma_{CD} = \frac{P}{3A}$, $\sigma_{EF} = \frac{P}{12A}$
 4-51. $F_{rcs} = 40.1$ kN, $F = 40.0$ kN
 4-53. $\sigma_{ac} = 102$ MPa, $\sigma_{latón} = 50.9$ MPa
 4-54. 126 kN
 4-55. $T_{AB} = T_{CD} = 16.7$ kN, $T_{EF} = 33.3$ kN
 4-57. $\theta = 698^\circ$

- 4-58. $F_1 = \frac{PA_1E_1}{(2A_2E_2 + A_1E_1)}$, $F_2 = \frac{PA_2E_2}{(2A_2E_2 + A_1E_1)}$
- 4-59. $A_2' = \left(\frac{E_1}{E_2}\right)A_1$
- 4-61. 4.90 m
- 4-62. $\sigma_{AB} = \sigma_{CD} = \frac{3E_1M_0}{Ad[9E_1 + E_2]}$
 $\sigma_{GH} = \sigma_{EF} = \frac{M_0E_2}{Ad[9E_1 + E_2]}$
- 4-63. $F_A = 4.09$ kip, $F_B = 2.91$ kip
- 4-65. 14.0 kN
- 4-66. 16.9 kN
- 4-67. $0.0390(10^{-3})$ mm
- 4-69. $\Delta\theta = 0.838^\circ$
- 4-70. 4.20 kN
- 4-71. 463.41 pies
- 4-73. 107°F , 80.5 psi
- 4-74. 87.5°C , 3.10 kN
- 4-75. 85.5°C , 3.06 kN
- 4-77. 904 N
- 4-78. 244°
- 4-79. 598 kN
- 4-81. 1.85 kN
- 4-82. $F_{AD} = 6.54$ kip, $F_{AC} = F_{AB} = 4.09$ kip
- 4-83. 0.0407 pulg
- 4-85. $F = \frac{\alpha AE}{2}(T_B - T_A)$
- 4-86. $d = \left(\frac{2E_2 + E_1}{3(E_2 + E_1)}\right)w$
- 4-87. 190 MPa
- 4-89. 2.49 pulg
- 4-90. 1.21 kip
- 4-91. 34.8 ksi
- 4-93. 19 kN, 1.26
- 4-94. 15 kip, 1.6
- 4-95. 16.8 kip, 1.29
- 4-97. 126 kN
- 4-98. a) $F_{ac} = 444$ N, $F_{al} = 156$ N, b) $F_{ac} = 480$ N, $F_{al} = 240$ N
- 4-99. $(\sigma_{AB})_r = 3.75$ ksi (T), $(\sigma_{BC})_r = 3.75$ ksi (T)
- 4-101. 53.33 ksi, 8.69 pulg
- 4-102. 10.9 kip/pie
- 4-103. a) 92.8 kN, b) 181 kN
- 4-105. $P = \sigma_Y A(2 \cos \theta + 1)$, $\delta_A = \frac{\sigma_Y L}{E \cos \theta}$
- 4-106. $\delta = \frac{\gamma^2 L^3}{3c^2}$
- 4-107. $\delta = \frac{3}{5}\left(\frac{\gamma}{c}\right)^{2/3} L^{5/3}$
- 4-109. 0.0120 pulg
- 4-110. 16.5 kip
- 4-111. 5.47 kip
- 4-114. $F_B = 2.13$ kip, $F_A = 2.14$ kip
- 4-115. 4.85 kip
- 4-117. 0.508 de una vuelta
- 4-118. 10 pulg
- 4-119. 0.491 mm

Capítulo 5

- 5-1. 510 N · m
- 5-2. 0.841r
- 5-3. 0.707r
- 5-5. $\tau_A = 3.45$ ksi, $\tau_B = 2.76$ ksi
- 5-6. $\tau_C = 3.91$ ksi, $\tau_D = 1.56$ ksi
- 5-7. 6.62 ksi
- 5-9. $\tau_{AB} = 7.82$ ksi, $\tau_{BC} = 2.36$ ksi
- 5-10. $\tau_{\max} = 14.5$ kPa, $\tau_i = 10.3$ kPa
- 5-11. 11.9 MPa
- 5-13. $2\frac{1}{2}$ pulg
- 5-14. $(\tau_{BC})_{\max} = 5.07$ ksi, $(\tau_{\max})_{DE} = 3.62$ ksi
- 5-15. $(\tau_{EF})_{\max} = 0$, $(\tau_{CD})_{\max} = 2.17$ ksi
- 5-17. 2.44 ksi
- 5-18. $\tau_A = 6.88$ MPa, $\tau_B = 10.3$ MPa
- 5-19. 49.7 MPa
- 5-21. 157 N · m, 13.3 MPa
- 5-22. $n = \frac{2r^3}{Rd^2}$
- 5-23. 1.17 MPa
- 5-25. 18.3 ksi
- 5-27. $c = (2.98x)$ mm
- 5-29. 670 N · m, 6.66 MPa
- 5-30. $\tau_{\max} = \frac{2TL^3}{\pi[r_A(L-x) + r_Bx]^3}$
- 5-31. $T_B = \frac{2T_A + t_A L}{2}$, $\tau_{\max} = \frac{(2T_A + t_A L)r_o}{\pi(r_o^4 - r_i^4)}$
- 5-33. 0.104 pulg