



**Métodos Experimentales
FI2A3
Semestre Primavera 2008
Clase #5**

Nicolás Mujica
nmujica@dfi.uchile.cl

Clase #5: Conceptos básicos de métodos experimentales

- Errores y cifras significativas
- Definiciones básicas: sensibilidad, precisión, exactitud, reproducibilidad, rango dinámico.
- Medidas intrusivas y no intrusivas
- Ajuste de modelos: caso de regresión lineal

Errores de medición

- **Errores sistemáticos:** Son aquellos errores asociados a una imperfección en el proceso de medición. Se dice que van “en una dirección”.
 - ➔ Reloj que se atrasa
 - ➔ Regla deformada
 - ➔ Error de paralaje
 - ➔ Ángulo en el problema de plano inclinado
 - ➔ Etc...

Para minimizarlos se deben analizar cuidadosamente las fuentes o comparar con otros métodos de medición

Errores de medición

- **Errores aleatorios:** Son errores que se producen fortuitamente. Se dice que van “ambas direcciones”.
 - ➔ Precisión y ruido propio de un instrumento
 - ➔ Fluctuaciones intrínsecas de una cantidad

Para minimizarlos se debe usar adecuadamente un instrumento y en general un gran número de medidas y promediar los resultados

Tratamientos de errores

- Representación:

➔ Error absoluto: se asocia como la desviación estándar

$$C = \bar{C} \pm \Delta C$$

➔ Error relativo: cuociente entre el error absoluto y el valor medio

$$\epsilon_c = \frac{\Delta C}{\bar{C}}$$

Cifras significativas

Se realizan una serie de medidas de una cantidad física

1,23245

1,23542

1,23910

1,23145

1,23132

1,22981

1,23437

1,24014

Cifras significativas

Se realizan una serie de medidas de una cantidad física

1,23245

1,23542

1,23910

1,23145

1,23132

1,22981

1,23437

1,24014

Matlab nos da:

Promedio = 1,2342575

Desviación estándar = 0,00376024220345

Tiene sentido tantas cifras?

Cifras significativas

Se realizan una serie de medidas de una cantidad física

1,23245

1,23542

1,23910

1,23145

1,23132

1,22981

1,23437

1,24014

Matlab nos da:

Promedio = 1,2342575

Desviación estándar = 0,00376024220345

Tiene sentido tantas cifras?

Cifras significativas

Se realizan una serie de medidas de una cantidad física

1,23245

1,23542

1,23910

1,23145

1,23132

1,22981

1,23437

1,24014

Matlab nos da:

Promedio = 1,2342575

Desviación estándar = 0,00376024220345

Tiene sentido tantas cifras?

Cifras significativas

Se realizan una serie de medidas de una cantidad física

1,23245

1,23542

1,23910

1,23145

1,23132

1,22981

1,23437

1,24014

Matlab nos da:

Promedio = 1,234

Desviación estándar = 0,004

Decimos entonces que la cantidad
tiene 4 cifras significativas

Cifras significativas: más ejemplos

$$T = 24.12 \pm 0.21 \text{ }^\circ\text{C} \rightarrow T = 24.1 \pm 0.2 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$m = 0.019812 \pm 0.000267 \text{ kg} \rightarrow m = 0.0198 \pm 0.0003 \text{ kg}$$

$$I = 12.4 \pm 1.23 \text{ A} \rightarrow I = 12 \pm 1 \text{ A}$$

Definiciones básicas

- **Sensibilidad:** Es la magnitud mínima de una señal de **entrada** requerida para producir una señal de **salida**.
 - ➔ Ejemplo: sensibilidad de un micrófono o de un sensor de fuerza
- **Precisión:** Es la capacidad de un instrumento de dar el mismo resultado al realizar mediciones diferentes de una misma cantidad bajo las mismas condiciones.
- **Exactitud:** Es la capacidad de un instrumento de medir un valor cercano al valor de la magnitud real.

Definiciones básicas

- **Reproducibilidad:** principio esencial del método científico! Se refiere a la capacidad de un experimento de ser reproducido.
- **Medidas intrusivas:** son aquellas medidas que interfieren, aunque sea débilmente, con el sistema físico bajo estudio.
 - ➔ Ejemplo: Amperímetro y voltímetro... (depende del circuito!)
- **Medias no intrusivas:** ... son las que no interfieren con el sistema bajo estudio.
 - ➔ Ejemplo: medida de velocidad de un objeto usando imágenes.

