



fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



FI 2A2 ELECTROMAGNETISMO

Clase 9

Conductores en Electrostática-I

LUIS S. VARGAS
Area de Energía
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile



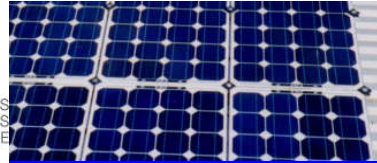
fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



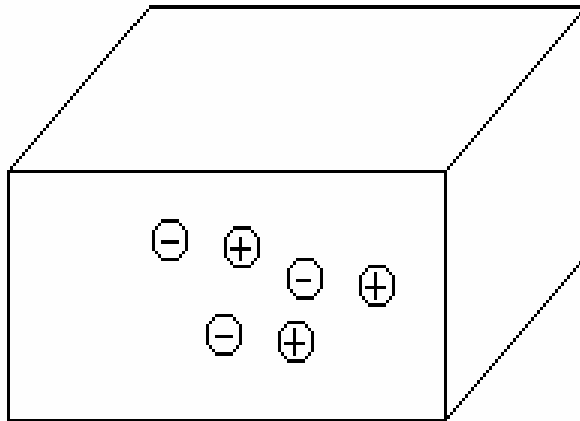
INDICE

- Modelo básico de conductores
- Propiedades
- Caso conductor con oquedad
- Ejemplos



Modelo Básico de Conductores

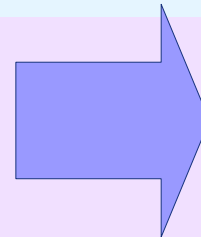
Sin Campo eléctrico



Carga neta nula

- Abundantes cargas positivas y negativas (infinitas)
- Pueden moverse libremente en presencia de un campo eléctrico

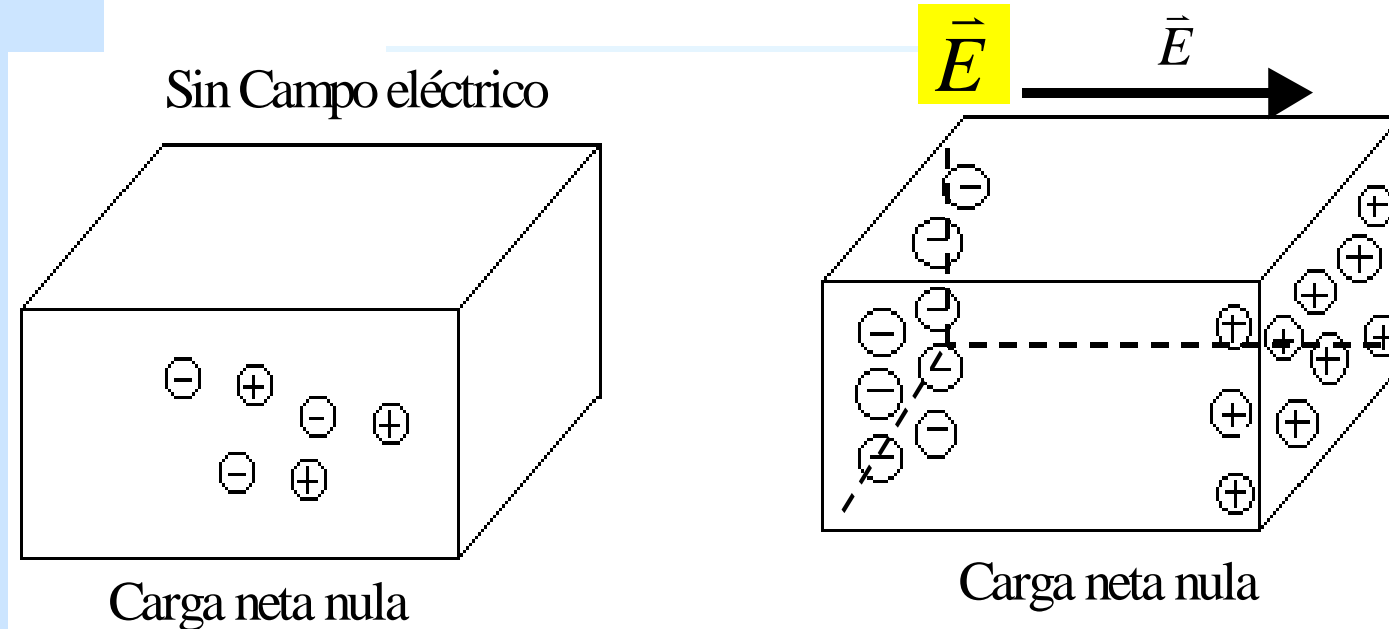
Estado de Equilibrio
sin campo eléctrico
aplicado



Campo eléctrico nulo en
el interior

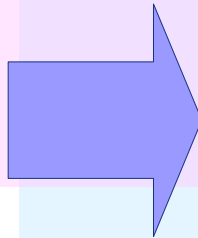


Modelo Básico de Conductores



- Abundantes cargas positivas y negativas
- Pueden moverse libremente en presencia de un campo eléctrico

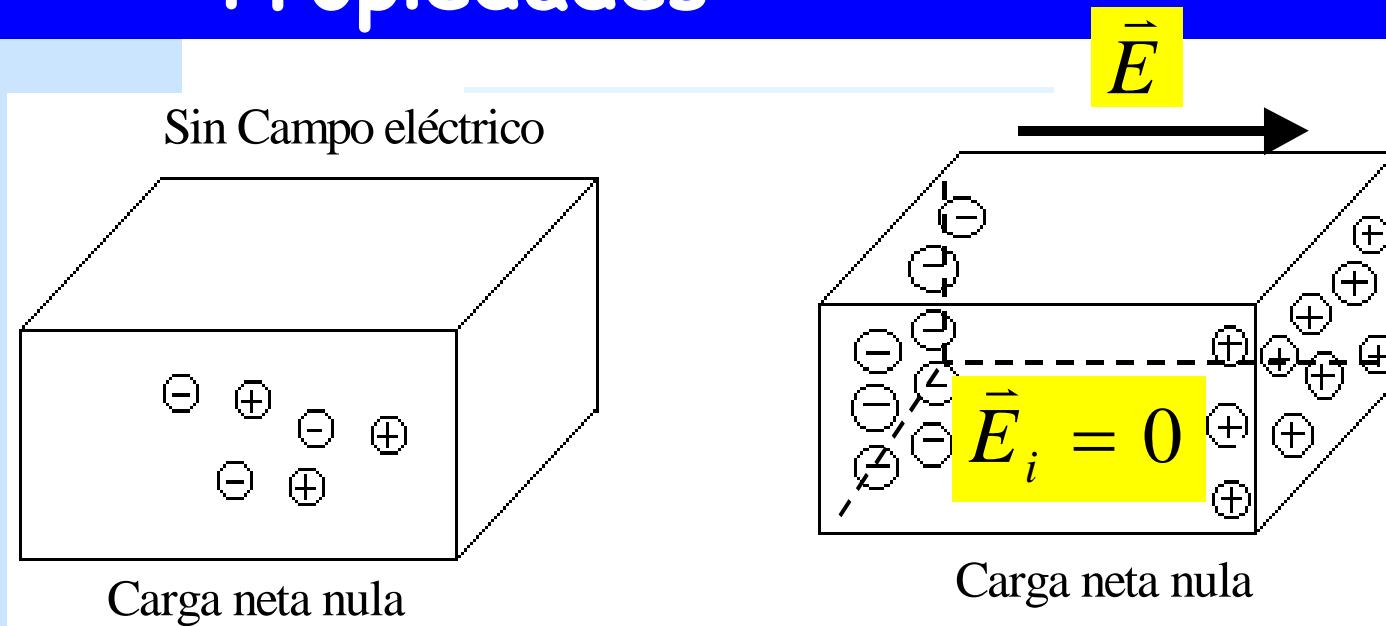
Estado de Equilibrio



Campo eléctrico nulo en el interior



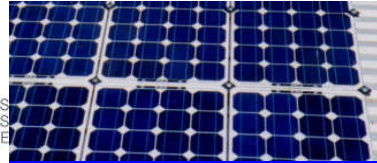
Propiedades



1. La carga sólo se redistribuye en la superficie

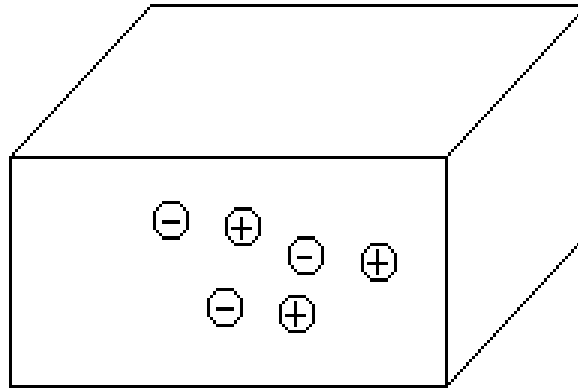
Estado de Equilibrio
dentro del conductor

$$\vec{E} = 0 \Rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = 0 \Rightarrow \rho_l = 0$$



