fcfm Ingeniería Civil

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

CI 42B HORMIGÓN ESTRUCTURAL

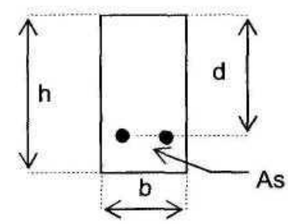
TAREA N°2 (Entrega: 24/agosto)

Prof. Leonardo Massone
Sem. Primavera 2006

P2 (13 pts).

$d = 570$ mm
$b = 250$ mm
$h = 620$ mm
$A_s = 2.500\ mm^2$

$f'_c = 30$ MPa
$f_y = 420$ MPa
$f_r = 0.62\sqrt{f'_c}$



Para la viga anterior, en la condición última o de rotura (M_n), demuestre que:

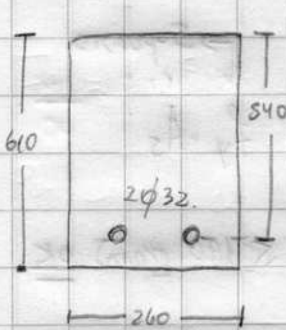
a) El coeficiente β_1=0.85 y la presión del bloque de compresiones equivalente ($0.85f'_c$) son una aproximación razonable **(7 pts)**. Para ello, determine la fuerza resultante del bloque de compresión equivalente, y su brazo de palanca, y compárelo con la fuerza resultante y el brazo de palanca usando la tensión-deformación definida para el hormigón en compresión (use la posición de la línea neutra determinada con el bloque de compresión equivalente). Considere la relación tensión-deformación (f_c-ε_c) del hormigón en compresión dada por:

$f_c = f'_c\left(\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0}\right)^2\right)$, donde ε_0=0.002 corresponde a la deformación unitaria cuando $f_c=f'_c$.

b) La limitación de armadura para garantizar ductilidad en ACI 318-95 ($\rho \leq 0.75\rho_b$) es aproximadamente equivalente a la condición impuesta en ACI 318-05 ($\varepsilon_s \geq 0.004$) (**6 pts**). Notar que tal situación será dependiente de la fluencia del acero (f_y).

Auxiliar N°2 : CI42B
21/08/08

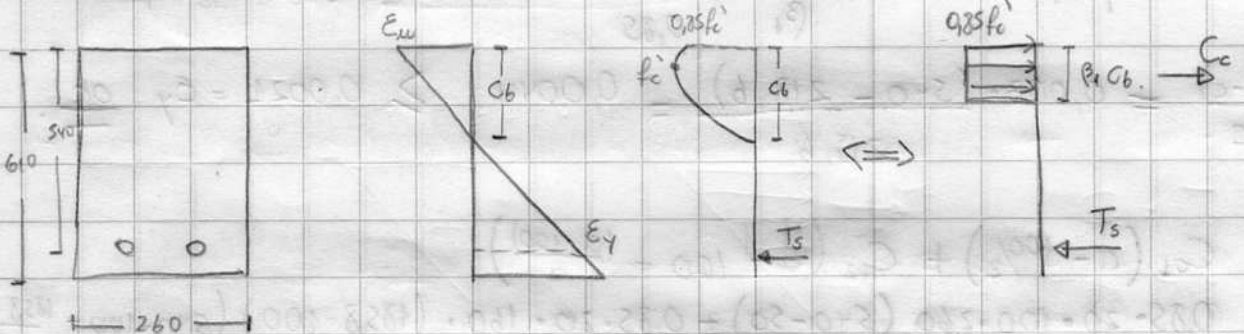
P2-T1 Primavera 2007.



