FAC. CS. FISICAS Y MATEMATICAS
DEPTO. INGENIERIA CIVIL

CONTROL N° 1
TOPOGRAFIA

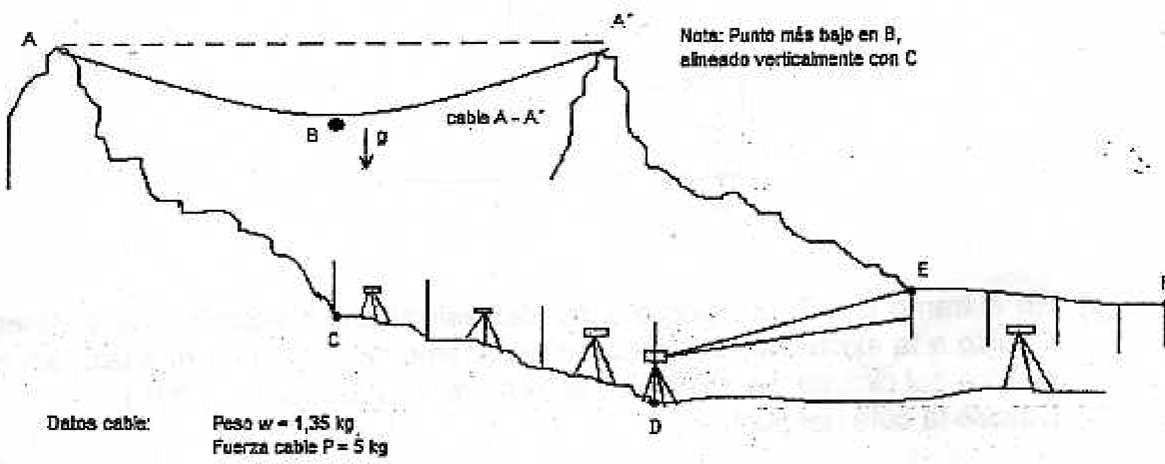
Tiempo : 150 minutos
Profesor : Iván Bejarano

Auxiliares : Carlos Rozas
Cristian Cruz

09 de Mayo del 2008

Pregunta N°1:

En un estudio para una cinta transportadora se requiere la medición del desnivel entre diversos tramos (cotas de los puntos A, B, C, D, E, F. según se muestra en la figura adjunta), además se debe caracterizar un distanciómetro a ser importado para la faena.



a) Calcule la cota del punto B, para lo cual deberá estimar la flecha (caída c/r horizontal) del cable colocado entre ambas torres de A y A´ que se encuentran a la misma cota A = 1000 m. La distancia entre A-A´ se medirá con un distanciómetro a caracterizar, sin embargo se estima que las longitudes de onda enteras y la fase serán (n = 3,8 +/- 0,0 ; $\phi = \pi / 7$ +/- 0,0)

b) Calcule la cota del punto C, si el topógrafo deja caer libremente desde el punto B una masa de 5+/- 0.01 [kg] que tarda 2,5 +/- 0.001 [s]en llegar a C. Suponga g = 9,8 +/- 0,0 [m/s^2].

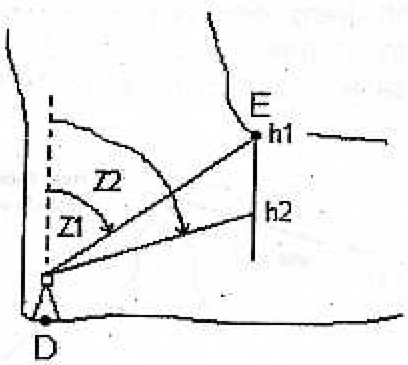
c) Suponiendo una Nivelación Geométrica Cerrada entre los puntos C – D, calcule la cota del punto D compensada proporcionalmente al desnivel, si es posible para una nivelación del tipo precisa.

PTO	LAT [m]	LAD [m]
C	1,502	-
PC1	1,708	2,503
PC2	1,810	1,920
D	2,5	1,905
PC3	1,403	1,491
PC4	1,111	1,203
C	-	1,010

d) Para el tramo D – E, el topógrafo decide colocar una mira invertida en el punto E y realizar dos calajes en 1 y en 2. Ver figura adjunta.

