Macroeconomía

Alexandre Janiak

Dpto. de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile

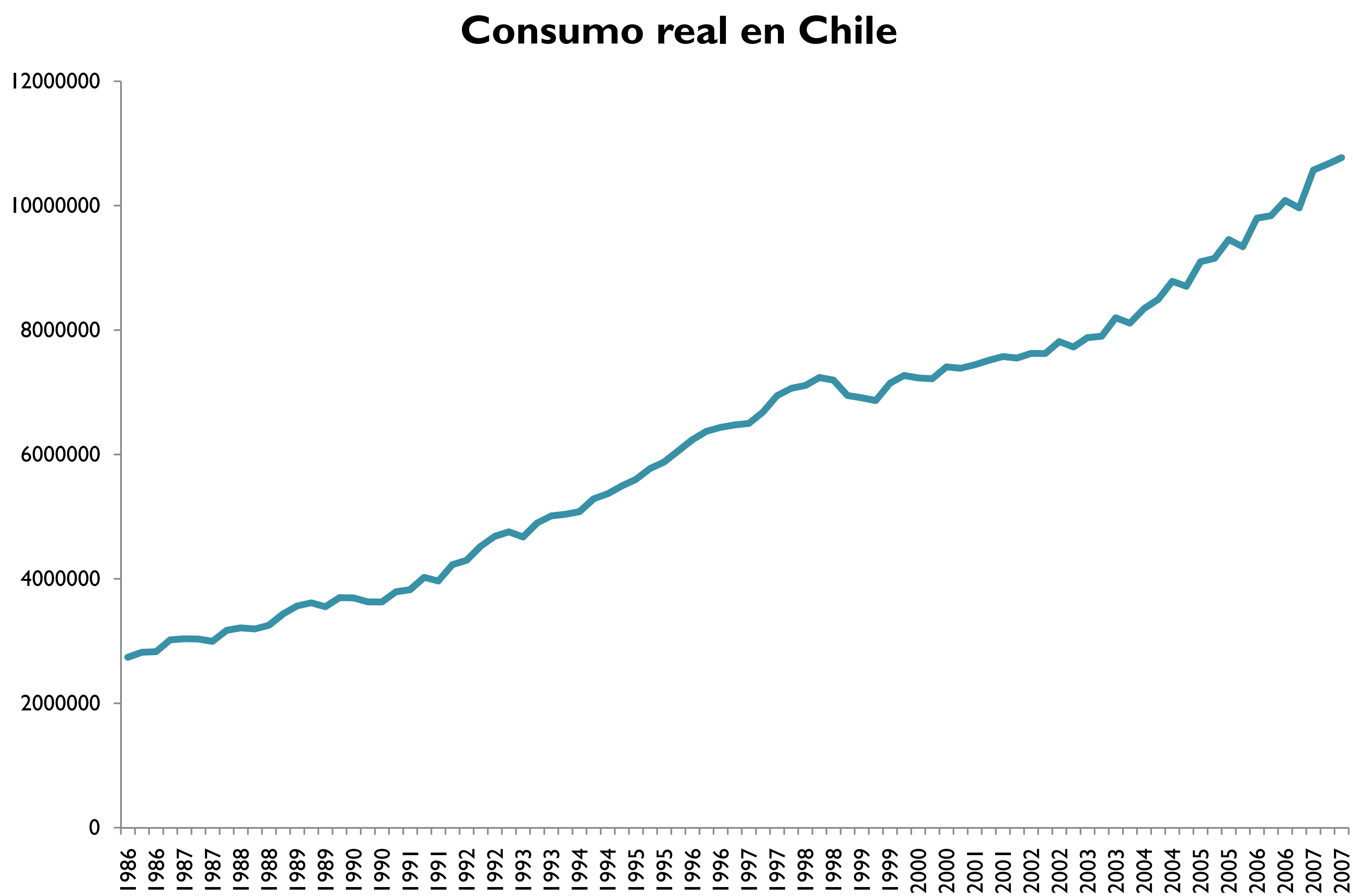
Clase 3 del 04/08/2008

¿Qué vamos a hacer hoy?