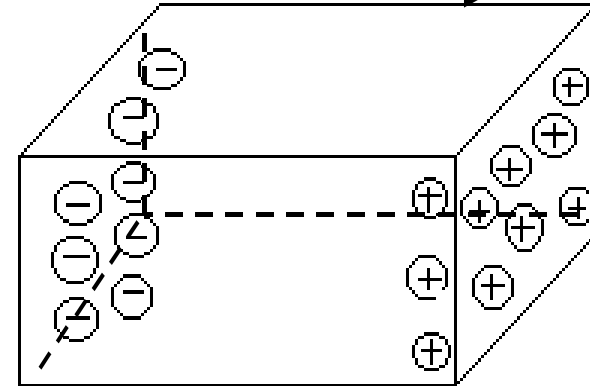
Propiedades

Sin Campo eléctrico



Carga neta nula

\vec{E}



Carga neta nula

2. Toda la superficie del conductor es una equipotencial

Estado de Equilibrio
dentro del conductor

$$\vec{E} = 0 \Rightarrow \Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

No existe diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera al interior del conductor



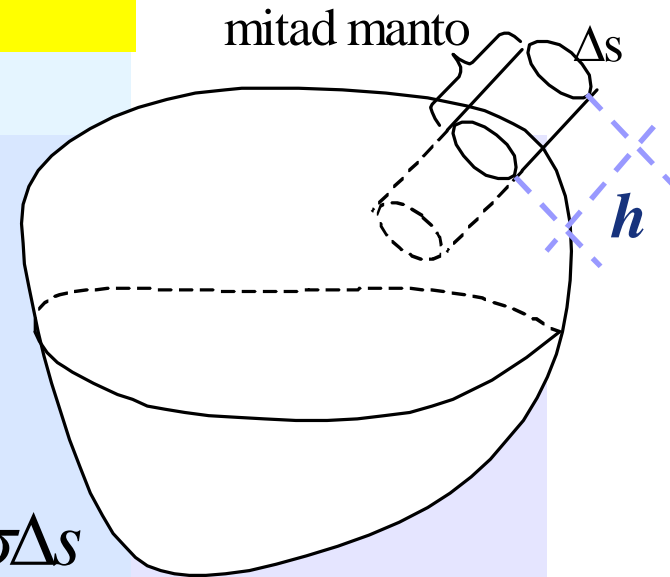
Propiedades

Conductor en estado de Equilibrio

$$\vec{E}=0 \Rightarrow D_{\text{int.}} = 0$$

$$\oiint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iint_{\text{mitad manto}} D \cdot dS + \iint_{\text{tapa exterior}} \vec{D} \cdot dS$$

$$h \rightarrow 0 \Rightarrow \oiint \vec{D} \cdot d\vec{S} = D_n \Delta s \Rightarrow D_n \Delta s = \sigma \Delta s$$



3. El campo eléctrico inmediatamente afuera del conductor es normal a la superficie del conductor (sino la carga se movería)

$$D_n = \epsilon_0 E_n \Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n}$$



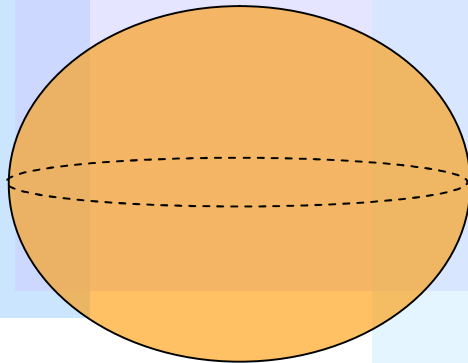
fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



Ejemplos

¿De que signo es el potencial de un conductor cargado con carga $Q > 0$?

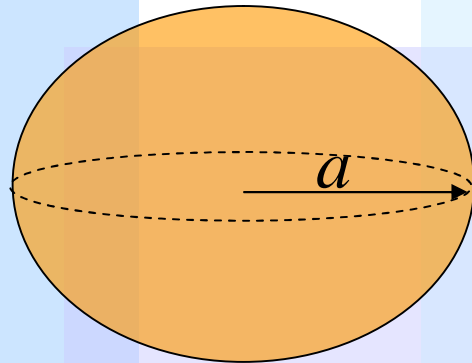




Ejemplos

En la superficie

para



$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n}$$

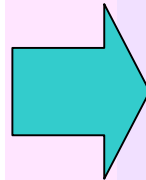
$$r \rightarrow \infty$$

$$\vec{E} \rightarrow 0 \hat{n}$$

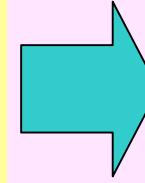
$$V(\vec{r}) = - \int_{ref}^r \vec{E} \cdot d\vec{l} + V_{ref}$$

$$ref = \infty \Rightarrow V_{ref} = 0 \Rightarrow V(\vec{r}) = - \int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\therefore V(\vec{r}) = \int_r^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$



$$V(\vec{r}) = \sum \underbrace{\vec{E}_i \cdot \Delta \vec{l}_i}_{>0}$$

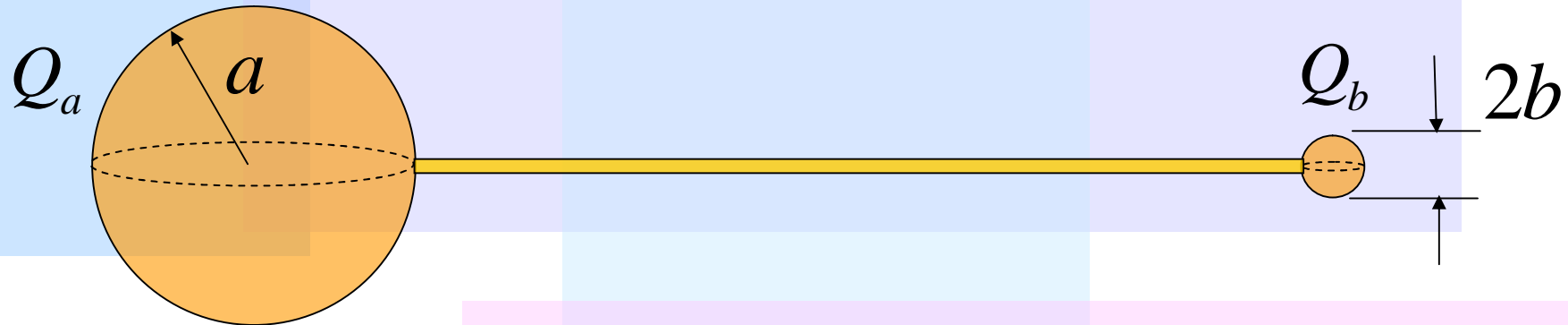


$$\therefore V(\vec{r} = a) > 0$$

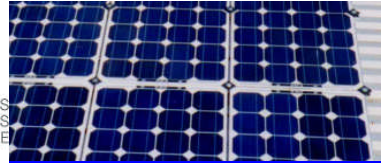


Ejemplos

¿Cuál es la razón entre las cargas de ambas esferas si se unen por un conductor muy delgado?

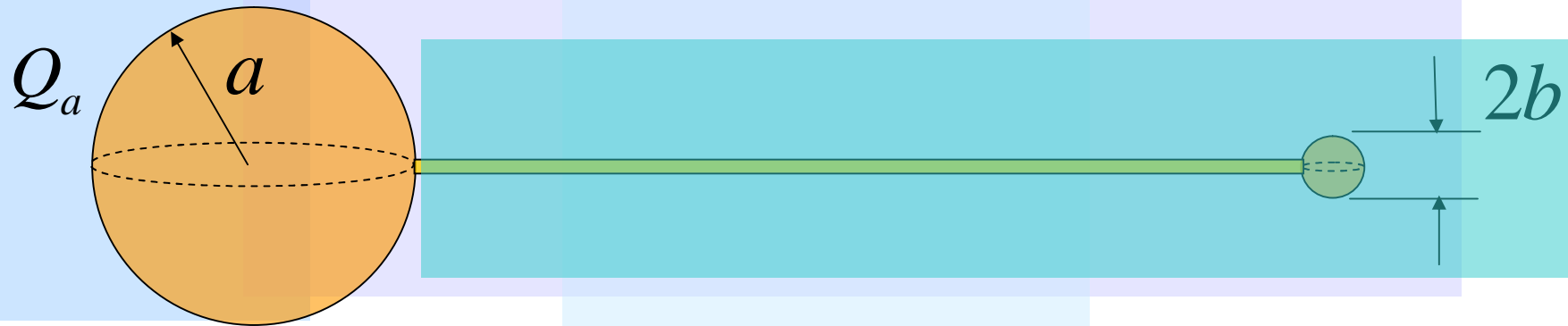


Supuesto: esferas están a gran distancia entre sí



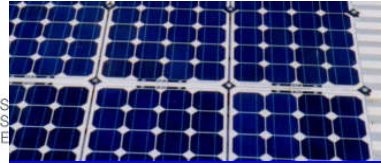
Ejemplos

¿Cuál es la razón entre las cargas de ambas esferas si se unen por un conductor muy delgado?