Ajuste de modelos: caso de regresión lineal

- Se tiene una serie de medidas:

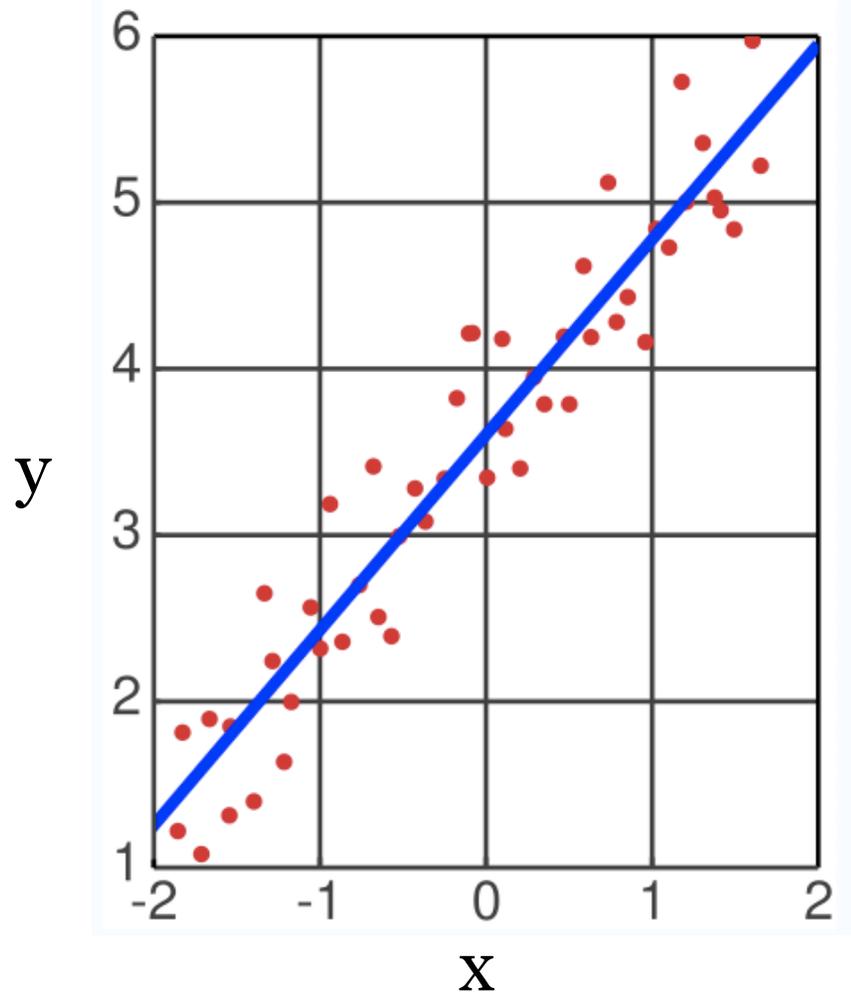
$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots (x_N, y_N)$$

Como ejemplo: x_i puede ser un tiempo i -ésimo e y_i puede ser una posición.

- Se quiere determinar si estos datos se pueden interpretar con un cierto modelo:

$$y = f(x)$$

Ajuste de modelos: caso de regresión lineal



$$y = a \cdot x + b ?$$

Ajuste de modelos: caso de regresión lineal

- En el caso de un modelo lineal, el modelo es

$$y = a \cdot x + b$$

- Denotemos a los resultados de este modelo en los puntos x_i de la forma

$$y_i^m = a \cdot x_i + b$$

- Luego, lo que se busca es minimizar las “distancias”

$$|y_i^m - y_i|$$

Es decir, se buscan los parámetros a y b que permiten la “mejor” descripción de los datos medidos con el modelo considerado.

Ajuste de modelos: caso de regresión lineal

- Para ello se define:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N (y_i^m - y_i)^2$$

- Y se busca minimizar esta cantidad. En el caso del modelo lineal:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N (a \cdot x_i + b - y_i)^2$$

Ajuste de modelos: caso de regresión lineal

- Para encontrar los mejores valores de a y b se minimiza esta cantidad, o sea imponemos:

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a} = \frac{\partial \chi^2}{\partial b} = 0$$

- Estas condiciones dan:

$$a \sum_{i=1}^N x_i^2 + b \sum_{i=1}^N x_i - \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i = 0$$

$$a \sum_{i=1}^N x_i + b \sum_{i=1}^N 1 - \sum_{i=1}^N y_i = 0$$

Ajuste de modelos: caso de regresión lineal

- Despejando a y b:

$$a = \frac{\left(\frac{\sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^N x_i} - \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} \right)}{\left(\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{\sum_{i=1}^N x_i} - \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \right)} \quad b = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} - a \cdot \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

- Se define el coeficiente de regresión lineal R^2

$$R^2 = 1 - \frac{\chi^2}{SST} \quad \chi^2 = \sum_{i=1}^N (y_i^m - y_i)^2 \quad \langle y_i \rangle = \sum_{i=1}^N y_i / N$$
$$SST = \sum_{i=1}^N (y_i - \langle y_i \rangle)^2$$