

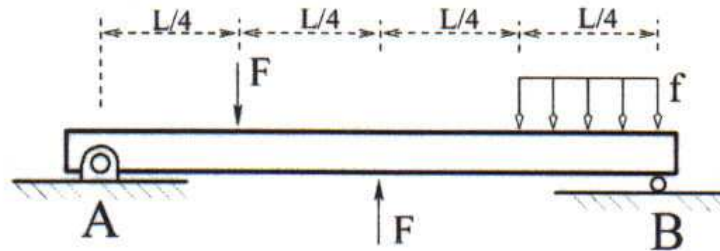


### Control 1. Resistencia de Materiales ME 46A-2.

02/04/2008

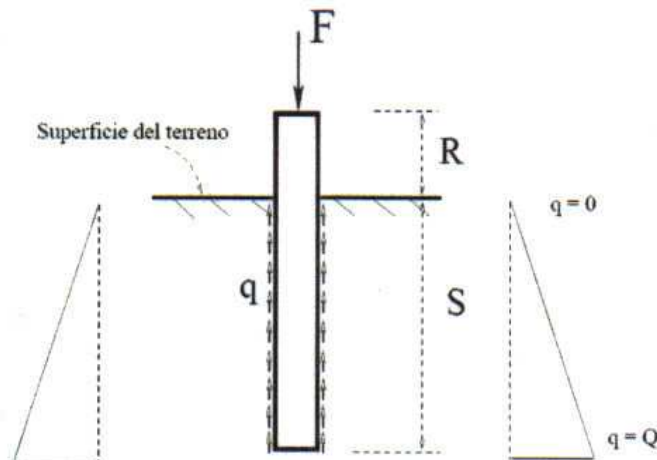
Profesor: Roger Bustamante

- 1) Determine las fuerzas en los apoyos  $A$  y  $B$ . Determine la fuerza de corte interna  $V(x)$  y el momento interno  $M(x)$  para la viga de la figura y construya los gráficos (aproximados) para  $V(x)$  y  $M(x)$  (20 puntos)



Datos:  $L = 4 \text{ m}$ ,  
 $F = 1000 \text{ N}$ ,  
 $f = 250 \text{ N/m}$

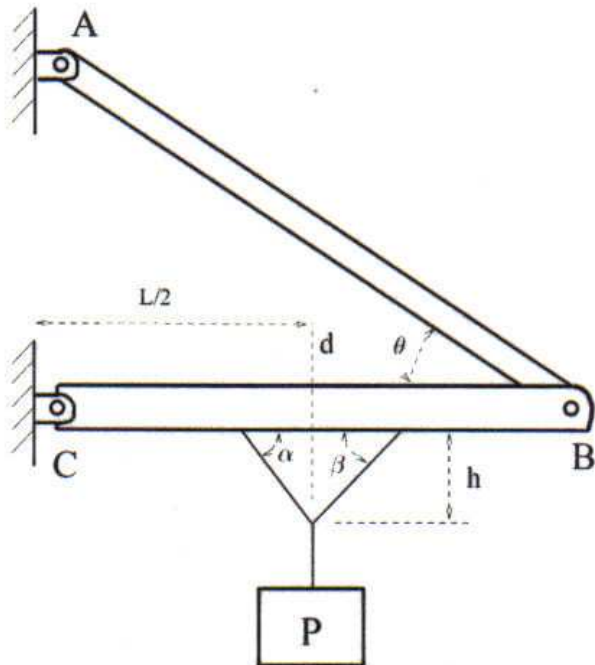
- 2) El pilote de la figura esta siendo enterrado en la tierra. La fuerza  $F$  esta siendo contrarrestada solamente por el roce con la tierra. La fuerza por roce es  $q$  (Newton/metro<sup>2</sup>) y actúa distribuida sobre la superficie del pilote. El comportamiento de  $q$  es lineal como lo muestra la figura de la derecha.



Calcule el cambio en la longitud total del pilote. El diámetro del pilote es  $30 \text{ cm}$ . El módulo de elasticidad es de  $450 \text{ MPa}$ .