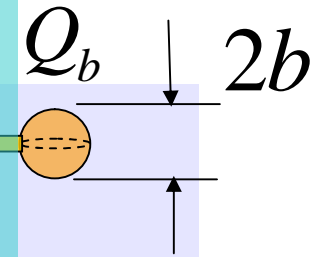
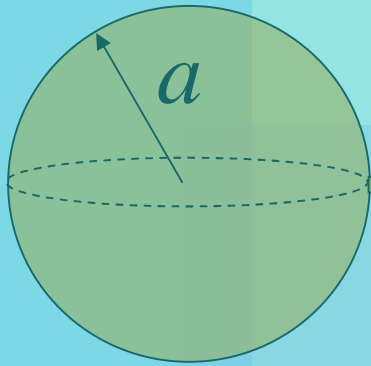


$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q_a \hat{r}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$ref = \infty \Rightarrow V_{ref} = 0 \Rightarrow V(\vec{r}) = -\int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad V(\vec{r} = a) = \frac{Q_a}{4\pi\epsilon_0 a}$$



Ejemplos

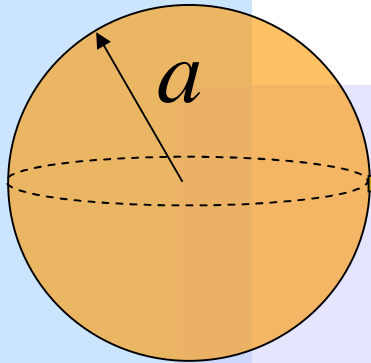


$$ref = \infty \Rightarrow V_{ref} = 0 \Rightarrow V(\vec{r}) = -\int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$V(\vec{r} = b) = \frac{Q_b}{4\pi\epsilon_0 b}$$

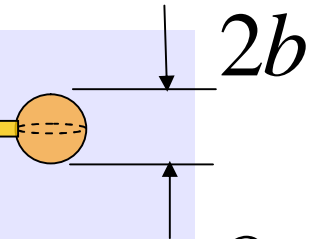


Ejemplos



$$V(\vec{r} = a) = \frac{Q_a}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$\vec{E}_a = \frac{\sigma_a}{\epsilon_0} = \frac{Q_a}{4\pi\epsilon_0 a^2} \hat{n}$$



$$V(\vec{r} = b) = \frac{Q_b}{4\pi\epsilon_0 b}$$

$$\vec{E}_b = \frac{\sigma_b}{\epsilon_0} = \frac{Q_b}{4\pi\epsilon_0 b^2} \hat{n}$$

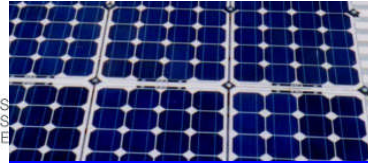
$$V(r = a) = V(r = b) \Rightarrow \frac{Q_a}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{Q_b}{4\pi\epsilon_0 b}$$

$$\therefore \frac{Q_a}{Q_b} = \frac{a}{b}$$

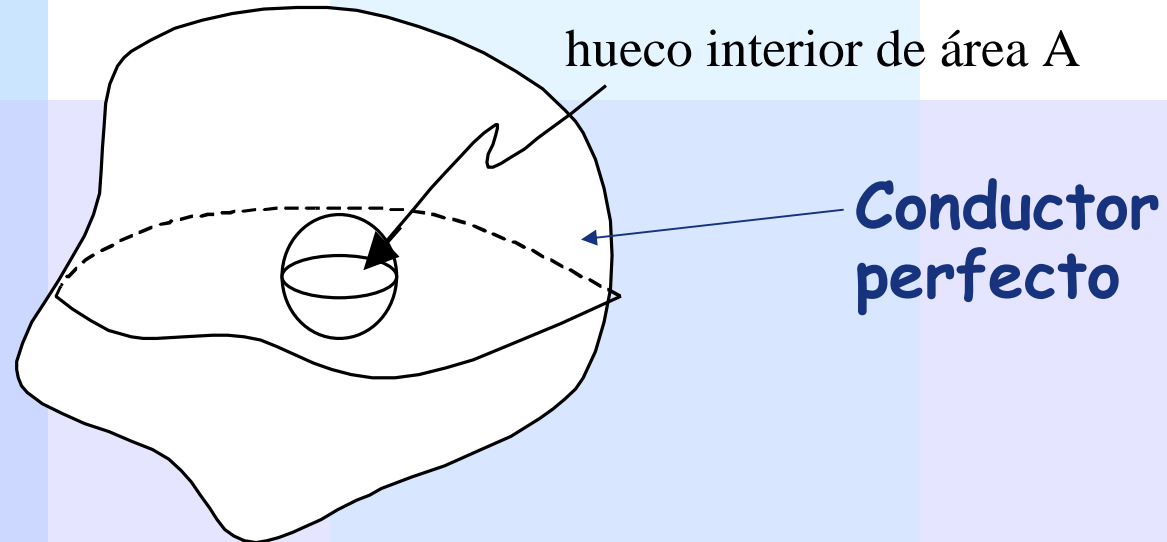


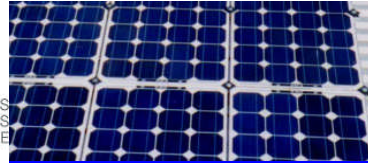
fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



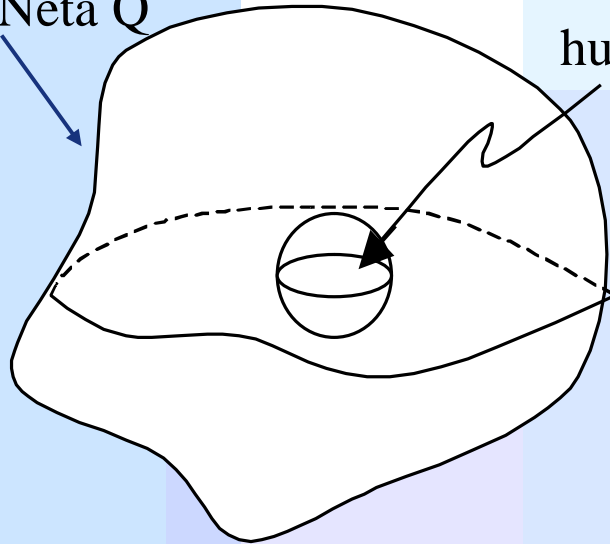
Caso Conductor con Oquedad





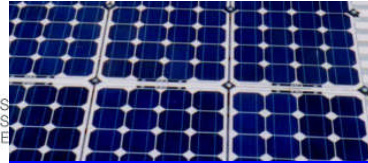
Caso Conductor con Oquedad

Carga Neta Q

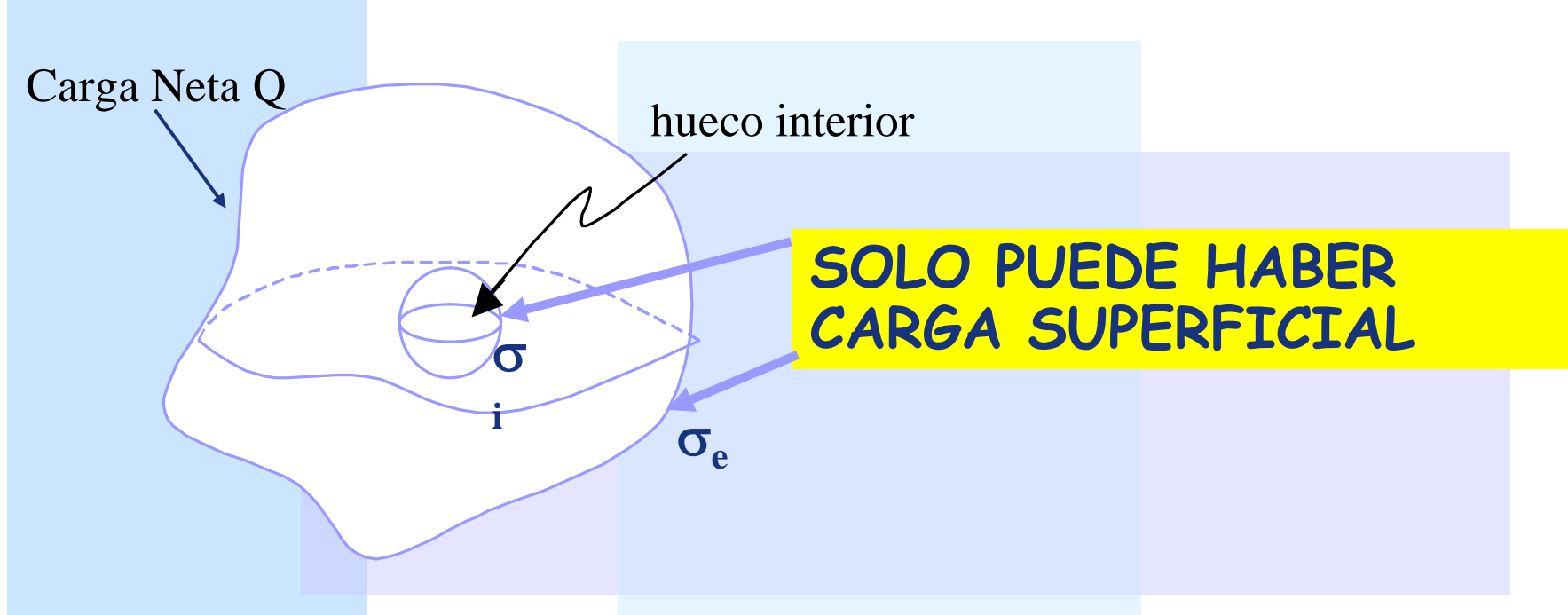


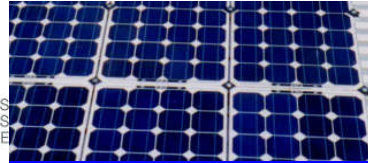
hueco interior de área A

¿Como se distribuye la carga en el estado de equilibrio?

