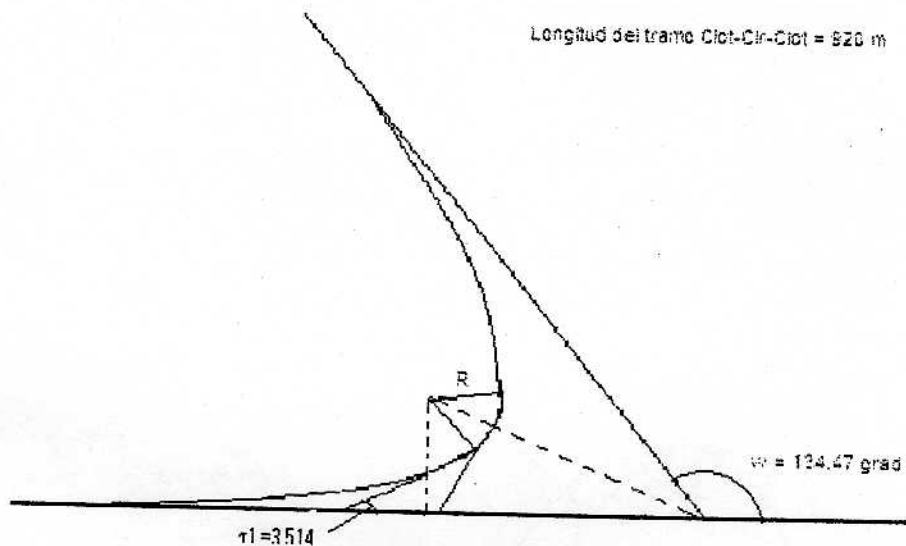


Pregunta N°1:

En el diseño vial de una curva de autopista, se planea desarrollar una curva circular alcanzada por curvas de enlace tipo clotoides formando un sistema simétrico como se muestra en la figura. Conocidos algunos aspectos geométricos del diseño indicados en la figura, se solicita encontrar el radio de curvatura R de la curva circular, el parámetro A de la clotoide y las longitudes de ambas curvas.

Consideraciones:

- El ángulo τ_1 de la tangente en el punto de corte de la proyección vertical del centro de curvatura del círculo es $\tau_1 = 3,514$ grad.
- La deflexión del vértice es $w = 134,47$ grad.
- La longitud total del tramo (clotoides y arco de círculo) es de 920 m.
- Redondear los parámetros R y A al entero.



Pregunta N°2:

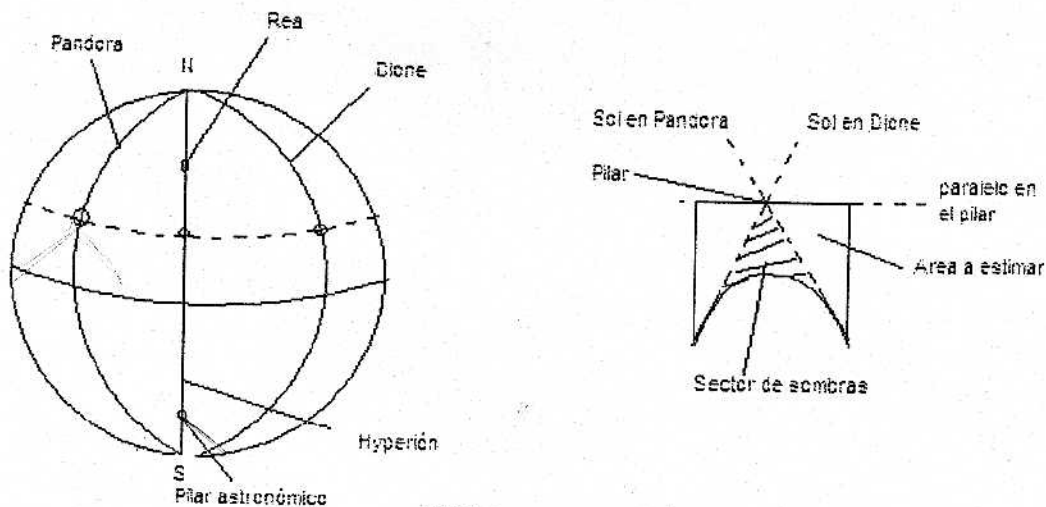
Un avanzado pueblo de astrónomos necesita emplazar un observatorio dentro de su ciudad capital ubicada en el meridiano de Hyperión. Para evitar problemas electromagnéticos, se necesita tapizar la entrada al telescopio con piedras diamagnéticas. El sector a definirse corresponde al que limitan las sombras de un pilar astronómico de 10 m de altura ubicado al centro del observatorio, para las posiciones del sol en los meridianos de Dione y Pandora (ubicados simétricos con respecto a Hyperión) y en la culminación en Hyperión, todas ellas medidas en el solsticio de invierno para el observatorio (ubicado en el Hemisferio Sur). En la figura se muestra un esquema del área a tapizar.