Calcule la cota del punto E si:

hi [m]	h1 [m]	Z1 [grad]	H2 [m]	Z2 [grad]
1,650 +/- 0.000	0,000+/- 0.000	52,350 +/- 0.000	1,950 +/- 0.005	72,100+/- 0.000



e) En el tramo E – F, el topógrafo decide realizar una Nivelación Geométrica Abierta. Debido a la existencia de arena extremadamente blanda en el suelo, los puntos de cambio del circuito, se ubican en el techo mismo del tramo. (2 P)
Calcule la cota del punto F.

Pto.	LAT [m]	LAD [m]
E	3,300	-
PC1	3,105	3,230
PC2	2,650	3,050
PC3	2,956	3,456
F	-	3,654

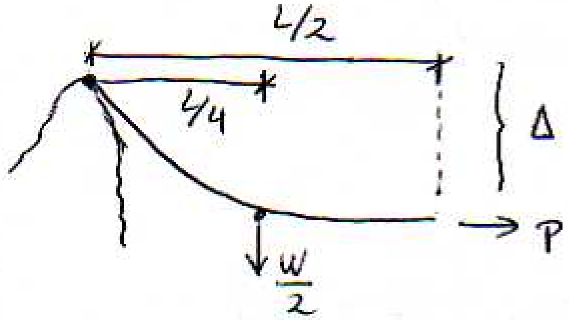
Se solicita estimar la longitud de onda del distanciómetro de manera que la precisión desde la cota A hasta la F no sea inferior a 0,1 m. Además con dicho valor estime las cotas del proyecto.

Nota: Para los tramos C-D y E-F las lecturas tienen un σ_l=0,005. En el caso del cable σ_w = 0,01 kg y σ_λ = 0,01 m.

P1

Aux #1 CI35A 23/09/08 — Por Cristián Cruz D.

i) Tramo AB



$$\sum M_0 = 0 \Rightarrow P\cdot\Delta - \frac{W}{2}\cdot\frac{L}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = \frac{W\cdot L}{8P}$$

$$\Rightarrow C_B = C_A - \Delta$$
$$= 1000 - \Delta$$

Precisión σ_{CB}:

$$\sigma_{CB} = \sqrt{\underbrace{\cancel{\left(\frac{\partial C_B}{\partial C_A}\cdot\sigma_{CA}\right)^2}}_{0} + \left(\frac{\partial C_B}{\partial \Delta}\cdot\sigma_\Delta\right)^2} = \sigma_\Delta$$

$$\sigma_\Delta = \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta}{\partial W}\cdot\sigma_W\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta}{\partial L}\cdot\sigma_L\right)^2 + \underbrace{\cancel{\left(\frac{\partial \Delta}{\partial P}\cdot\sigma_P\right)^2}}_{0}}$$

$$L = \lambda\left(n + \frac{\phi}{2\pi}\right)$$

$$\sigma_L = \sqrt{\left(\frac{\partial L}{\partial \lambda}\cdot\sigma_\lambda\right)^2 + \underbrace{\cancel{\left(\frac{\partial L}{\partial n}\cdot\sigma_n\right)^2}}_{0} + \underbrace{\cancel{\left(\frac{\partial L}{\partial \phi}\cdot\sigma_\phi\right)^2}}_{0}}$$

$$\sigma_L = \left(n + \frac{\phi}{2\pi}\right)\cdot\sigma_\lambda$$

así

$$\sigma_\Delta = \sqrt{\left(\frac{L}{8P}\cdot\sigma_W\right)^2 + \left(\frac{W}{8P}\cdot\left(n + \frac{\phi}{2\pi}\right)\underbrace{\sigma_\lambda}_{0.01}\right)^2} = \sigma_{CB}.$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\lambda\left(n + \frac{\phi}{2\pi}\right)}{8P}\cdot\right)^2 + \left(\frac{W}{8P}\left(n + \frac{\phi}{2\pi}\right)\sigma_\lambda\right)^2}$$

σ_W

ii) Tramo BC:

$$C_C = C_B - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow C_C = C_B - 30.625$$

Precisión:

$$\sigma_{C_C} = \sqrt{\sigma_{C_B}^2 + (g t \cdot \sigma_t)^2} = \sqrt{\sigma_{C_B}^2 + 0.0245^2}$$

iii) Tramo CD:

PTO	LAT	LAD	$dn^{s/c}$	dn^{c}
C	1.502	—	—	
PC1	1.708	2.503	-1.001	-1.0018
PC2	1.810	1.920	-0.212	-0.2122
D	2.500	1.905	-0.095	-0.0951
PC3	1.403	1.491	1.009	1.0082
PC4	1.111	1.203	0.200	0.1998
C	—	1.010	0.101	0.1009