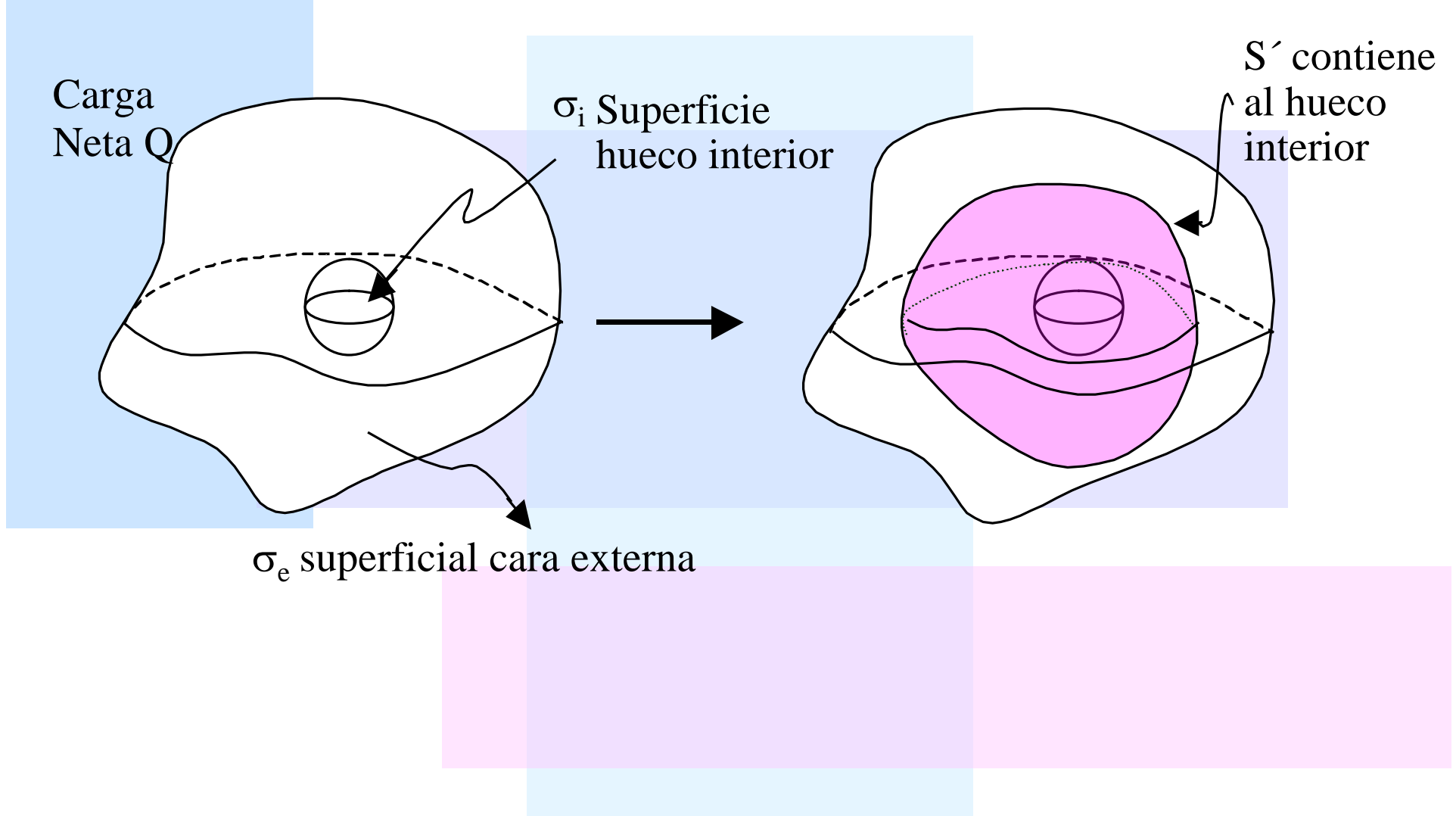


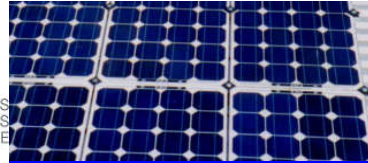
Caso Conductor con Oquedad



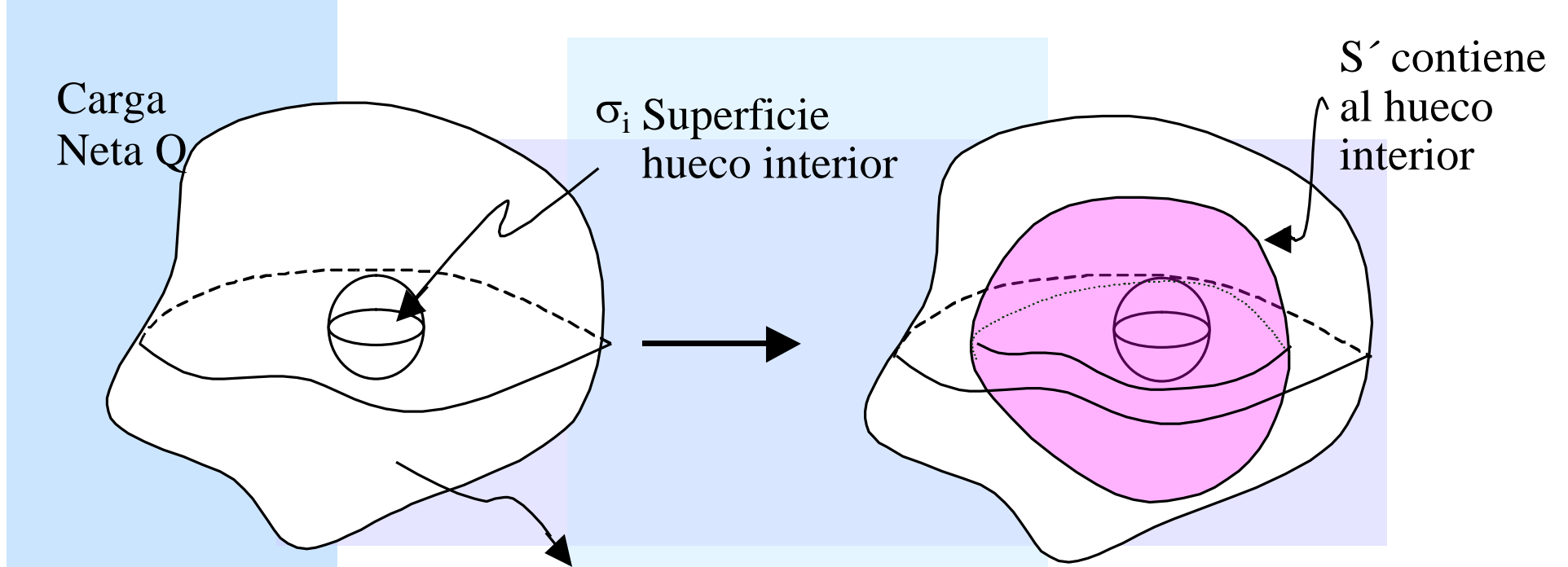


Caso Conductor con Oquedad





Caso Conductor con Oquedad



σ_e superficial cara externa

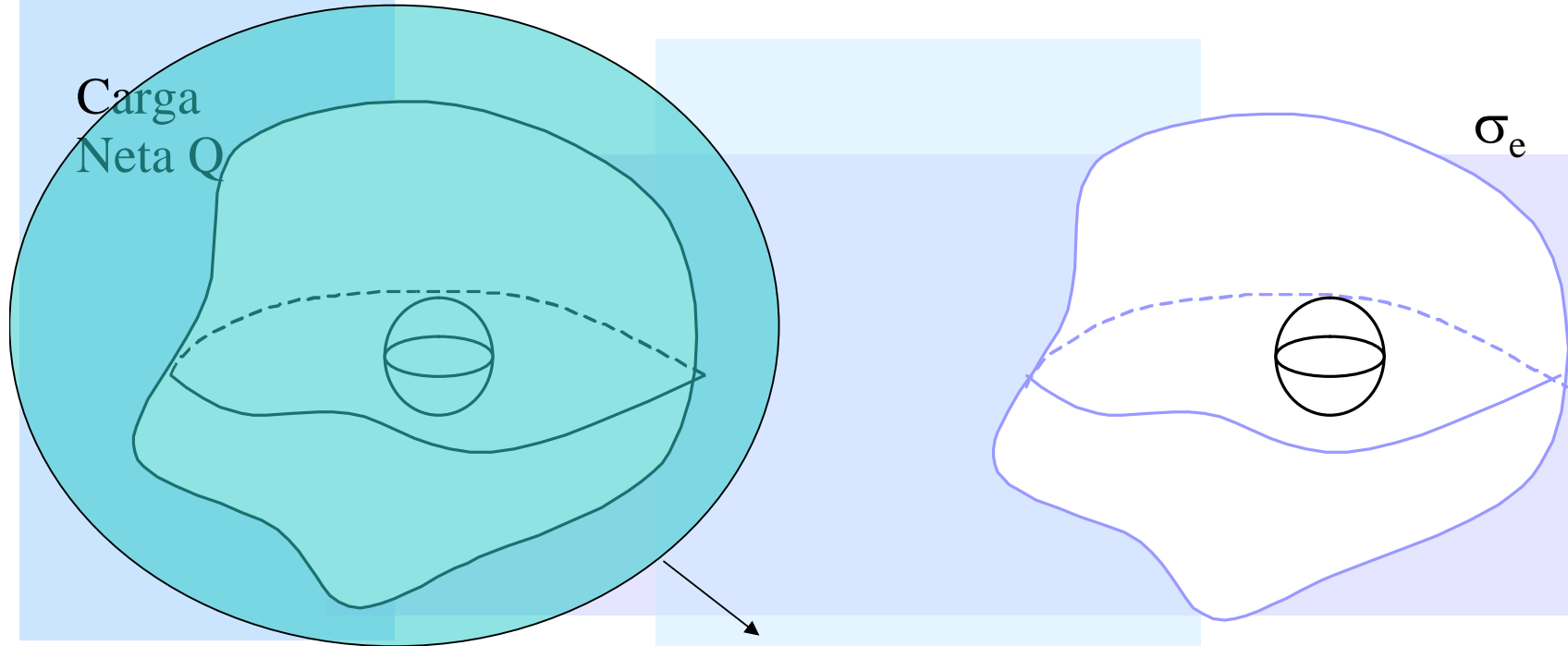
$$\oiint_{S'} \vec{D}_{int.} \cdot dS = Q_{total}$$

