

$$\Rightarrow \boxed{\dot{i}_L(t) = K_1 e^{-\frac{1}{1000}t} \cos(\omega t + \phi)} \quad \left(\dot{i}_L(0) = \frac{-6}{500} \quad \frac{\partial \dot{i}_L(0)}{\partial t} = 3 \right)$$

$$\boxed{\frac{\partial \dot{i}_L(t)}{\partial t} = -\frac{K_1}{1000} e^{-\frac{1}{1000}t} \cos(\omega t + \phi) - K_1 \omega e^{-\frac{1}{1000}t} \sin(\omega t + \phi)}$$

Ahora obtengo las constantes K_1 y ϕ con las C.I.

$$\Rightarrow \dot{i}_L(0) = \boxed{\frac{-6}{500} = K_1 \cos(\phi)} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \dot{i}_L(0)}{\partial t} = \boxed{3 = \frac{-K_1}{1000} \cos(\phi) - K_1 \omega \sin(\phi)} \quad (2)$$

Reemplazo (1) en (2):

$$\Rightarrow (2): \quad 3 = \frac{-1}{1000} \cdot \frac{-6}{500} - K_1 \omega \sin(\phi)$$

$$\Rightarrow \frac{3}{250000} - 3 = K_1 \omega \sin(\phi)$$

$$\Rightarrow \boxed{K_1 = \frac{C_1}{\omega \sin(\phi)}} \quad \text{Reemplazo en (1)} \quad (*)$$

$$(1): \quad \frac{-6}{500} = \frac{C_1}{\omega \sin(\phi)} \cos(\phi) \quad \text{Reordenado:}$$

$$\frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)} = \tan(\phi) = \frac{-C_1 \cdot 500}{6 \cdot \omega}$$

$$\Rightarrow \boxed{\phi = \tan^{-1}\left(\frac{-C_1 \cdot 500}{6 \cdot \omega}\right)} \Rightarrow \text{reemplazo en } (*)$$

$$\Rightarrow \boxed{K_1 = \frac{C_1}{\omega} \cdot \frac{1}{\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{-C_1 \cdot 500}{6 \cdot \omega}\right)\right)}}$$

$$\text{con } C_1 = \frac{3}{250.000} - 3$$

$$\omega = \sqrt{\frac{106 - 2}{2 \cdot 106}}$$

Finalmente, como nos pedían $v_c(t)$, sabemos que en una ecuación anterior se tenía

$$v_L = v_C \Rightarrow v_C(t) = \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow v_C(t) = \frac{-k_1}{1000} e^{-\frac{1}{1000}t} \cos(\omega_d t + \phi) - k_1 \omega_d e^{-\frac{1}{1000}t} \sin(\omega_d t + \phi)$$

con:

$$C_1 = \frac{3}{250.000} = -3$$
$$\omega_d = \sqrt{\frac{10^6 - 2}{2 \cdot 10^6}}$$
$$k_1 = \frac{C_1}{\omega_d} \cdot \frac{1}{\sin\left(\text{tg}^{-1}\left(\frac{-C_1 \cdot 500}{6 \cdot \omega_d}\right)\right)}$$
$$\phi = \text{tg}^{-1}\left(\frac{-C_1 \cdot 500}{6 \cdot \omega_d}\right)$$

NOTA: generalmente estos valores no dan tan monstruosos, dar más simples como " $\phi = \frac{\pi}{6}$ " o " $\omega_d = 2$ "