$e_c = 0.002$

$$\sum |dn^{s/c}| = 2.618$$

$$e_u = \frac{e_c}{\sum |dn^{s/c}|} = 0.00076$$

$$e_{adm} = 3.2\sqrt{6} = 0.007$$

$$dn^{s/c} = LAT - LAD$$

$$dn_i^c = dn_i^{s/c} - e_u |dn^{s/c}|_i$$

$$\Rightarrow dn_{CD} = -1.309 \text{ m} \qquad \Rightarrow C_D = C_C + dn_{CD} = C_C - 1.309 \text{ m}$$

Precisión: $NGC \approx n \cdot (LAT - LAD)$ $\quad \sigma_{LAT} = \sigma_{LAD} = 0.005$

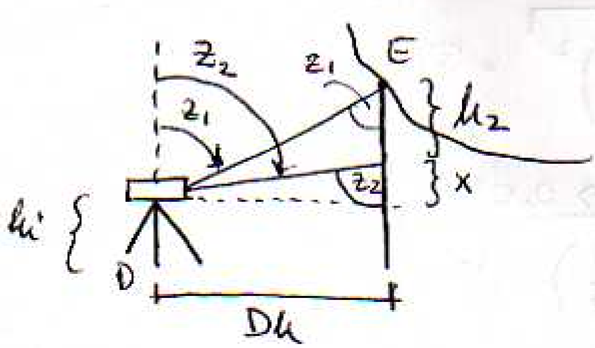
$$\Rightarrow \sigma_{NGC} = \sqrt{2n\sigma_\ell^2} \qquad n = 3 \text{ bucles}$$

$$\Rightarrow \sigma_{NGC} = 0.012 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \sigma_{C_D} = \sqrt{\sigma_{C_C}^2 + 0.012^2}$$

iv) Tramo DE:

$$x = \frac{Dh}{tg z_1} - h_2 \Rightarrow \frac{Dh}{tg z_2}$$

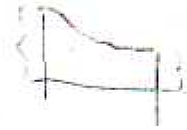


$$tg z_1 = \frac{Dh}{h_2 + x} \qquad tg z_2 = \frac{Dh}{x} \Rightarrow x = \frac{Dh}{tg z_2}$$

$$\Downarrow$$

$$Dh = h_2 \left(\frac{tg(z_1)\, tg(z_2)}{tg(z_2) - tg(z_1)} \right)$$

$$\Rightarrow x = h_2 \left(\frac{tg z_1}{tg z_2 - tg z_1} \right)$$

así $dn_{DE} = h_i + x + h_2 = h_i + h_2\left(\frac{tg\, z_1}{tg\, z_2 - tg\, z_1}\right) + h_2$ 

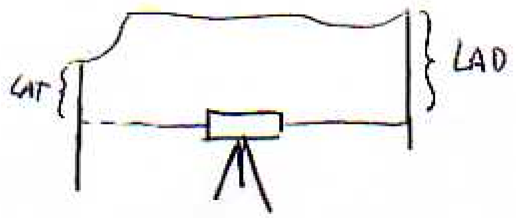
Precisión:

$$= h_i + h_2\left(\frac{tg\, z_2}{tg\, z_2 - tg\, z_1}\right) = 5.586$$

$$\sigma_{dn_{DE}} = \frac{tg\, z_2}{tg\, z_2 - tg\, z_1}\cdot \sigma_{h_2} = 0.01_m$$

$$\Rightarrow \sigma_{CE} = \sqrt{\sigma_{CD}^2 + \sigma_{dn_{DE}}^2} = \sqrt{\sigma_{CD}^2 + 0.01^2}$$

v) NGA:



$\Rightarrow dn = LAD - LAT$

Pto	LAT	LAD	dn
E	3.300	—	—
Pc1	3.105	3.230	-0.070
Pc2	2.650	3.050	-0.055
Pc3	2.956	3.456	0.806
F	—	3.654	0.698
			1.379

$\Rightarrow dn_{EF} = 1.379$

$$\sigma_{dn_{EF}} = \sqrt{2n\, Q^2} = 0.014_m$$

$$\sigma_{CF} = \sqrt{\sigma_{CE}^2 + 0.014^2}$$

vi) Precisión cota F ≥ 0.1 m

$$\Rightarrow \sigma_{CF}^2 = 0.014^2 + 0.01^2 + 0.012^2 + 0.0245^2 + \left(\frac{\lambda(n+\frac{\phi}{2\pi})}{8P}\right)^2 + \left(\frac{W}{8P}(n+\frac{\phi}{2\pi})\sigma_h\right)^2 = 0.1^2$$

$\Rightarrow L = \lambda(n + \frac{\phi}{2\pi}) = 378.24$ m.