$$Q_{total} = \sigma_i A \quad \text{y} \quad \vec{D}_{int.} = 0 \Rightarrow Q_{total} = 0$$

$$\Rightarrow \sigma_i = 0$$



Caso Conductor con Oquedad



Carga Neta Q

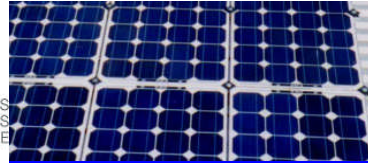
σ_e

S: superficie cara externa

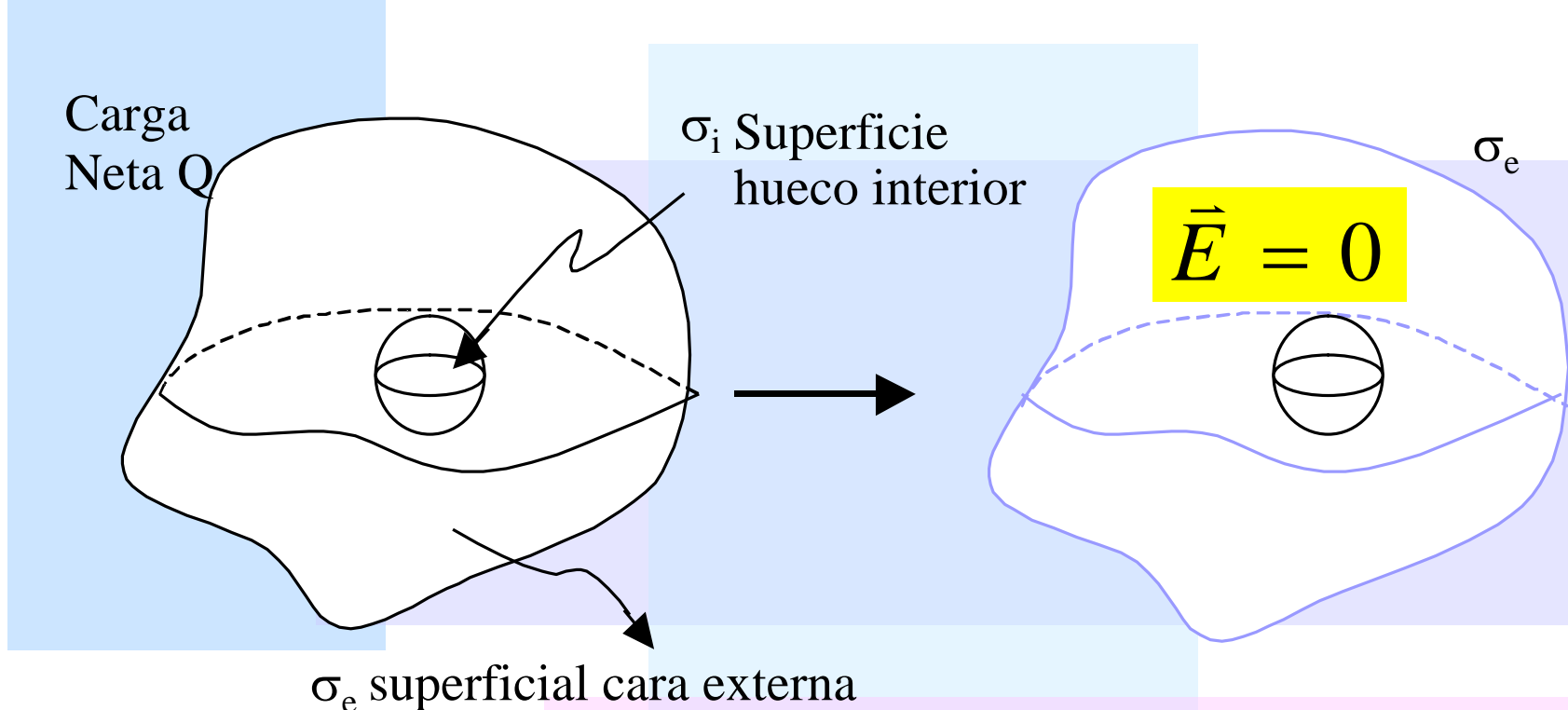
$$\sigma_i = 0$$

$$\Rightarrow Q = \iint_S \sigma_e ds$$

La carga Q se distribuye en la superficie exterior solamente



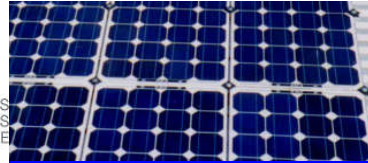
Caso Conductor con Oquedad



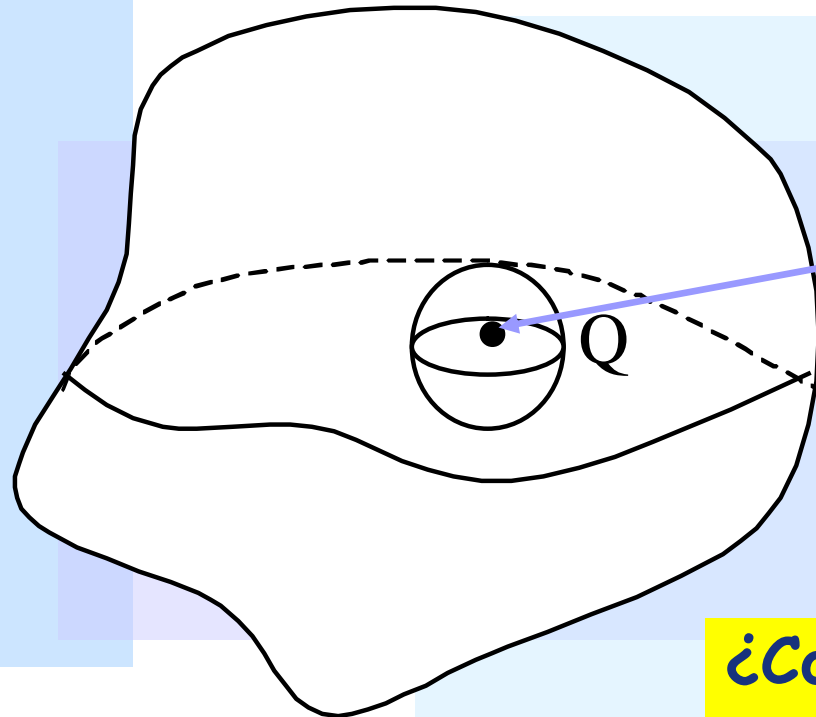
$$\sigma_i = 0$$

$$\Rightarrow Q = \iint_S \sigma_e ds$$

La carga Q se distribuye en la superficie exterior solamente

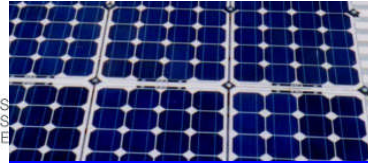


Conductor con oquedad y carga en su interior

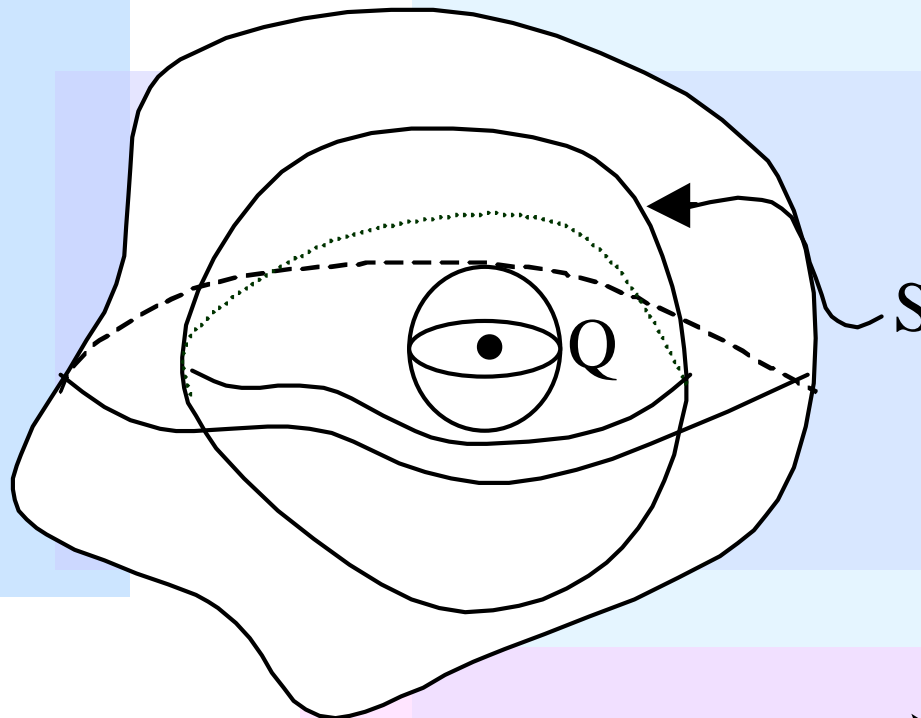


Carga Q puesta a propósito en el interior

¿Como se distribuye la carga en el estado de equilibrio?