- Los agregados príncipales en economía cerrada
- Análisis teórico del consumo

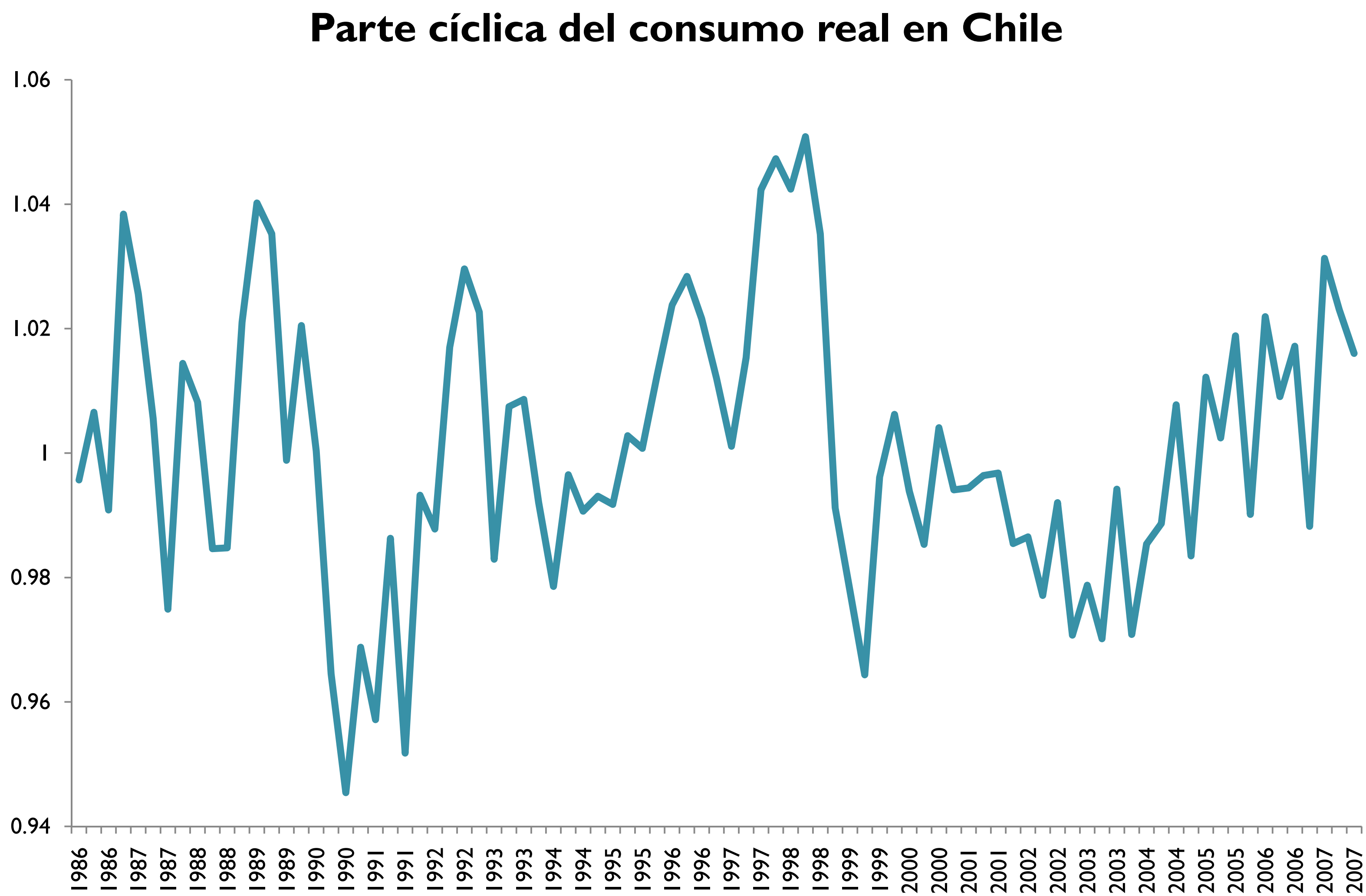
ECONOMÍA CERRADA: LOS AGREGADOS

Consumo (C)