Datos  
 $F = 10^4 \text{ N}$   
 $R = 2 \text{ m}$   
 $S = 8 \text{ m}$   
(20 puntos)

- 3) Tenemos dos barras  $AB$  y  $CB$  conectadas por pasadores como se muestra en la figura. El peso  $P$  se sostiene a través de dos cuerdas que se amarran a la barra  $CB$ . Calcule las reacciones en  $A$ ,  $B$  y  $C$ . Calcule las fuerzas internas y el momento interno en la barra en la zona delimitada por la línea vertical  $d$ . (20 puntos)



Datos:

$$P = 1000 \text{ N}$$

Largo de la barra  $CB$  es  $L = 1 \text{ m}$

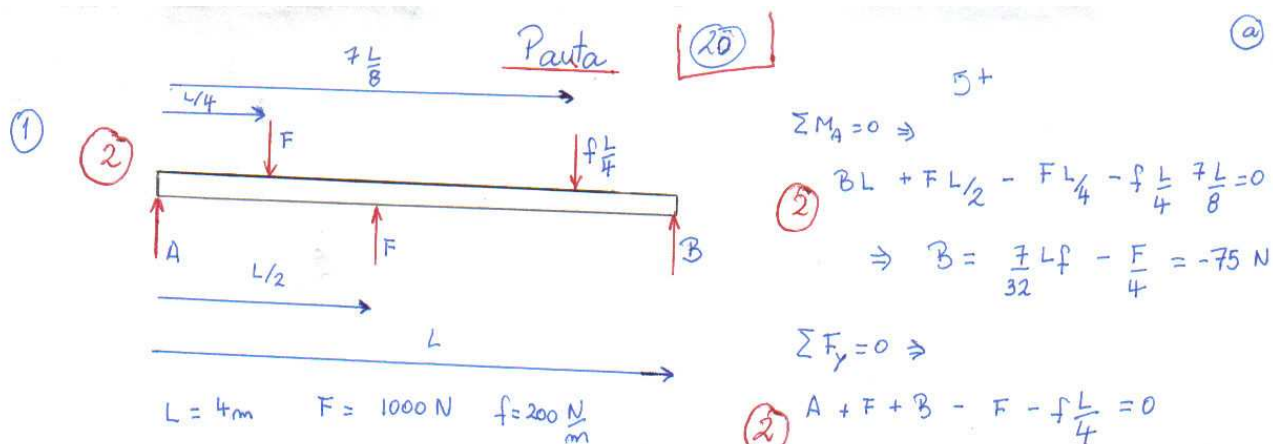
$$\alpha = 60^\circ$$

$$\beta = 45^\circ$$

$$\theta = 40^\circ$$

$$h = 0.3 \text{ m}$$

# Pregunta 1



5+

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow$$

$$BL + FL/2 - FL/4 - f \frac{L}{4} \frac{7L}{8} = 0$$

$$\Rightarrow B = \frac{7L}{32} f - \frac{F}{4} = -75\text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow$$

$$A + F + B - F - f \frac{L}{4} = 0$$

$$\Rightarrow A = \frac{fL}{32} + \frac{F}{4} = 275\text{ N}$$

②

$V = -A$      $M = Ax$   
 $\Rightarrow V = -275\text{ N}$      $M = 275x\text{ Nm}$

②

$V = F - A = 750\text{ N}$   
 $M = Ax - F(x - L/4) = (A - F)x + \frac{FL}{4} = -725x + 1000\text{ Nm}$