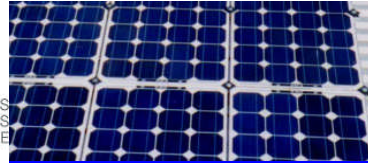


Conductor con oquedad y carga en su interior

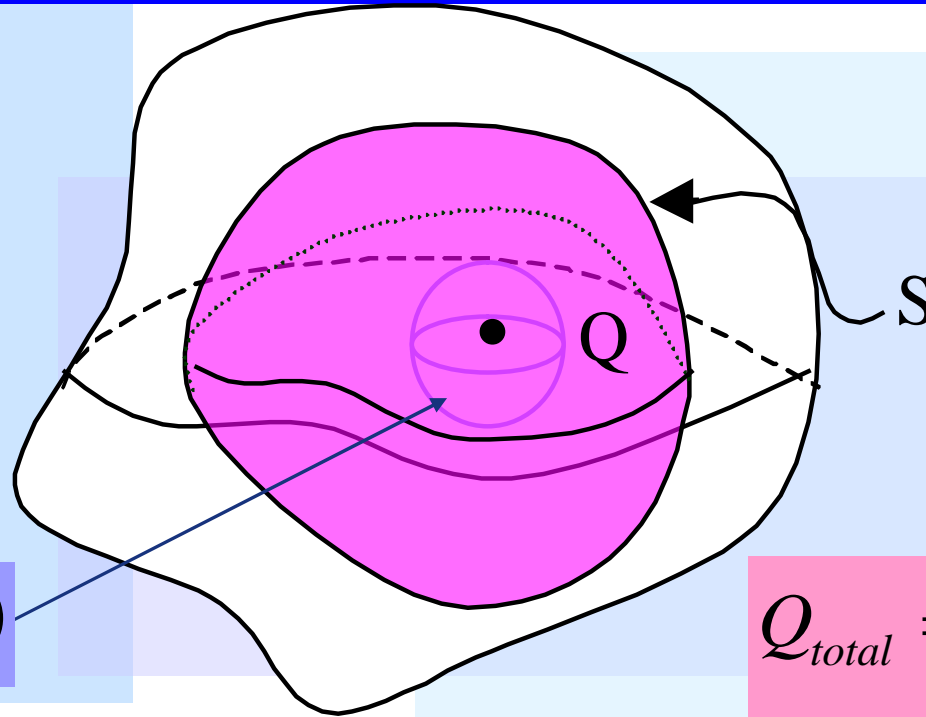


$$\oiint_{S'} \vec{D}_{\text{int}} \cdot d\vec{S} = Q_{\text{total}}$$

$$\vec{D}_{\text{int}} = 0 \Rightarrow Q_{\text{total}} = 0$$



Conductor con oquedad y carga en su interior

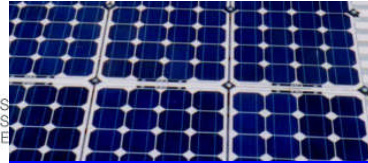


$$\oiint_{S'} \vec{D}_{\text{int.}} \cdot d\vec{S} = Q_{\text{total}}$$

$$\vec{D}_{\text{int.}} = 0 \Rightarrow Q_{\text{total}} = 0$$

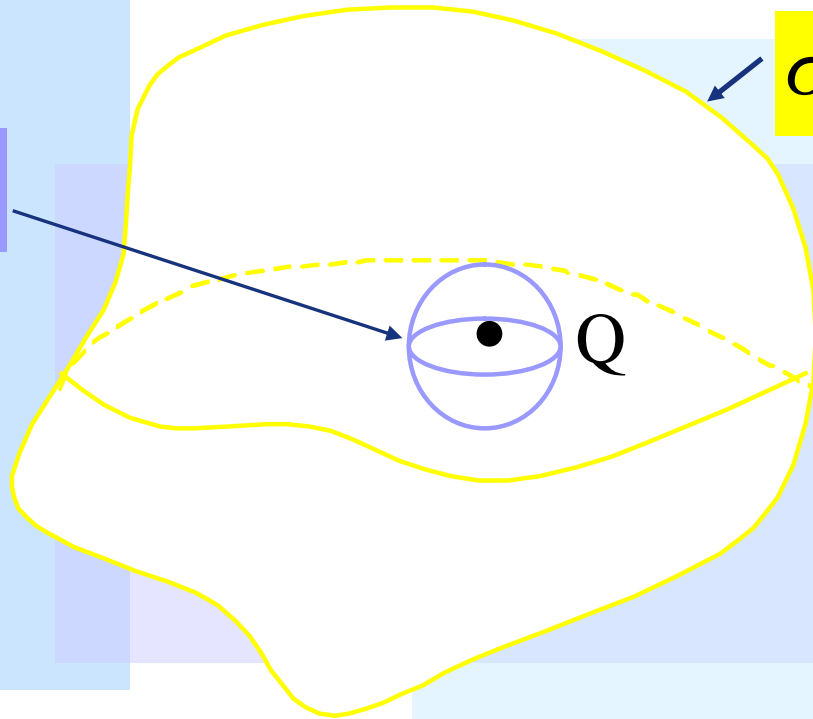
$$Q_{\text{total}} = 0 \Rightarrow \iint_A \sigma_i dS + Q = 0$$

Dado que la superficie S encierra a Q , la única manera que se puede satisfacer la condición $Q_{\text{total}}=0$ es con una densidad de carga superficial en la oquedad!



Conductor con oquedad y carga en su interior

$$\sigma_i \neq 0$$



$$\sigma_e \neq 0$$

$$\iint_S \sigma_e dS + \iint_A \sigma_i dS = 0$$

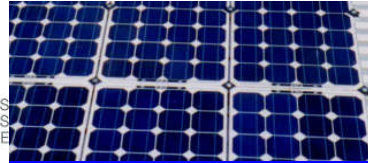
$$\Rightarrow \iint_S \sigma_e dS = Q$$

Para cumplir la condición de carga neta nula en el conductor aparece una densidad de carga en la superficie exterior σ_e