$f_c' = 20$ [MPa]
$f_y = 420$ [MPa]

$h = 610$ mm
$b = 260$ mm
$d = 540$ mm
$A_s = 2\phi 32 = 1608\ mm^2$

a) Armadura de balance:



$C_c = T_s \rightarrow 0{,}85 \cdot f_c' \cdot a \cdot b = f_y \cdot A_s \leftrightarrow a = \dfrac{f_y \cdot A_s}{0{,}85 \cdot f_c' \cdot b}$ (1)

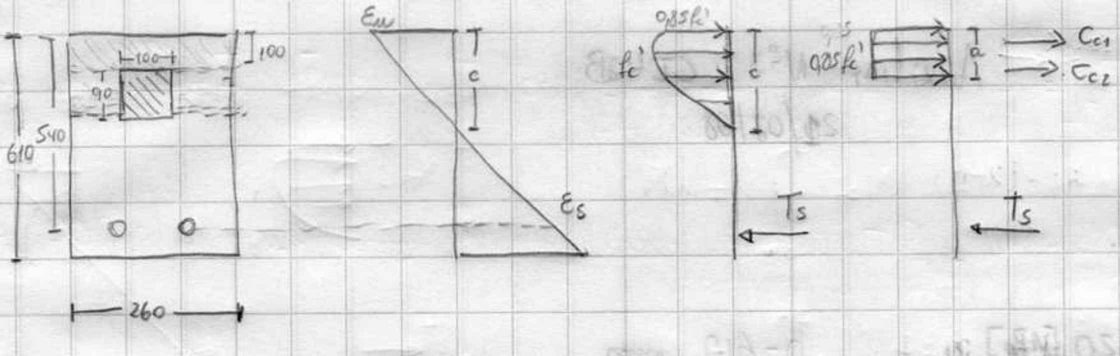
$a = \beta_1 \cdot C \qquad \dfrac{\varepsilon_u}{C} = \dfrac{\varepsilon_y}{d-c} \rightarrow C = \dfrac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + \varepsilon_y} d = \dfrac{0{,}003 \cdot 540}{0{,}003 + 0{,}0021} = 317{,}6$ [mm]

$a = 0{,}85 \cdot 317{,}6 = 270$ [mm] $\xrightarrow{(1)} 270 = \dfrac{420 \cdot A_s}{0{,}85 \cdot 20 \cdot 260} \rightarrow A_{s,b} = 2841$ [mm^2]

$\downarrow$
$f_c' = 20$ [MPa]

b). M_n? $\quad 0{,}85 \cdot f_c' \cdot a \cdot b = f_y \cdot A_s \rightarrow a = \dfrac{f_y \cdot A_s}{0{,}85 f_c' \cdot b} = \dfrac{420 \cdot 1608}{0{,}85 \cdot 20 \cdot 260} = 152{,}8$ [mm]

$M_n = f_y \cdot A_s (d - a/2) = 420 \cdot 1608 \left(540 - \dfrac{152{,}8}{2}\right) = 313{,}1$ [KN-m] c)



Supuesto

$$C_{c1} + C_{c2} = T_s \rightarrow 0{,}85 \cdot f'_c \cdot 100 \cdot 260 + 0{,}85 \cdot f'_c \cdot (a-100) \cdot (260-100) = f_y \cdot A_s$$

$$a = \frac{420 \cdot 1608 - 0{,}85 \cdot 20 \cdot 100 \cdot 260 + 0{,}85 \cdot 20 \cdot 100 \cdot 160}{0{,}85 \cdot 20 \cdot 160} = 185{,}8 \text{ mm} \leq 190 \text{ [mm] } \underline{ok}$$

Verifico si armadura fluye: $c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{185{,}8}{0{,}85} = 218{,}6$ [mm].

$$\varepsilon_s = \varepsilon_u \frac{(d-c)}{c} = 0{,}003 \cdot \frac{(540 - 218{,}6)}{218{,}6} = 0{,}0044 \geq 0{,}0021 = \varepsilon_y \ \underline{ok}$$

M_n? $M_n = C_{c1}\left(d - 100/2\right) + C_{c2}\left(d - 100 - \frac{(a-100)}{2}\right)$

$M_n = 0{,}85 \cdot 20 \cdot 100 \cdot 260\,(540-50) + 0{,}85 \cdot 20 \cdot 160 \cdot (185{,}8-100)\left(540-100 - \frac{185{,}8-100}{2}\right)$

$M_n = 309{,}3$ [KN-m]