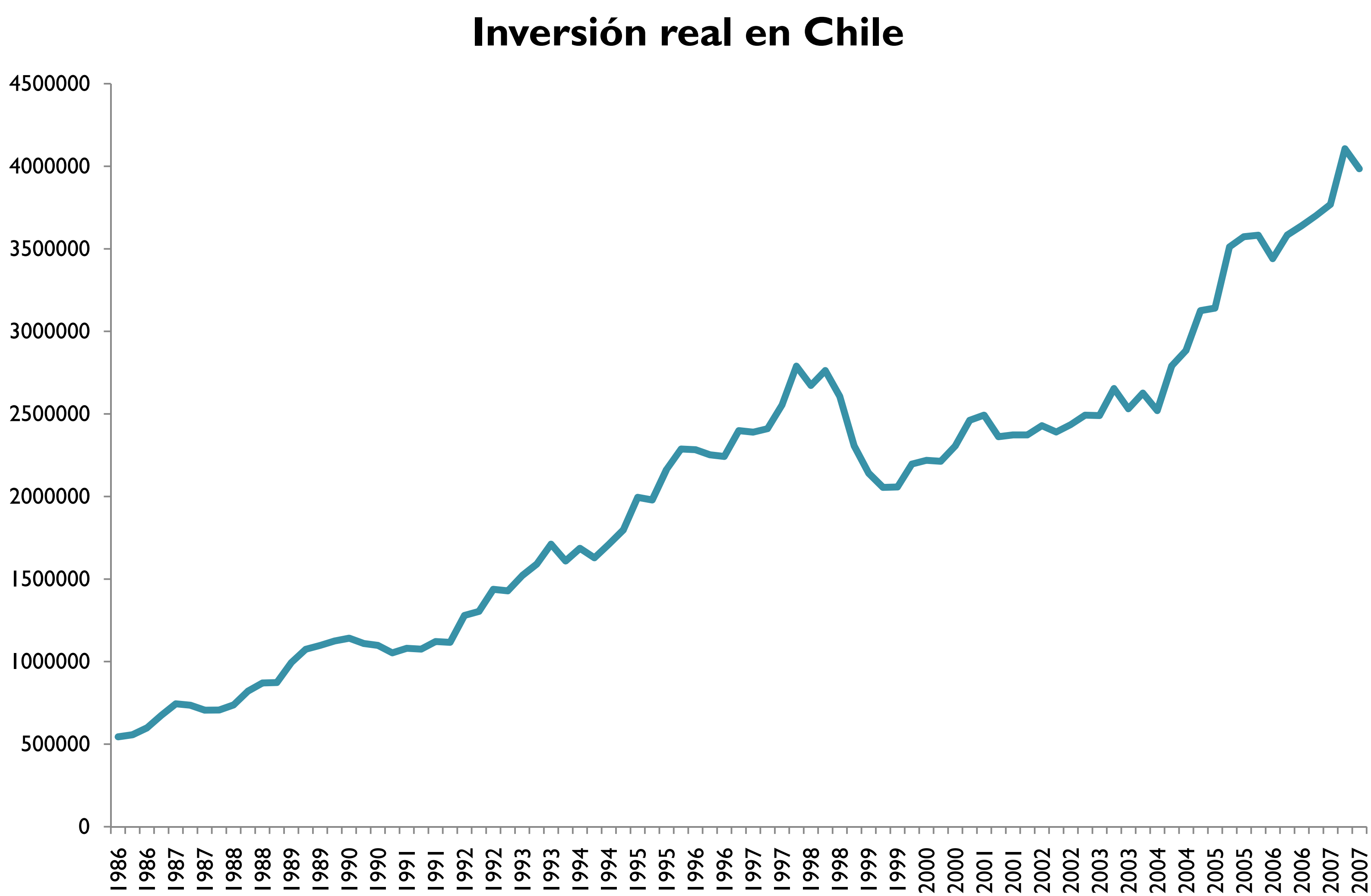
Fuente: Banco Central de Chile

Consumo (C)



