



Profesor: Nelson Zamorano  
Profesor Auxiliar: Ariel Órdenes

### INDICACIONES:

Fecha de Entrega: Lunes 22 de Sept., 10 horas en la Of. de la Sra. Carmen Belmar. No se aceptarán Tareas en la hora de clase. Si no entrega la tarea a tiempo, tiene un punto menos.

El objetivo de esta tarea es introducir temas que van un poco más adelante del contenido usual de un curso de Relatividad Especial: quadri-aceleración y la expresión covariante de las ecuaciones de Maxwell, que son de utilidad en electrodinámica. Se incluye un problema de dinámica relativista.

### PROBLEMA # 1

Considere dos mellizos nacidos el año 1988. Uno de ellos tiene la oportunidad de viajar y se embarca en una nave espacial que se aleja de nuestro planeta con una aceleración constante. El viaje comienza el 31 de Diciembre del año del bicentenario nacional, 2010 y los motores de la nave desarrollan una aceleración constante igual a  $\alpha = 10 \text{ [m/s}^2\text{]}$  (medidos en su propio sistema de referencia: la nave). Durante 5 años (medidos por los relojes de la nave) viaja acelerando en línea recta y alejándose de la tierra. Planificando su retorno a tierra, en los siguientes 10 años (reloj de la nave) impone una aceleración de  $\alpha = 10 \text{ [m/s}^2\text{]}$  apuntando hacia la tierra. Con esto comienza su retorno a tierra y para arribar con una velocidad nula, impone un frenado de la nave con la misma aceleración ( $\alpha = 10 \text{ [m/s}^2\text{]}$ ) por 5 años hasta llegar a tierra al encuentro con su hermano, quien lo recibe muy sorprendido. El gemelo viajero tiene obviamente 20 años más que al comienzo de su viaje, de acuerdo al reloj de la nave.

a.- Al mirar el calendario en el aeropuerto, ¿Qué año descubre este gemelo viajero? (puede especificar el mes también...)

b.- ¿Qué distancia máxima alcanzó mientras permanecía alejándose de la tierra?

### PROBLEMA # 2

a.- Deduzca una expresión para la energía de un rayo  $\gamma$  proveniente del decaimiento de un pión neutro  $\pi^0$  en la reacción:  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ , en función de la masa  $m$ , energía  $E$  y velocidad  $\beta c$  del pión.

b.- La distribución de fotones es isotrópica en el sistema centro de momentum si suponemos que el pión  $\pi^0$  no tiene spin. Muestre que en el sistema de laboratorio las energías van desde  $E(1 + \beta)/2$  hasta  $E(1 - \beta)/2$ .

### PROBLEMA # 3

Dado el tensor de Maxwell:

$$F_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x/c & -E_y/c & -E_z/c \\ E_x/c & 0 & B_z & -B_y \\ E_y/c & -B_z & 0 & B_x \\ E_z/c & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix}, \quad F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu.$$

- a.- Encuentre la expresión para  $F^{\alpha\beta}$ .
- b.- Encuentre las cuatro expresiones correspondientes a  $\partial_\beta F^{\alpha\beta}$ . Compárelas con las ecuaciones de Maxwell y comente.
- c.- Encuentre la expresión del tensor  $\tilde{F}^{\alpha\beta} = \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} F_{\mu\nu}/2$  y calcule  $\partial_\beta \tilde{F}^{\alpha\beta}$ . Compare con las ecuaciones de Maxwell y comente.
- d.- Encuentre el valor de  $F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$  en función de los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$ .

**PROBLEMA # 4**

- a.- Encuentre la expresión de la componente nula ( $f^0$ ) de la cuadrifuerza. Exprésela en función de la fuerza vectorial ( $\vec{f}$ ).
- b.- Demuestre que la fuerza de Lorentz se puede escribir como

$$\frac{dp^\mu}{ds} = q F^{\mu\nu} u_\nu$$

- c.- Considere una partícula de carga  $q$ , masa propia  $m_0$  y energía total  $E$ , que se mueve en un campo magnético  $\vec{B}$ . Encuentre el radio de la órbita de esta partícula y la expresión de la cuadrifuerza en este caso.