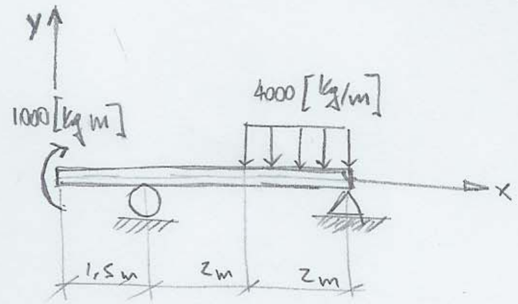
AUXILIAR # 6

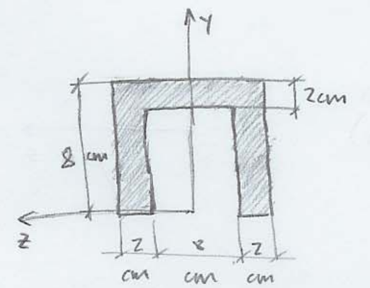
30/04/08 ME46A

Prof: Rogen Bustamante

$$\tau_{xy} = \frac{V}{It}\int_{y}^{c} z\,dA$$

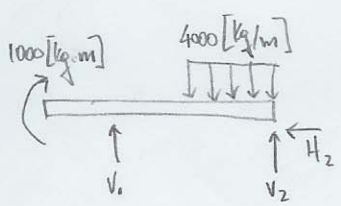
P1) Para la viga de sección U representada en la figura, determine el esfuerzo de corte en el pto: $(x, y, z) = (4, 0.015, 0.005)$. Unidades en metros.





Solución:

DCL:



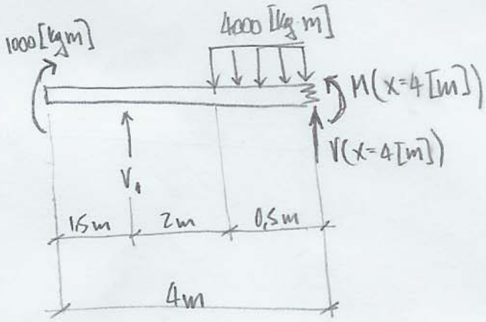
$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_1 + V_2 = 4000 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{V_1 + V_2 = 8000}$

$\sum M_z = 0 \Rightarrow -4V_1 - 1000 + (4000 \cdot 2) \cdot 1 = 0 \Rightarrow \boxed{V_1 = 1750\,[kg]}$

$\Rightarrow \boxed{V_2 = 6250\,[kg]}$

- como nos piden el esfuerzo en el pto $(x, y, z) = (4, 0.015, 0.005)$, debemos calcular $V(x)$ y evaluarlo en $x = 4[m]$, o bien realizar directamente un corte en $x = 4[m]$ por lo que se tendrá $V(x=4[m])$ de manera más rápida.

corte en $x = 4[m]$



$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_1 + V(x=4[m]) = 4000 \cdot 0,5$

$\Rightarrow \boxed{V(x=4[m]) = 250\,[kg]}$

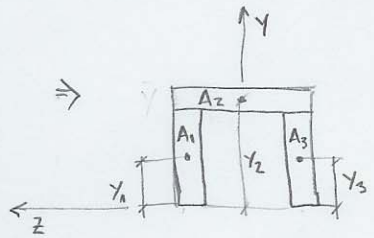
$\sum M_z = 0 \rightarrow$ No es necesario

- como nos piden calcular el esfuerzo de corte en un pto. en particular, debemos encontrar los términos de la sgte. fórmula:

$$\tau_{xy} = \frac{V}{It}\int_{Y}^{C} \xi \, dA.$$

- al igual que para el cálculo de esfuerzos de compresión o tracción debido a la flexión, se deben realizar los cálculos con respecto al c. de g.

$\Rightarrow$



$$\bar{Y} = \frac{A_1 Y_1 + A_2 Y_2 + A_3 Y_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

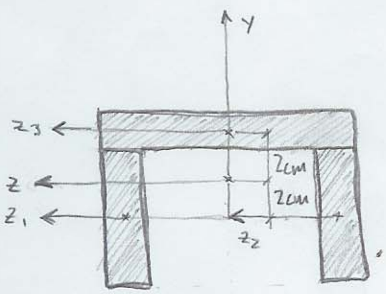
$A_1 = 2 \cdot 6 = 12\,[cm^2]$, $Y_1 = 3\,[cm]$

$A_2 = 2 \cdot 12 = 24\,[cm^2]$, $Y_2 = 7\,[cm]$

$A_3 = 2 \cdot 6 = 12\,[cm^2]$, $Y_3 = 3\,[cm]$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{Y} = 5\,[cm]}$$

- ahora podemos calcular I c/respecto al nuevo sist. de coordenadas.