Adicionalmente desde Rea (segunda ciudad del imperio ubicada en el hemisferio norte, en el meridiano de Hyperión y simétrica respecto al Ecuador), se midió el ángulo vertical de culminación $Z_{cul\ Rea} = 29,311$ grad para el mismo día.

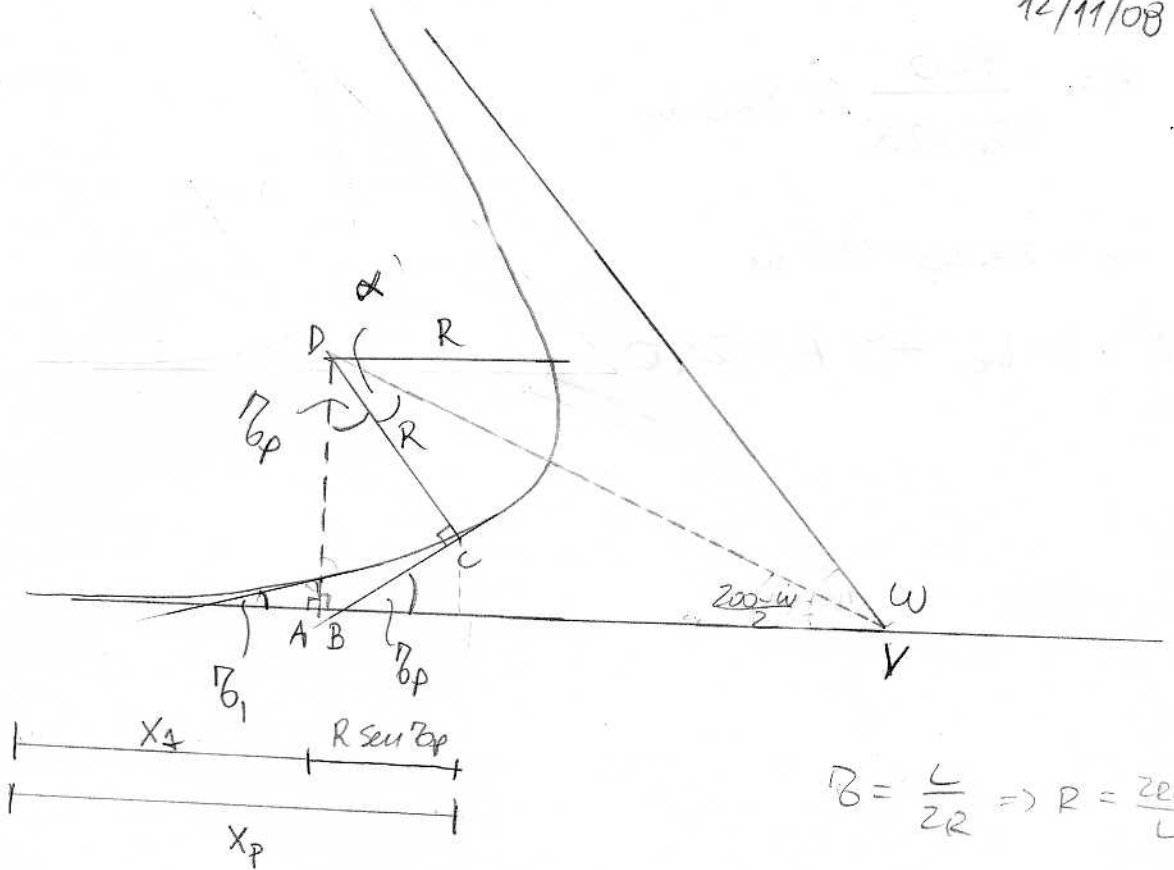
Otros datos son:

- La ecuación del tiempo en la culminación de Pandora es $E_{cul\ pan} = 12^h 01^m$.
- El tiempo Civil desde Hyperión cuando el sol culmina en Pandora es $TC_{hyp-pan} = 15^h 18^m$.