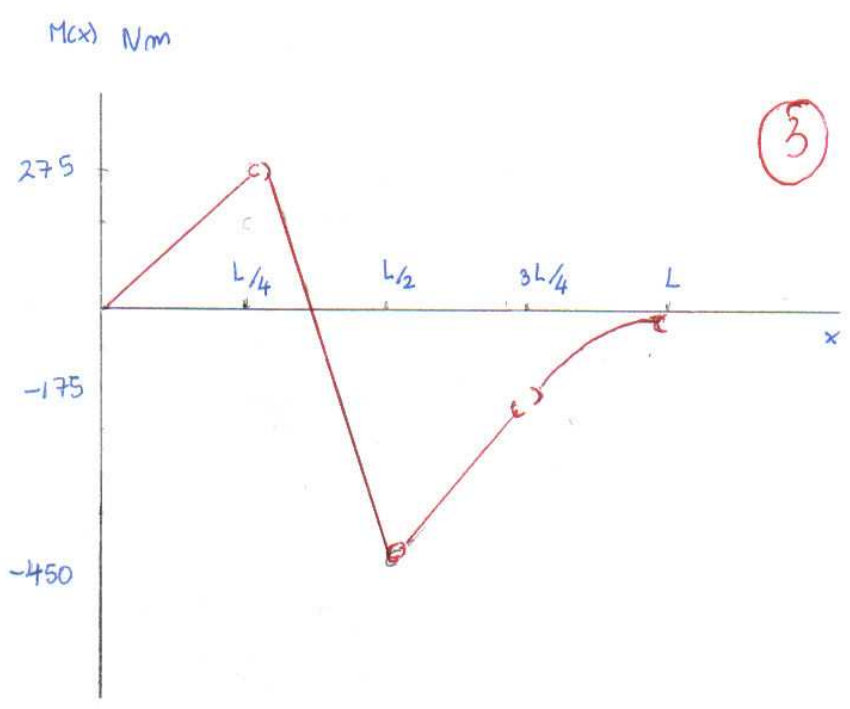
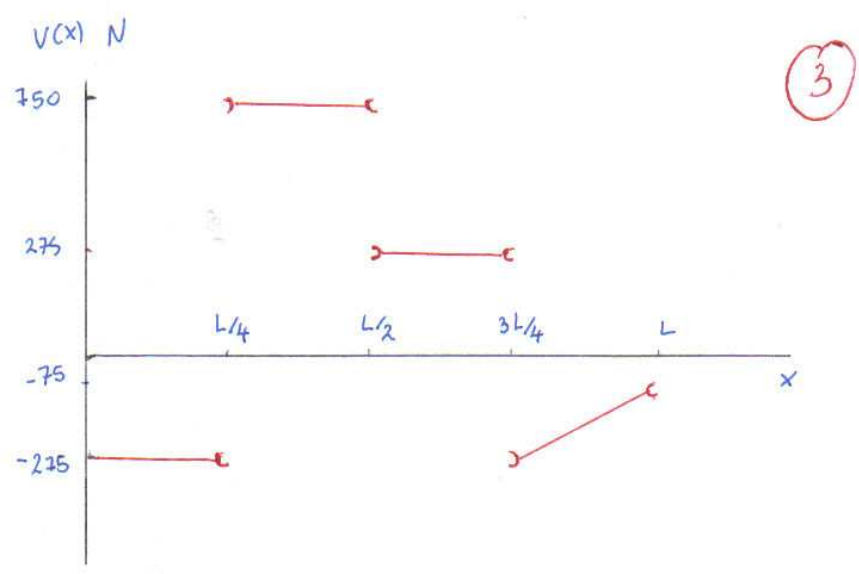
②

$V = -A + F - F = -A = 275\text{ N}$   
 $M = Ax + F(x - L/2) - F(x - L/4) = 275x - 1000\text{ Nm}$

②

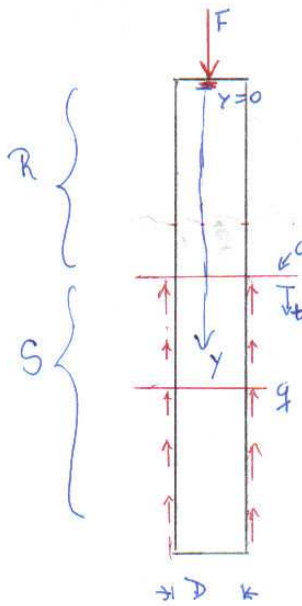
$V = -A + F - F + f(x - \frac{3L}{4})$   
 $= -A - \frac{3fL}{4} + fx$   
 $= 200x - 875\text{ N}$   
 $M = Ax - \frac{FL}{4} - \frac{f}{2} \left( x - \frac{3L}{4} \right)^2$   
 $= -\frac{f}{2}x^2 + \left( A + \frac{3fL}{4} \right)x - \frac{FL}{4} - \frac{9fL^2}{32}$   
 $M(x) = -100x^2 + 875x - 1900$   
 $M(L) = 0 \checkmark$

(b)



# Pregunta 2

(2)



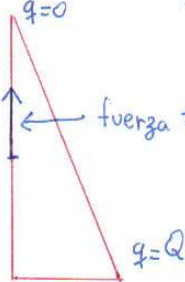
$F = 10^4 \text{ N}$   
 $R = 2 \text{ m}$     $E = 450 \text{ MPa}$   
 $S = 8 \text{ m}$

