



Profesor: Nelson Zamorano  
 Profesor Auxiliar: Ariel Órdenes

### INDICACIONES:

Fecha de Entrega: Lunes 27 de Oct., hasta las 10 horas.

El objetivo de esta tarea es familiarizarse con las propiedades de las soluciones de la ecuación de Schrödinger (cuya foto aparece en el encabezado) y revisar algunos ejemplos de la transición de la física clásica a la cuántica.

### PROBLEMA # 1

Considere un nanotubo con forma de un cilindro. Como sus dimensiones son del orden de las nanómetros la mecánica cuántica debe ser utilizada en este caso. En primera aproximación podemos considerarlo como un continuo, es decir, eliminar la presencia de los átomos que la componen.

a.- Encontrar los niveles de energía de una partícula en este potencial cilíndrico. Los valores que adopta este potencial son:

$$V(x, y) = 0 \quad \text{para } 0 < x < L, 0 < y < 2\pi b$$

$$V(x, y) = \infty \text{ en } x \leq 0 \text{ y } x \geq L.$$

para que estas coordenadas cartesianas correspondan a la de un cilindro debe *identificar*  $y = 0$  con  $y = 2\pi b$ .

para encontrar los niveles de energía cuantizados, debe resolver la ecuación de Schrödinger para este potencial. Debe ser cuidadoso en -a lo menos-, dos aspectos. Medite acerca de las condiciones de borde para la amplitud de probabilidad en  $y = 0, \forall x$ . Suponga que las soluciones de la ecuación de Schrödinger se pueden factorizar, por ejemplo  $\psi(x, y) = \phi(x) \cdot \chi(y)$ , de modo que la ecuación a derivadas parciales se transforma en una ecuación diferencial ordinaria.

b.- Si las dimensiones del sistema son  $L = 1000 a$  y  $b = a$ , encuentre el salto de energía que existe entre el estado fundamental y el primer estado excitado. Analice en forma separada cada una de las posibilidades.

c.- En los modelos del universo que recurren a un número de dimensiones espaciales mayores que 4, se debe argumentar por qué no se observan esas dimensiones en la vida cotidiana. Usando el resultado del punto anterior, argumente a favor de dicha posibilidad.

### PROBLEMA # 2

Considere el potencial  $V(x) = \epsilon_0 x/a$  para  $0 < x < a$  y  $V = \infty$  para  $x < 0$  y  $x > a$ . Este potencial corresponde a un campo eléctrico constante  $\epsilon_0$  (por ejemplo) aplicado a una partícula cargada encerrada en este potencial.

a.- Considere los dos casos siguientes:  $0 < E < \epsilon_0$  y  $E > \epsilon_0$ . Sin resolver la ecuación de Schrödinger, dibuje cualitativamente (a mano alzada y con intuición física) la amplitud de probabilidad para ambos casos. Explique la(s) razón(es) que lo indujeron a dibujar la función de onda que dibujó.

b.- Proponga uno (o mejor dos) métodos para resolver esta ecuación en forma *aproximada*. Resuélvala con estos métodos y compare con su primera aproximación (la más sencilla pero no trivial).

No se calificará por lo exacto de la aproximación a primer orden, sino más bien por la posibilidad de, en el caso que uno extendiera el método a un orden más alto, los resultados serían cada vez mejores. En otras palabras, se calificará si la aproximación captura la esencia del problema.

**PROBLEMA # 3**

Resuelva la ecuación de Schrödinger para el potencial de la figura. Considere los dos casos, energías  $0 < E < V_0$  y  $E > V_0$ .

Debe reconocer que es un potencial simétrico y por tanto debe dividir las soluciones en pares e impares y resolver separadamente. Antes de comenzar, establezca claramente las condiciones que debe cumplir la función amplitud de probabilidad y su derivada, para cada una de las paridades.

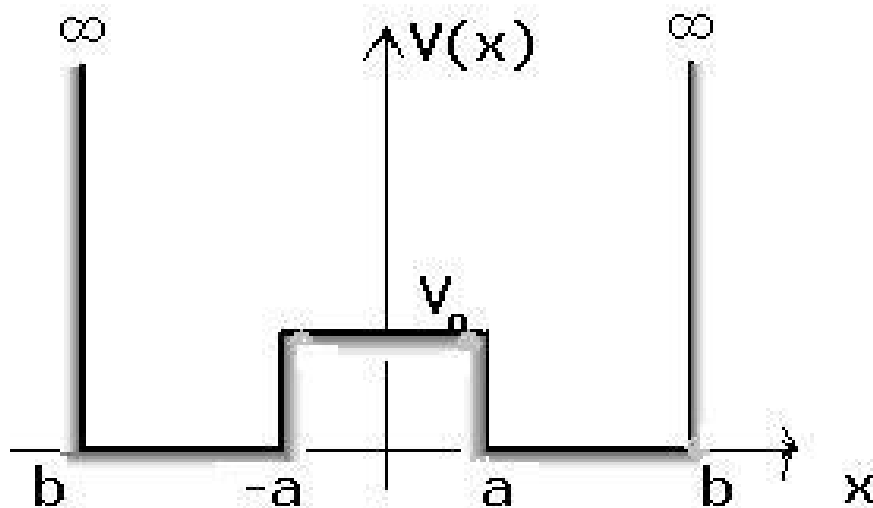


Figure 1: Este potencial es una aproximación del potencial fenomenológico asociado a la molécula de Amonio,  $\text{NH}_3$