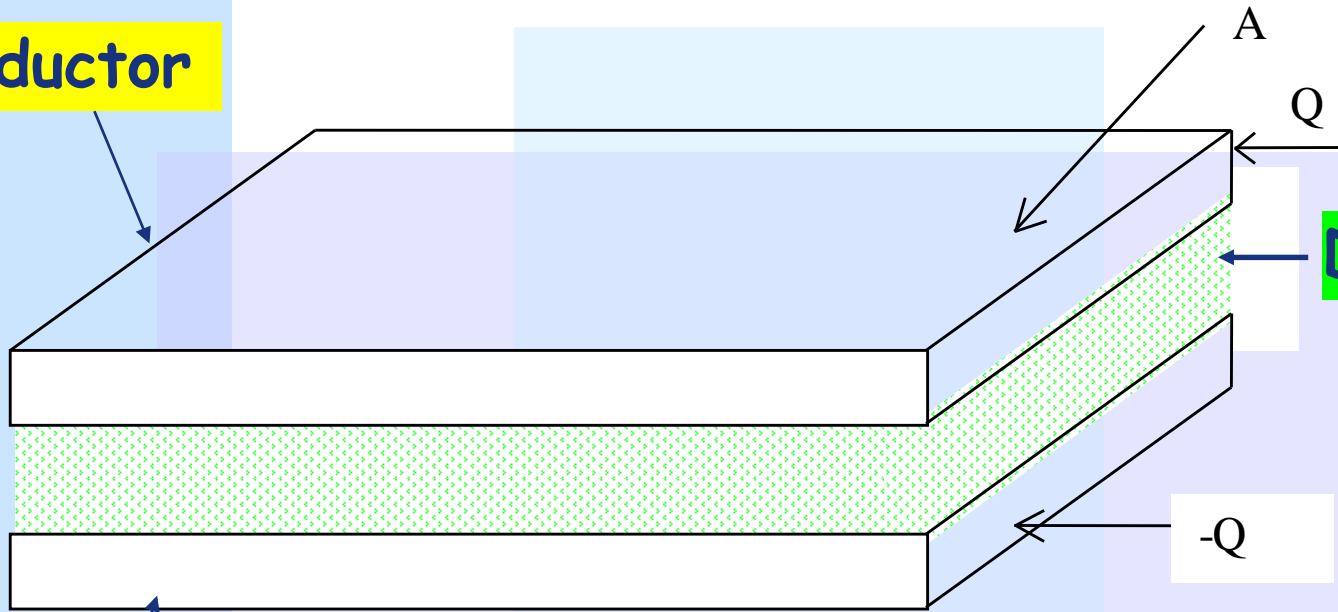
fcfm

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



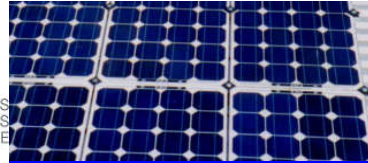
EJEMPLO

Conductor

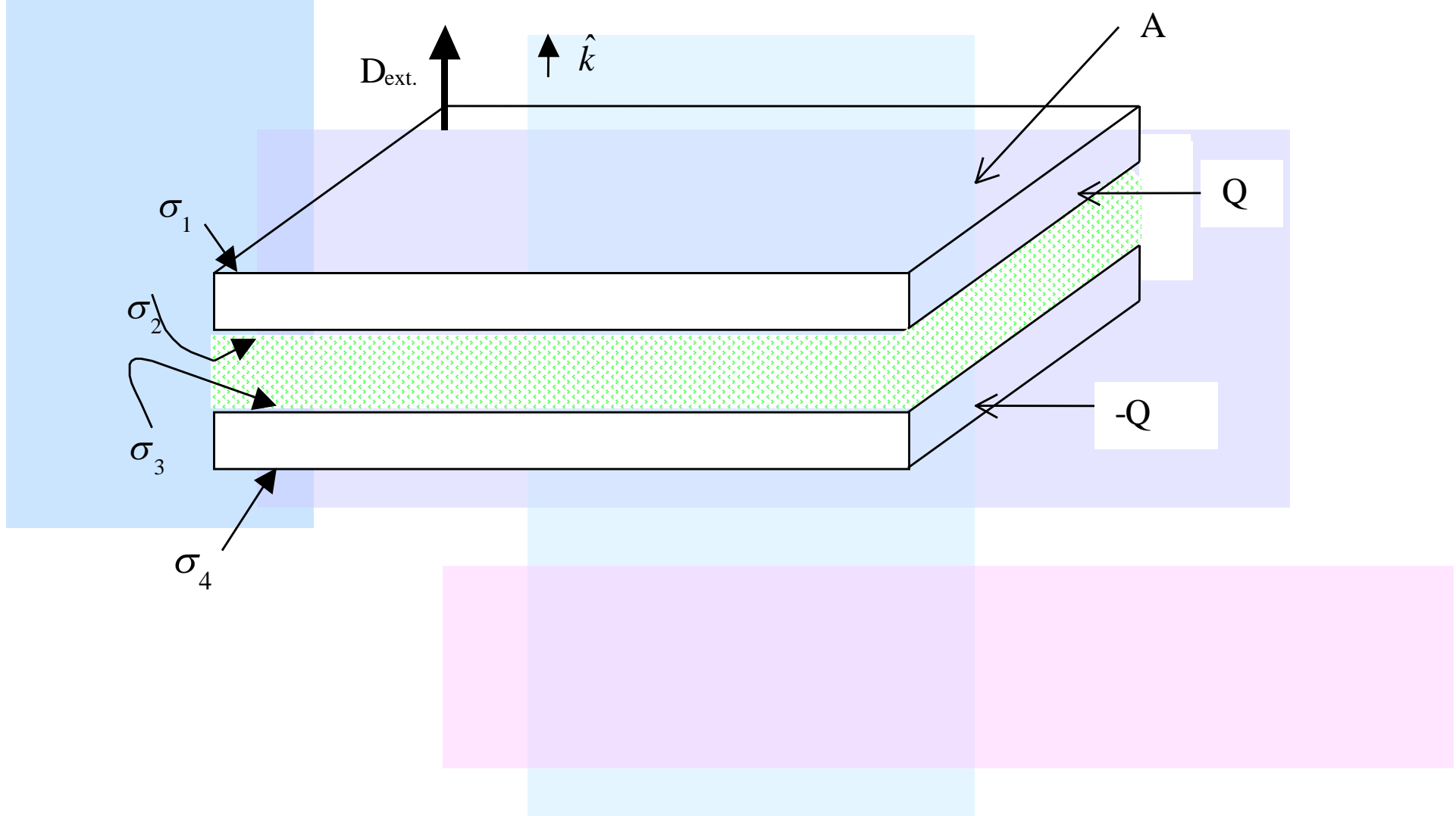


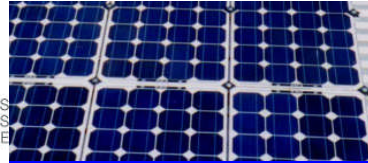
Dieléctrico

Conductor