Alternativamente: Calculo C.G de bloque en compresión

$$X = \frac{100 \cdot 260 \cdot 50 + 160 \cdot 85{,}8 \cdot \left(100 + \frac{85{,}8}{2}\right)}{185{,}8 \cdot 260 - 85{,}8 \cdot 100} = 82{,}1 \text{ [mm]}$$

$$M_n = f_y \cdot A_s \cdot (d - x) = 420 \cdot 1608\,(540 - 82{,}1)$$

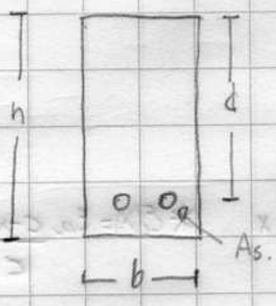
$M_n = 309{,}2$ [KN-m]

→ Nota: Si me resultara que armadura no fluye, para la ecuación de equivalencia de fzas resultaría:

$$C_{c1} + C_{c2} = T_s \rightarrow 0{,}85 \cdot f'_c \cdot 100 \cdot 260 + 0{,}85 \cdot f'_c\,(a-100)(260-100) = A_s \cdot E_s \cdot \frac{\varepsilon_u}{c}(d-c)$$

con $c = \frac{a}{\beta_1 \rightarrow (0{,}85)}$

P2-T2 Primavera 2006.

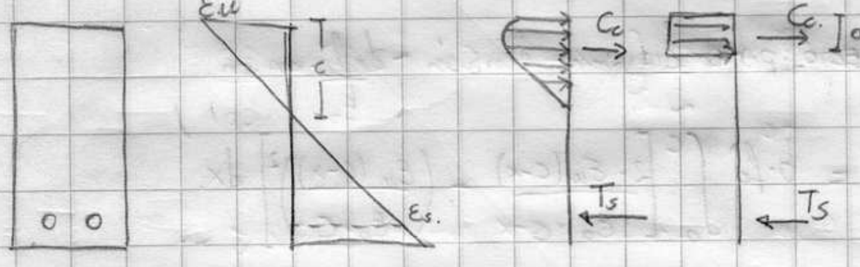


$d = 570$ mm
$b = 250$ mm
$h = 620$ mm
$A_s = 2500\ mm^2$

$f'_c = 30$ [MPa]
$f_y = 420$ [MPa]

a) Demuestre que el coeficiente $\beta_1 = 0{,}85$ y el bloque de presiones equivalente $(0{,}85\ f'_c)$ son una aproximación razonable al uso del diagrama tensión - deformación del hormigón. Use en ambos casos la posición de la línea neutra calculada con el bloque de compresión equivalente.

$$f_c = f'_c\left(2\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o}\right)^2\right)$$ Con ε_o la deformación para la tensión f'_c.



Determinación de línea neutra. $C_c = T_s \iff 0{,}85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b = f_y \cdot A_s$.

$$a = \frac{420 \cdot 2500}{0{,}85 \cdot 30 \cdot 250} = 164{,}7\ [mm]$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{164{,}7\ [mm]}{0{,}85} = 193{,}8\ [mm]$$

Comprobación de fluencia en armadura.

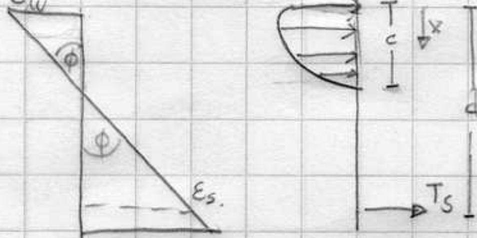
$$\varepsilon_s = \varepsilon_u \cdot \frac{d-c}{c} = 0{,}003 \cdot \frac{(570-193{,}8)}{193{,}8} = 0{,}0058 > 0{,}0021 = \varepsilon_y$$

ok.

Mn con bloque equivalente: $M_n = f_y \cdot A_s\left(d - a/2\right) = 420 \cdot 2500\left(570 - \frac{164{,}7}{2}\right) = 512$ [kN-m]

$$\boxed{M_n^{APROX} = 512\ [kN\text{-}m]}$$

M_n con diagrama tensión - deformación:



$$M_n = \int_0^c f_c(x) \cdot (d-x) \cdot dx \cdot b$$

$$M_n = \int_0^c b \cdot f_c' \left(\frac{2\varepsilon_c(x)}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_c(x)}{\varepsilon_0}\right)^2 \right) (d-x)\, dx \qquad * \varepsilon_c(x) = \varepsilon_u \frac{c-x}{c}$$

$$M_n = b \cdot f_c' \int_0^c \left(\frac{2\, \varepsilon_u \frac{c-x}{c}}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_u \frac{c-x}{c}}{\varepsilon_0} \right)^2 \right) (d-x)\, dx$$

