

# Mecánica Estadística

## Auxiliar

Profesor: Rodrigo Soto

Auxiliar: Hernán González

### Problema 1: Teorema de Equipartición

La densidad de probabilidades en el ensemble microcanónico para un sistema hamiltoniano está dada por:

$$\rho_{mc}(\vec{x}) = \begin{cases} \frac{1}{\Omega} & E \leq H(\vec{x}) \leq E + \Delta E \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

donde se ha definido  $\vec{x} = (q_1, \dots, q_{3N}, p_1, \dots, p_{3N})$ . A través de esta distribución se pueden definir el promedio de una cantidad  $F(\vec{x})$  cualquiera, como:

$$\langle F(\vec{x}) \rangle = \int d^{6N}x \rho_{mc}(\vec{x}) F(\vec{x})$$

a) Calcular  $\langle x_i \frac{\partial H}{\partial x_j} \rangle$ .

b) Usar este resultado para probar que si el hamiltoniano de un sistema es,  $H = \sum_{\alpha=1}^{f/2} A_{\alpha} p_{\alpha}^2 + B_{\alpha} q_{\alpha}^2$  con  $A_{\alpha}$  y  $B_{\alpha}$  constantes, entonces  $\langle H \rangle = \frac{f}{2} k_B T$ , donde  $f$  es el número de grados de libertad del sistema.

### Problema 2: Osciladores cuánticos

Considere un sistema de  $N$  osciladores independientes. Los niveles de energía de cada oscilador son  $E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$ .

a) Calcule el número de estados accesibles del sistema si la energía total es fija e igual a  $E$ .

b) Calcule la temperatura microcanónica de este sistema.

c) Calcule la probabilidad de que un oscilador tenga energía  $E_0 = (n_0 + \frac{1}{2})\hbar\omega$  en esta situación y escriba esta probabilidad en términos de la temperatura.

### Problema 3: Gas Evaporándose

Un gas ideal en equilibrio se encuentra en un contenedor de volumen  $V_0$  a temperatura  $T$ . Por un pequeño agujero de sección  $A$  el gas escapa hacia el exterior. Se asume que el gas que se evapora, no afecta el equilibrio en el interior del contenedor.

a) Calcular la variación de partículas por unidad de tiempo  $\frac{dN}{dt}$ .

b) Calcular energía perdida por el gas por unidad de tiempo  $\frac{dE}{dt}$ .

c) Mostrar que en este proceso el gas contenido en  $V_0$  se enfría.

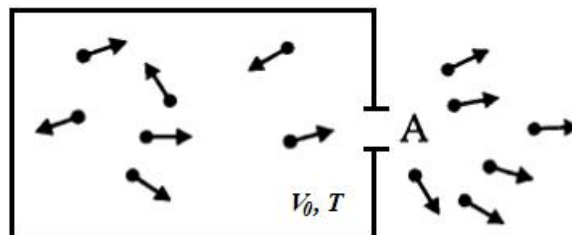


Figura 1: problema 3