(20)

$q(t) = \frac{Q}{S} t \Rightarrow q(0) = 0 \text{ y } q(t=S) = Q$

Fuerza noce

$$\pi D \int_0^S \frac{Q}{S} t dt = \frac{Q}{2} S \pi D$$



fuerza total noce

$$F_R = \frac{Q}{2} S \pi D$$

área del manto del cilindro "sumergido"

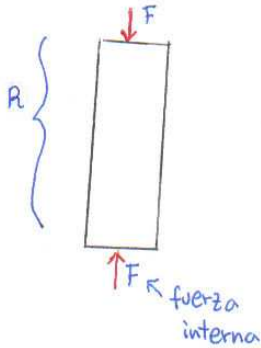
(5)

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F = \frac{Q}{2} S \pi D \Rightarrow Q = \frac{2F}{\pi S D}$$

$$\Rightarrow Q = 2652.58 \text{ N/m}^2$$

El eje y va desde arriba hasta  $y = R + S$

→ Corte  $y = R$



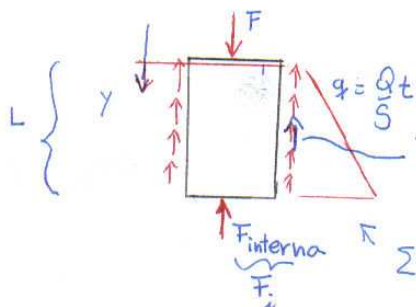
$$\sigma = \frac{F}{A_{\text{area}}} = \frac{F}{\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)} \Rightarrow \epsilon = \frac{\Delta R}{R} = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{E} \frac{1}{\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)}$$

$$\Rightarrow \Delta R = \frac{F}{\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)} \frac{R}{E} = 6.2876 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.62876 \text{ mm}$$

↑  
acortamiento

(5)

→ Corte  $S > y > R$



Fuerza noce  $= \pi D \int_0^L \frac{Q}{S} t dt = \frac{\pi D Q L^2}{2S}$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_i + \frac{\pi D Q L^2}{2S} = F$$

$$\Rightarrow F_i = F - \frac{\pi D Q}{2S} L^2$$

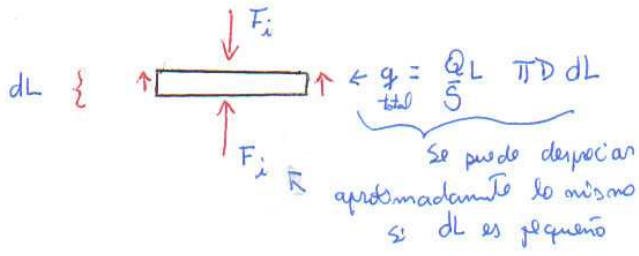
Para  $0 \leq L < S$

$$F_i(L=S) = 0 \checkmark$$

(5)

analizando un elemento pequeño

(6)



$$\epsilon = \frac{\Delta(dL)}{dL} = \frac{F_i}{\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)} \frac{1}{E}$$

$$\Rightarrow \int_0^S \Delta(dL) = \frac{1}{\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) E} \int_0^S \left(F - \frac{\pi D Q}{2S} L^2\right) dL$$

(5)

$$\Delta S = \frac{1}{\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) E} \left(FS - \frac{\pi D Q}{6S} S^{\frac{3}{2}}\right)$$

acota

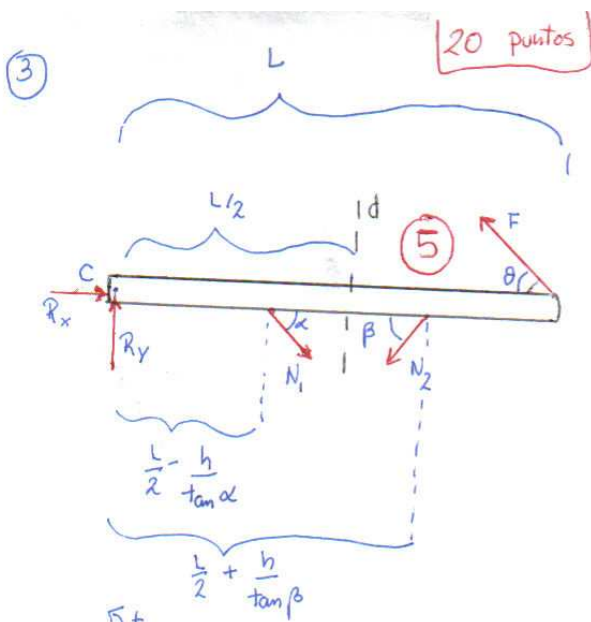
$$= 1.6766^9 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$= 1.6766 \text{ mm}$$