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = 97.7 \text{ m}}$$

$\Rightarrow \Delta = \frac{W \cdot L}{8P} = 12.766$ m.

$\Rightarrow$ Cotas:

$C_B = 987.234$ m

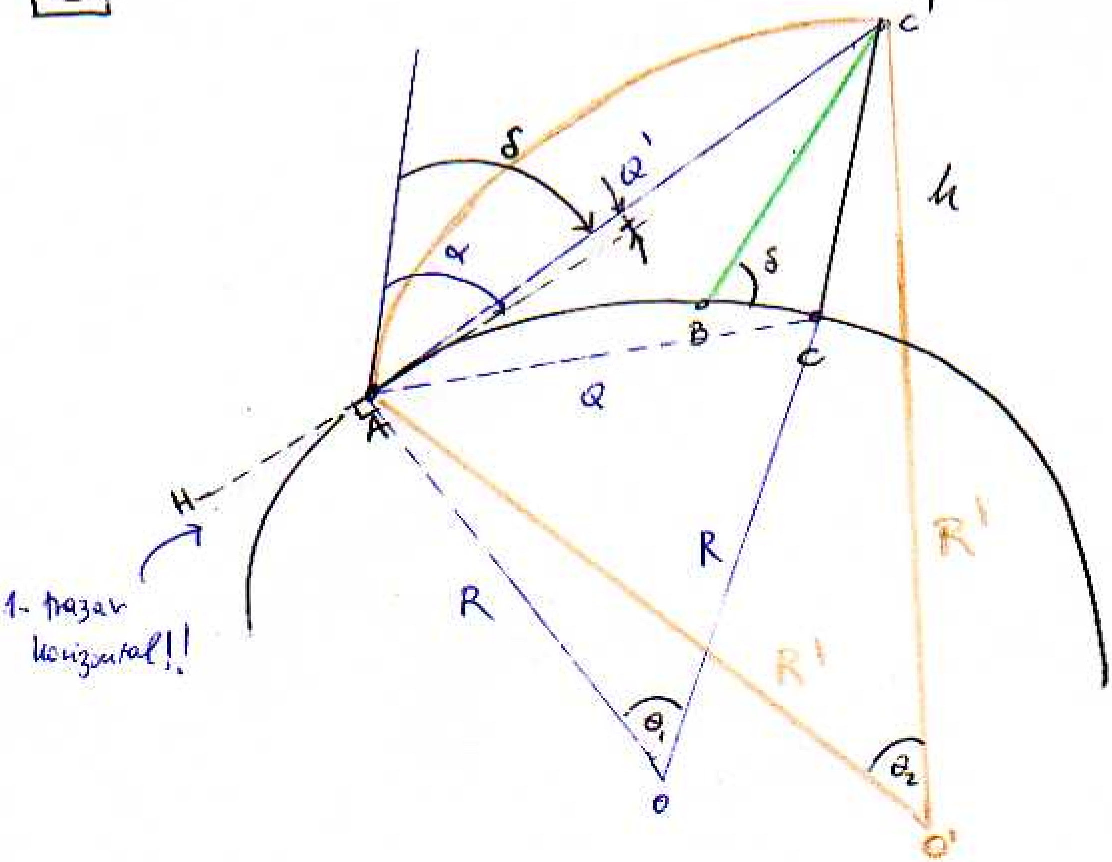
$C_C = 956.609$ m

$C_D = 955.300$ m

$C_E = 960.886$ m

$C_F = 962.265$ m.