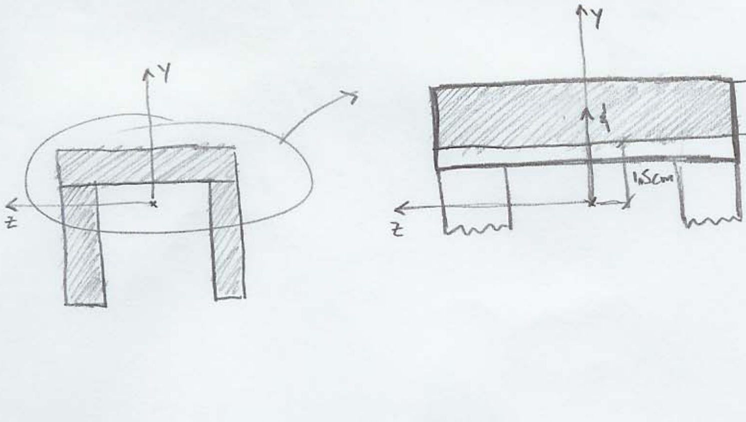


$$\Rightarrow I = \left(I_{z_1} + A_1 d_1^2\right) + \left(I_{z_2} + A_2 d_2^2\right) + \left(I_{z_3} + A_3 d_3^2\right)$$

$$I = \left(\frac{1}{12} 2 \cdot 6^3 + 12 \cdot 2^2\right) + \left(\frac{1}{12} 12 \cdot 2^3 + 24 \cdot 2^2\right) + \left(\frac{1}{12} 2 \cdot 6^3 + 12 \cdot 2^2\right)$$

$$\boxed{I = 272\,[cm^4]}$$

- ahora calculamos la integral



$$\rightarrow \int_{Y}^{C} \xi\, dA = \int_{1.5}^{3} \xi \underbrace{(12 \cdot d\xi)}_{dA} = 12 \int_{1.5}^{3} \xi\, d\xi$$

$$\int_{Y}^{C} \xi\, dA = \frac{12}{2}\left(3^2 - 1.5^2\right) = 40.5\,[cm^3]$$

$$\Rightarrow \boxed{\int_{Y}^{C} \xi\, dA = 40.5\,[cm^3]}$$

- por último, $t = 12\,[cm]$, dado que se trata del ancho del área A_2

$$\Rightarrow \quad \tau_{xy} = \frac{250\,[kg] \cdot 40.5\,[cm^3]}{272\,[cm^4] \cdot 12\,[cm]} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\tau_{xy} = 3{,}10\,[kg/cm^2]}$$

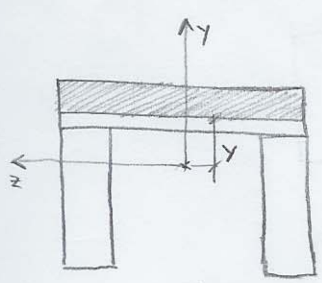
P2| Para el mismo problema anterior, encontrar τ_{xy} máximo en $X = 4\,[m]$.

SOLUCIÓN:

- lo único que cambiará será:
  - $\int_Y^c \xi\, dA$
  - t.

- consideremos 2 casos:

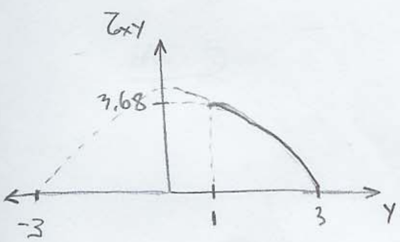
  - CASO ①: $1 \leq Y \leq 3$



$$\Rightarrow \int_Y^c \xi\, dA = \int_Y^3 \xi(12\, d\xi) = \frac{12}{2}(3^2 - Y^2)\,[cm^3] \Rightarrow \boxed{\int_Y^c \xi\, dA = 6(9 - Y^2)\,[cm^3]}$$

$$\Rightarrow \boxed{t = 12\,[cm]}$$

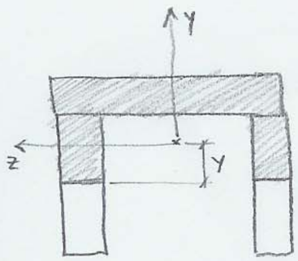
$$\Rightarrow \tau_{xy} = \frac{250\,[kg] \cdot \frac{12}{2}(9 - Y^2)\,[cm^3]}{272\,[cm^4] \cdot 12\,[cm]} = 0{,}4596\,(9 - Y^2)\,[kg/cm^2]$$



$\Rightarrow$ τ_{xy} máx para este caso ocurre en $Y = 1\,[m]$

$$\Rightarrow \boxed{\tau_{xy} = 3{,}68\,[kg/cm^2]}$$

- CASO 2: $-5 \leq y \leq 1$

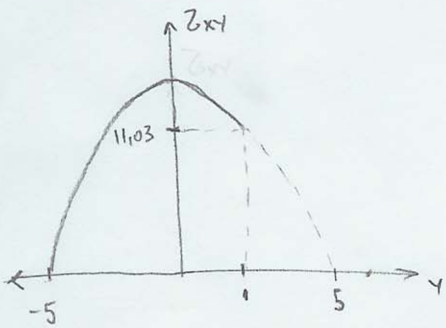


$$\Rightarrow \int_y^c \xi \, dA = \int_1^3 \xi (12 \cdot d\xi) + \left[\int_y^1 \xi (2 \cdot d\xi) \right] \times 2 = \frac{12}{2}\left(3^2 - 1^2\right) + \frac{4}{2}\left(1^2 - y^2\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\int_y^c \xi \, dA = (50 - 2y^2) \, [cm^3]}$$

$$\Rightarrow t = 2 \cdot 2 \, [cm] \Rightarrow \boxed{t = 4 \, [cm]}$$

$$\Rightarrow \tau_{xy} = \frac{250 \, [kg] \cdot (50 - 2y^2) \, [cm^3]}{272 \, [cm^4] \cdot 4 \, [cm]} = 0{,}2298 \left(50 - 2y^2\right) \left[kg/cm^2\right]$$



$\Rightarrow$ τ_{xy} máx para este caso ocurre en $y = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\tau_{xy} = 11{,}49 \, [kg/cm^2]}$$