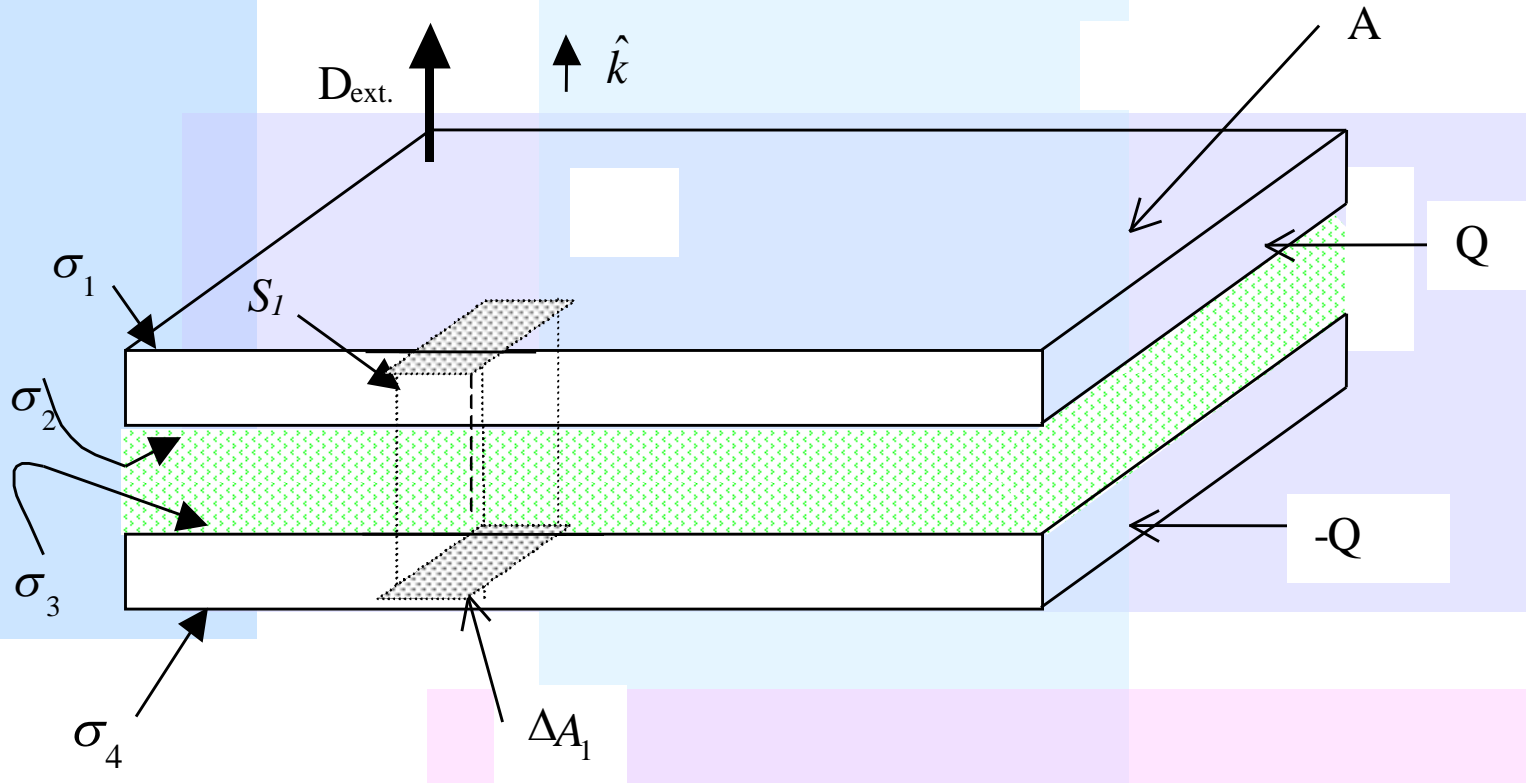


EJEMPLO



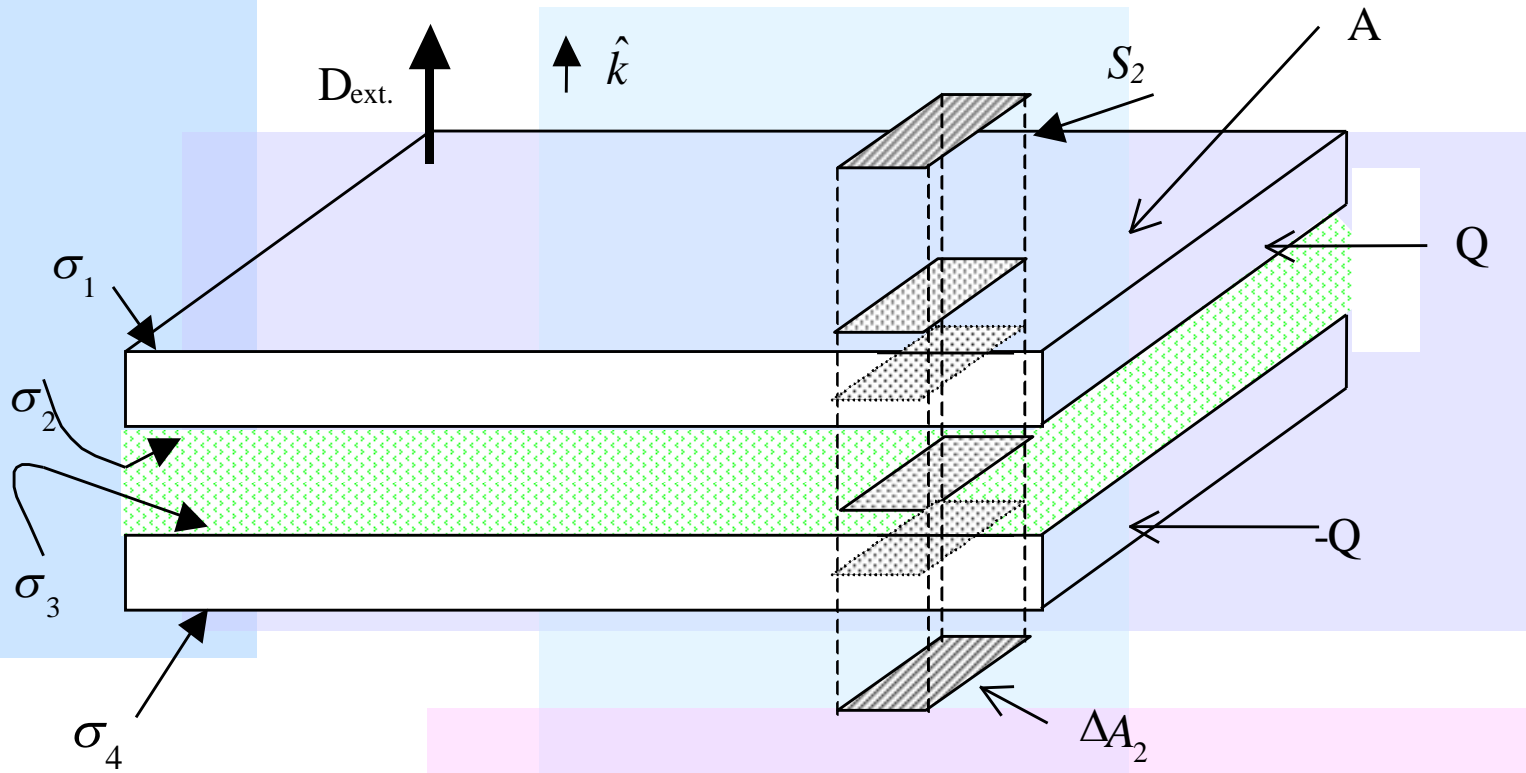


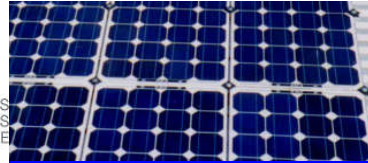
EJEMPLO



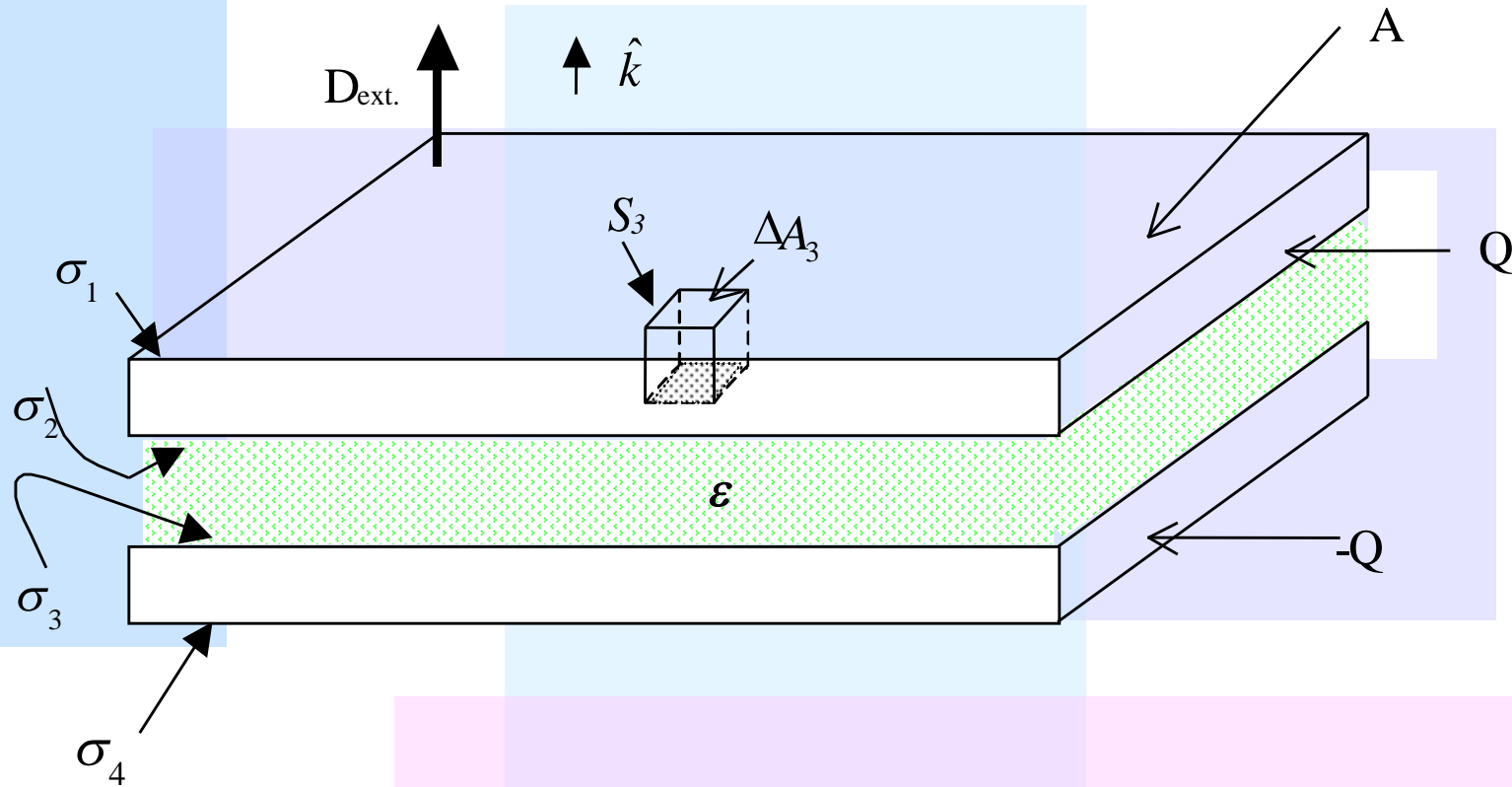


EJEMPLO



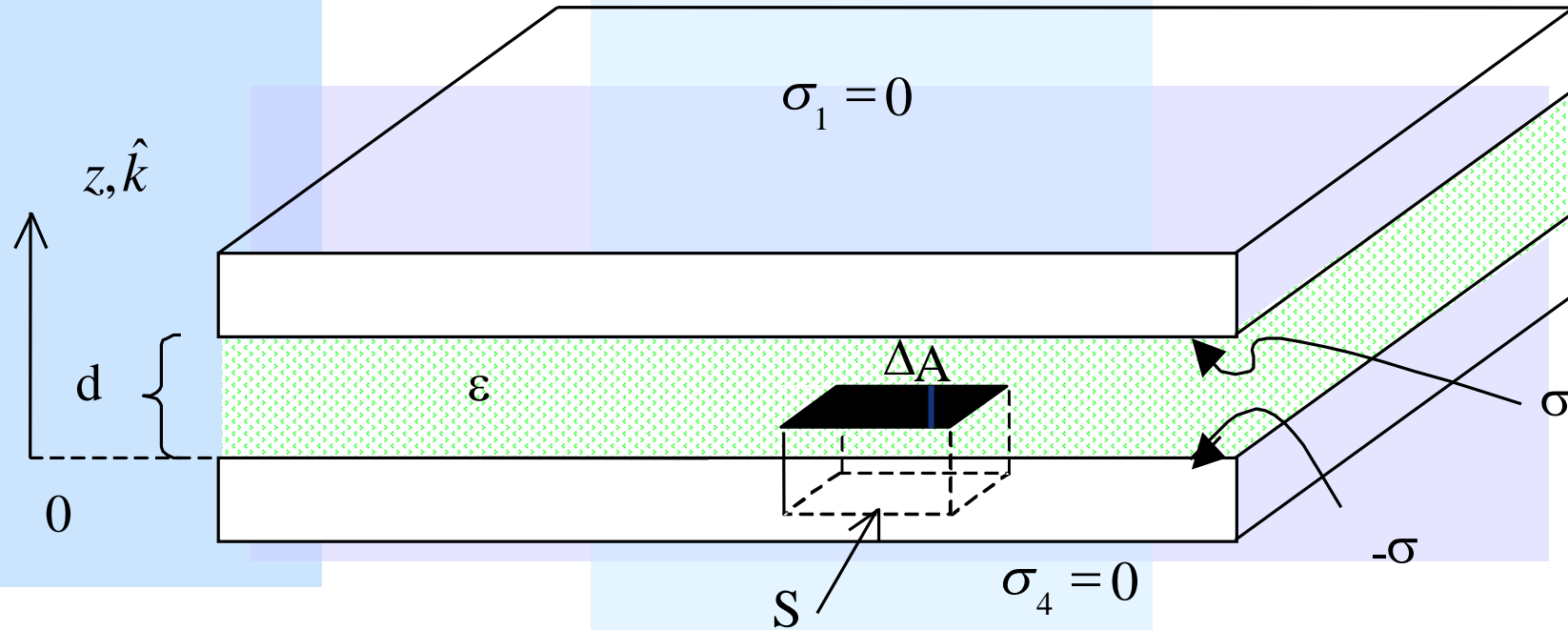


EJEMPLO





EJEMPLO





EJEMPLO