Integrando con calculadora: $M_n = 250 \cdot 30 \cdot \int_0^{193,8} \left(\frac{2 \cdot 0,003\,(193,8-x)}{0,002 \cdot 193,8} - \left(\frac{0,003\,(193,8-x)}{0,002 \cdot 193,8} \right)^2 \right) (570-x)\, dx$

$M_n = 533,3$ [KN-m] $\rightarrow$. Si calculo Momento Alrededor de $x=0$ $\rightarrow$ $M_n = 510,5$ [KN-m]

Nota: Usando valor de c correcto para diagrama tensión - deformación

$$C_c = \int_0^c b \cdot f_c' \left(\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_0}\right)^2 \right) dx = b \cdot f_c' \int_0^c \left[\frac{2 \cdot \varepsilon_u (c-x)}{\varepsilon_0 \cdot c} - \left(\frac{\varepsilon_u (c-x)}{\varepsilon_0 \cdot c} \right)^2 \right] dx$$

$$T_s = C_c \iff 420 \cdot 2500 = 250 \cdot 30 \int_0^c \left[2 \cdot \frac{0,003 (c-x)}{0,002 \cdot c} - \left(\frac{0,003\,(c-x)}{0,002 \cdot c} \right)^2 \right] dx$$

Calculadora $\rightarrow$ $C = 186,7$ [mm]

$$M_n = 250 \cdot 30 \int_0^{186,7} \left[\frac{2 \cdot 0,003\,(186,7-x)}{0,002 \cdot 186,7} - \left(\frac{0,003 \cdot (186,7-x)}{0,002 \cdot 186,7} \right)^2 \right] (570-x)\, dx$$

$M_n = 516,9$ [KN-m]. (error de M_n^{APROX} : 1%)

b) La limitación $\rho \leq 0,75\,\rho_b$ es aproximadamente equivalente a $\varepsilon_s \geq 0,004$.

Calculo de cuantía de balance: $0,85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b = f_y \cdot A_s$

$$A_s = \frac{0,85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b}{f_y} \qquad c_b = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_y + \varepsilon_u} d$$

$$A_{s,b} = \frac{0,85 f'_c}{f_y} \beta_1 \cdot \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_y + \varepsilon_u} \cdot b \cdot d$$

$\rho \leq 0,75\,\rho_b \iff A_s \leq 0,75\,A_{s,b}$ Sea $A_s \leq 0,75 \cdot 0,85 \dfrac{f'_c}{f_y} \beta_1 \cdot \dfrac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + \varepsilon_y} \cdot b \cdot d$

$$a = \frac{f_y \cdot A_s}{0,85 \cdot f'_c \cdot b} \rightarrow a \leq \frac{\cancel{f_y}}{\cancel{0,85 \cdot f'_c \cdot b}} \cdot 0,75 \cdot \cancel{0,85} \cdot \frac{\cancel{f'_c}}{\cancel{f_y}} \cdot \beta_1 \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + \varepsilon_y} \cancel{b} \cdot d$$

$$a \leq 0,75\, \beta_1 \cdot \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + \varepsilon_y} \cdot d \rightarrow c \leq 0,75 \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + \varepsilon_y} \cdot d$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_u \frac{d-c}{c} \rightarrow \varepsilon_s \geq \frac{\cancel{\varepsilon_u} \cdot \cancel{d} \left(1 - 0,75 \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + \varepsilon_y}\right)}{0,75 \cdot \frac{\cancel{\varepsilon_u}}{\varepsilon_u + \varepsilon_y} \cdot \cancel{d}}$$

$$\varepsilon_s \geq \frac{\varepsilon_u + \varepsilon_y - 0,75\,\varepsilon_u}{0,75} = \frac{0,25\,\varepsilon_u + \varepsilon_y}{0,75} = \frac{0,25 \cdot 0,003 + 0,0021}{0,75} = 0,0038 \simeq 0,004$$

ok

Caso $f_y = 280$ [MPa] $\varepsilon_s \geq \dfrac{0,25 \cdot 0,003 \cdot 0,0014}{0,75} = 0,0029$