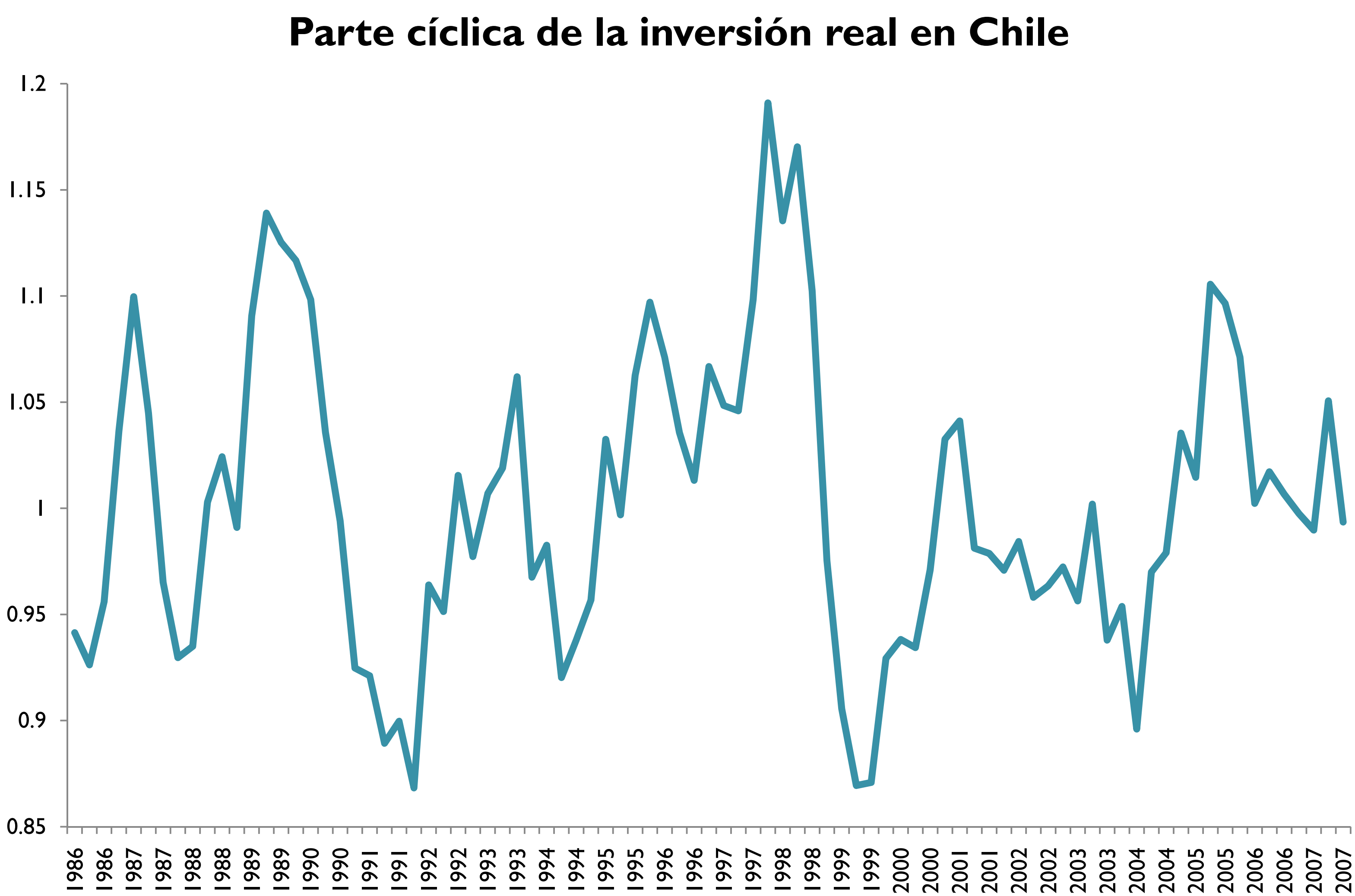
Fuente: Banco Central de Chile

Inversión (I)