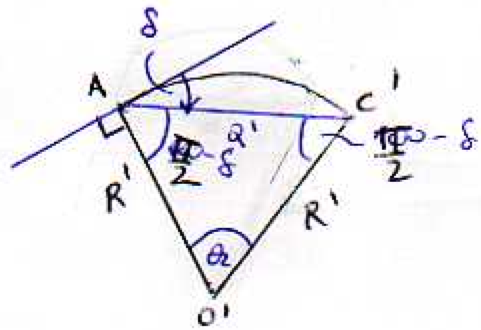
P2



i) $R = K R' \Rightarrow R' = \frac{R}{K}$

ii) Tramo $\overline{AC'} = Q'$

arco $AO'C'$:



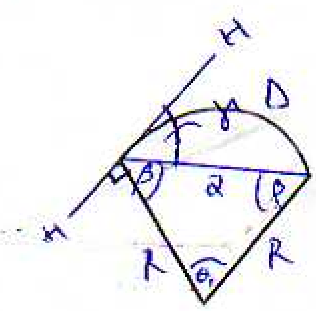
$\cancel{\pi} - \cancel{\pi} + 2\delta = \theta_2$

$\Rightarrow \theta_2 = 2\delta$

luego $Q' = 2R'\,\text{sen}\left(\frac{\theta_2}{2}\right) = 2\frac{R}{K}\,\text{sen}(\delta)$

iii) $x = \alpha - \delta$

arco AOC



$\beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta_1}{2}$

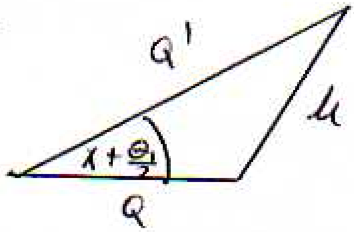
$\gamma = \frac{\theta_1}{2}$

$D = R \cdot \theta_1$

$\Rightarrow \theta_1 = \frac{D}{R}$

$\Rightarrow Q = 2R\,\text{sen}\left(\frac{D}{2R}\right)$

$\Delta ACC'$:



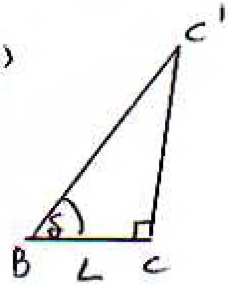
x Teo. coseno:

$$h^2 = Q'^2 + Q^2 - 2QQ'\cos\left(x + \theta_1/2\right)$$

Reemplazamos $Q' = 2\frac{R}{K}\operatorname{sen}\delta$; $\theta_1 = \frac{D}{R}$

$$h^2 = \frac{4R^2}{K^2}\operatorname{sen}^2\delta + Q^2 - 2Q\cdot\frac{2R}{K}\operatorname{sen}\delta\cdot\cos\left(\alpha - \delta + \frac{D}{2R}\right) \qquad (1)$$

iv) $\Delta BCC'$



$\operatorname{sen}\delta \approx \operatorname{tg}\delta \approx \frac{h}{L}$ // δ chico

v) Reemplazamos $Q = 2R\operatorname{sen}\left(\frac{D}{2R}\right)$ y $\operatorname{sen}\delta \approx \frac{h}{L}$ en (1)

$$h^2 = \frac{4R^2}{K^2}\cdot\frac{h^2}{L^2} + 4R^2\operatorname{sen}^2\left(\frac{D}{2R}\right) - \frac{8R^2h}{KL}\underbrace{\left(\cos\left(\alpha + \frac{D}{2R}\right)\cancel{\cos(\delta)}^{1} + \operatorname{sen}\left(\alpha + \frac{D}{2R}\right)\cdot\cancel{\operatorname{sen}\delta}^{h/L}\right)}_{\cos\left(\alpha - \frac{D}{2R} + \delta\right)}$$

agrupando términos

$$h^2\left(1 - \frac{4R^2}{K^2L^2} + \frac{8R^2}{KL^2}\operatorname{sen}\left(\alpha + \frac{D}{2R}\right)\right) + h\left(\frac{8R^2}{KL}\cos\left(\alpha + \frac{D}{2R}\right)\right) - 4R^2\operatorname{sen}^2\left(\frac{D}{2R}\right) = 0$$

$\Rightarrow$ Ec. de 2° grado en h. Sol. única $\Rightarrow b^2 - 4ac = 0$

$$\Rightarrow \frac{64R^4}{K^2L^2}\cos^2\left(\alpha + \frac{D}{2R}\right) = 16R^2\operatorname{sen}^2\left(\frac{D}{2R}\right)\left(1 - \frac{1}{L^2}\left(\frac{4R^2}{K^2} + \frac{8R^2}{K}\operatorname{sen}\left(\alpha + \frac{D}{2R}\right)\right)\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{L = \frac{2R}{K}\sqrt{\frac{\cos^2\left(\alpha + \frac{D}{2R}\right)}{\operatorname{sen}^2\left(\frac{D}{2R}\right)} + 1 + 2\operatorname{sen}\left(\alpha + \frac{D}{2R}\right)}}$$