total  $\Delta S + \Delta R = 2.30536 \text{ mm}$



# Pregunta 3



$$\sum M_C = 0 \Rightarrow$$

$$F \sin \theta L = N_1 \sin \alpha \left( \frac{L}{2} - \frac{h}{\tan \alpha} \right) + N_2 \sin \beta \left( \frac{L}{2} + \frac{h}{\tan \beta} \right)$$

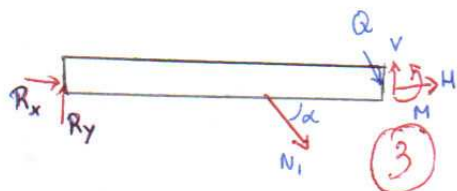
$$\Rightarrow F = 777.8 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow$$

$$R_x = F \cos \theta + \underbrace{N_2 \cos \beta - N_1 \cos \alpha}_0 = 595 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow$$

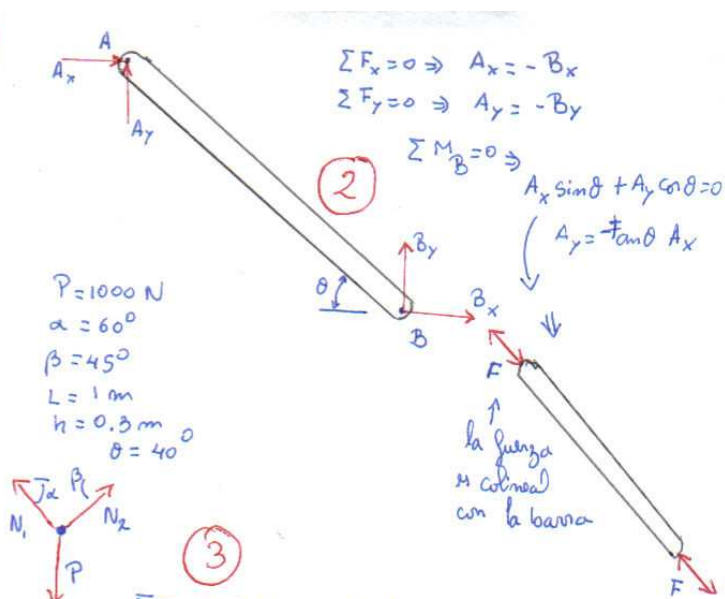
$$R_y = \underbrace{N_1 \sin \alpha + N_2 \sin \beta}_P - F \sin \theta = 500 \text{ N}$$



$$H = -R_x - N_1 \cos \alpha = -961 \text{ N}$$

$$V = N_1 \sin \alpha - R_y = 133.93 \text{ N}$$

$$M = R_y \frac{L}{2} - N_1 \sin \alpha \frac{h}{\tan \alpha} = 140.2 \text{ Nm}$$



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = -B_x$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = -B_y$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow A_x \sin \theta + A_y \cos \theta = 0$$

$$A_y = \tan \theta A_x$$

$P = 1000 \text{ N}$   
 $\alpha = 60^\circ$   
 $\beta = 45^\circ$   
 $L = 1 \text{ m}$   
 $h = 0.3 \text{ m}$   
 $\theta = 40^\circ$

③

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_1 \cos \alpha + N_2 \cos \beta = P$$

$$\Rightarrow N_2 = \frac{N_1 \cos \alpha}{\cos \beta}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 \sin \alpha + N_2 \sin \beta = P$$

$$\Rightarrow N_1 (\sin \alpha + \cos \alpha \tan \beta) = P$$

$$\Rightarrow N_1 = 732 \text{ N}$$

$$\Rightarrow N_2 = 517.6 \text{ N}$$

la fuerza es colineal con la barra