Si se asume que el movimiento de la sombra de la punta del mástil se puede considerar parabólica, en primer lugar calibre la parábola de dicha sombra en una ecuación del tipo $N = aE^2 + bE + c$. Finalmente obtenga el área entre la parábola (limitada por las sombras producto de las posiciones del sol en Dione y Pandora) y el paralelo que pasa justo por el pilar astronómico.



nota: Dione y pandoras simétricas con a Hyperión



$$B = \frac{L}{2R} \Rightarrow R = \frac{2R_0}{L}$$

$$X_1 = A \sqrt{2R_1} \left(1 - \frac{R_1^2}{10}\right) \quad \text{además} \quad A^2 = RL \quad (1)$$

$$X_p = A \sqrt{2R_p} \left(1 - \frac{R_p^2}{10}\right) \quad R_p = \frac{L}{2R} \Rightarrow R = \frac{L}{2R_p} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} &A^2 = RL \\ &A^2 = \frac{L^2}{2R_p} \end{aligned} \right\} \Rightarrow L = A \sqrt{2R_p} \quad (3)$$

(3) en (1) $\Rightarrow A^2 = R A \sqrt{2R_p} \Rightarrow R = \frac{A}{\sqrt{2R_p}}$

Tenemos $X_p - X_1 = R \sin \beta_p$, reemplazando:

$$A \sqrt{2R_p} \left(1 - \frac{R_p^2}{10}\right) - A \sqrt{2R_1} \left(1 - \frac{R_1^2}{10}\right) = \frac{A}{\sqrt{2R_p}} \sin(\beta_p)$$

$\Rightarrow \beta_p = 0,222 \text{ rad} = 14,15 \text{ grad}$ (m solve)

$\beta_1 = 3,514 \text{ rad} \Rightarrow \beta_1 = 0,055 \text{ rad}$

• Longitud total: $L_{TOTAL} = 2L_c + L_\theta = 920 \text{ m}$

$L_c = 2R \beta_p$; $L_\theta = \theta R = 2\alpha \cdot R$

Para obtener α : ΔAVD

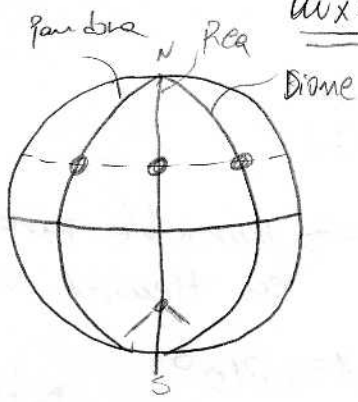
$$\frac{200-w}{2} + 100 + \alpha + \beta_p = 200 \text{ grad} \Rightarrow \alpha = \frac{w}{2} - \beta_p = 53,085 \text{ grad} = 0,834 \text{ rad}$$

$$L_{\text{TOTAL}} = 2L_c + L_{\text{D}} = 4R\beta_p + 2\alpha R = 920 \text{ m}$$

$$\Rightarrow R = \frac{920}{4\beta_p + 2\alpha} \approx 360 \text{ m}$$

$$\Rightarrow L_c = 2R\beta_p = 160 \text{ m}$$

$$\Rightarrow A^2 = R \cdot L_c \Rightarrow A = 240$$



Datos

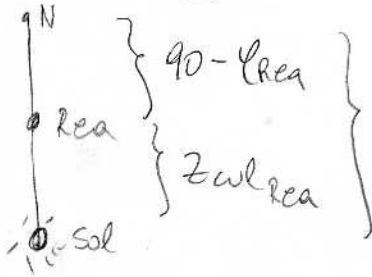
- $H_{pilar} = 10m$
- $Z_{cul\ Rea} = 29,311\ grad = 26,38^\circ$
- Solsticio de invierno Hem. Sur. $\Rightarrow \delta = 23.5^\circ$
- $E_{cul\ Pan} = 12^h 01^m$
- $TC_{HYP-Pan} = 15^h 18^m$

Sol

$$TC = H_{SV} + E \Rightarrow TC_{HYP-Pan} = H_{HP} + E_{cul\ Pan} \Rightarrow 15^h 18^m = H_{HP} + 12^h 01^m$$

$$\Rightarrow H_{HP} = 3^h 17^m = 3,2833^h = 49,2495^\circ$$

Iluminación en Rea:

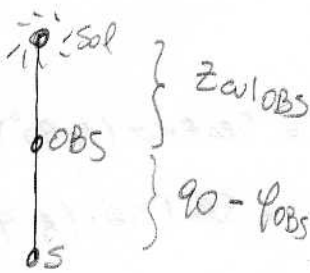


$$90 - \delta = 90 - \varphi_{Rea} + Z_{cul\ Rea}$$

$$\Rightarrow \varphi_{Rea} = 49,88^\circ$$

$$\Rightarrow \varphi_{Obs} = -49,88^\circ$$

En obs:

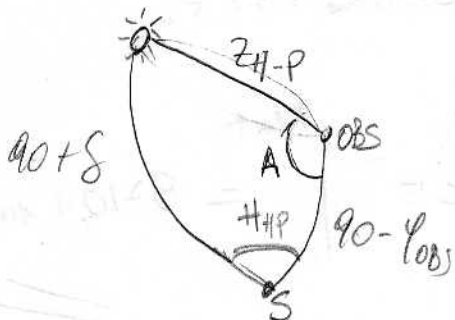


$$90 + \delta = Z_{cul\ OBS} + 90 - \varphi_{OBS}$$

$$\Rightarrow Z_{cul\ OBS} = 73,38^\circ$$

Iluminación en Pandora:

Triángulo de posición:



x Teo cos esférico:

$$\cos(Z_{HP-P}) = \cos(90 + \delta) \cos(90 - \varphi_{OBS}) + \sin(90 + \delta) \sin(90 - \varphi_{OBS}) \cos(H_{HP})$$

$$\Rightarrow \cos(Z_{HP-P}) = 0.0819$$

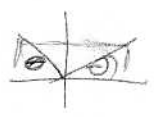
$$\Rightarrow Z_{HP-P} = 85,3^\circ$$

Aplicamos Teo seno est:

$$\frac{\sin(A)}{\sin(90^\circ)} = \frac{\sin(Z_{HP})}{\sin(Z_{HP})} \Rightarrow \sin A = 0.6971$$

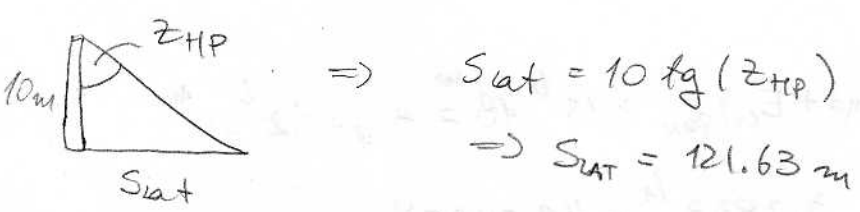
$$\Rightarrow A = 44,19^\circ \rightarrow \text{imposible para sol en Hemisf. Norte}$$

$$\Rightarrow A = 180 - 44,19^\circ = 135,81^\circ //$$

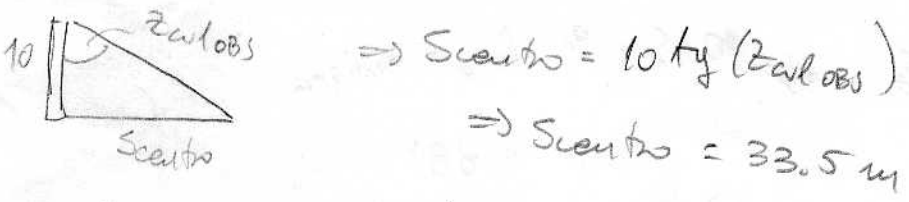


Sombra

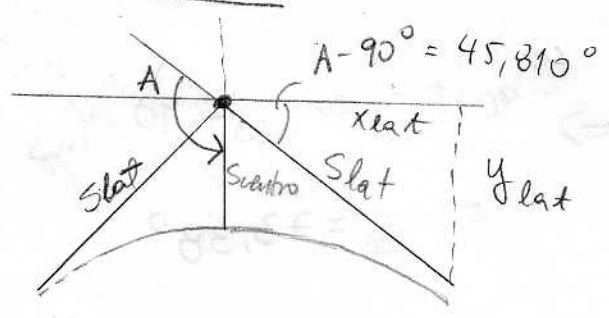
Sol en Diurne / Parábola



Sol en Hlyp:



Calibración Parábola:



$$x_{lat} = S_{lat} \cdot \cos(A - 90^\circ) = 84,79 \text{ m}$$

$$\Rightarrow y_{lat} = S_{lat} \sin(A - 90^\circ) = 87,21 \text{ m}$$

Parábola $N = aE^2 + bE + c$

$$N(E = x_{lat}) = N(E = -x_{lat}) = y_{lat}$$

$$N(E = 0) = c = S_{centro} = 33,5 \text{ m}$$

\Rightarrow sistema $2 \times 2 \Rightarrow a = 0,0075$
 $b = -0,0025$

$$\text{Area} = 2 \int_0^{x_{lat}} (aE^2 + bE + c) = 2 \cdot \left\{ a \frac{E^3}{3} + b \frac{E^2}{2} + cE \right\} \Big|_0^{x_{lat}} = 8710,9 \text{ m}^2 //$$