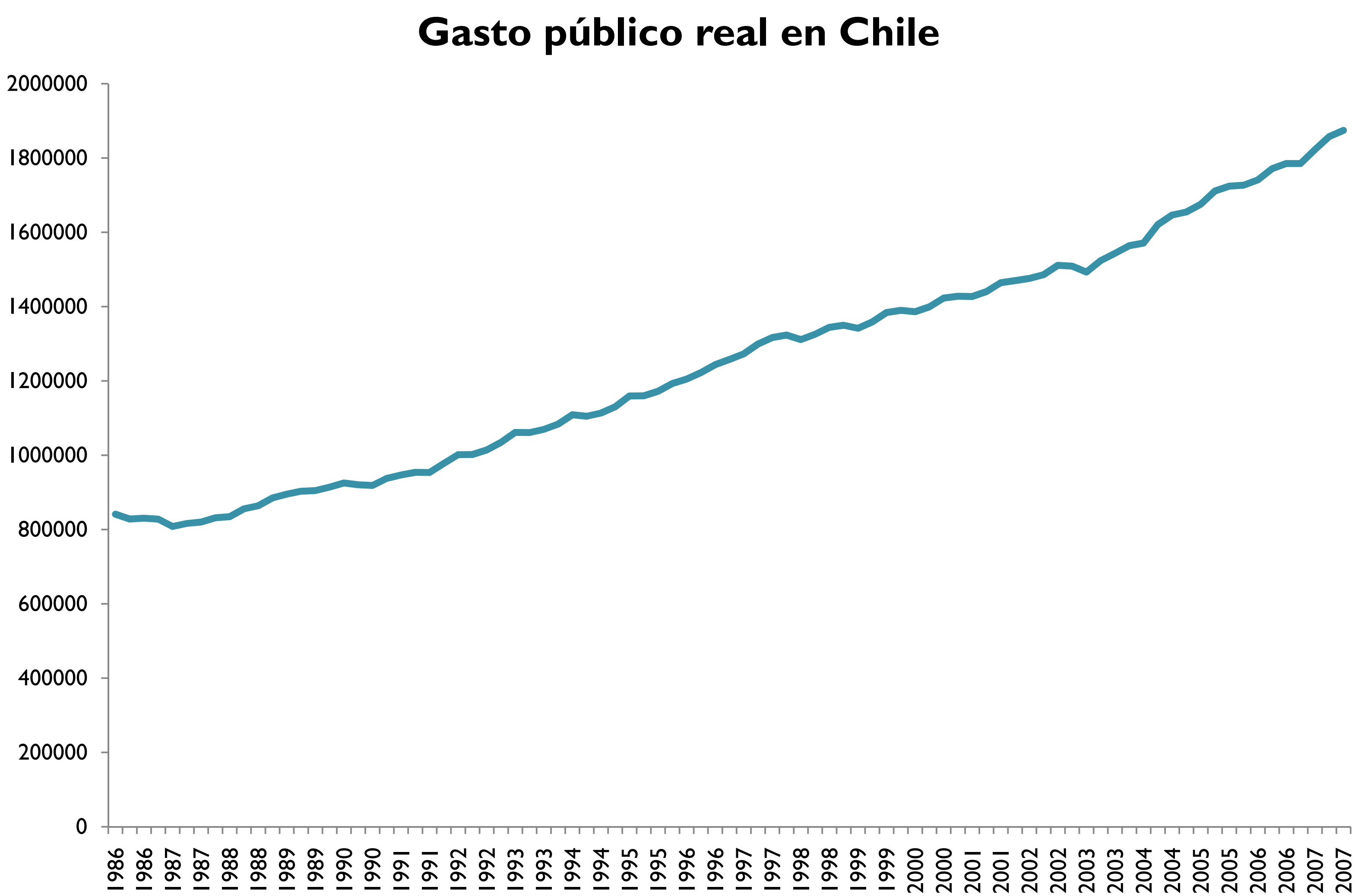
Fuente: Banco Central de Chile

Inversión (I)



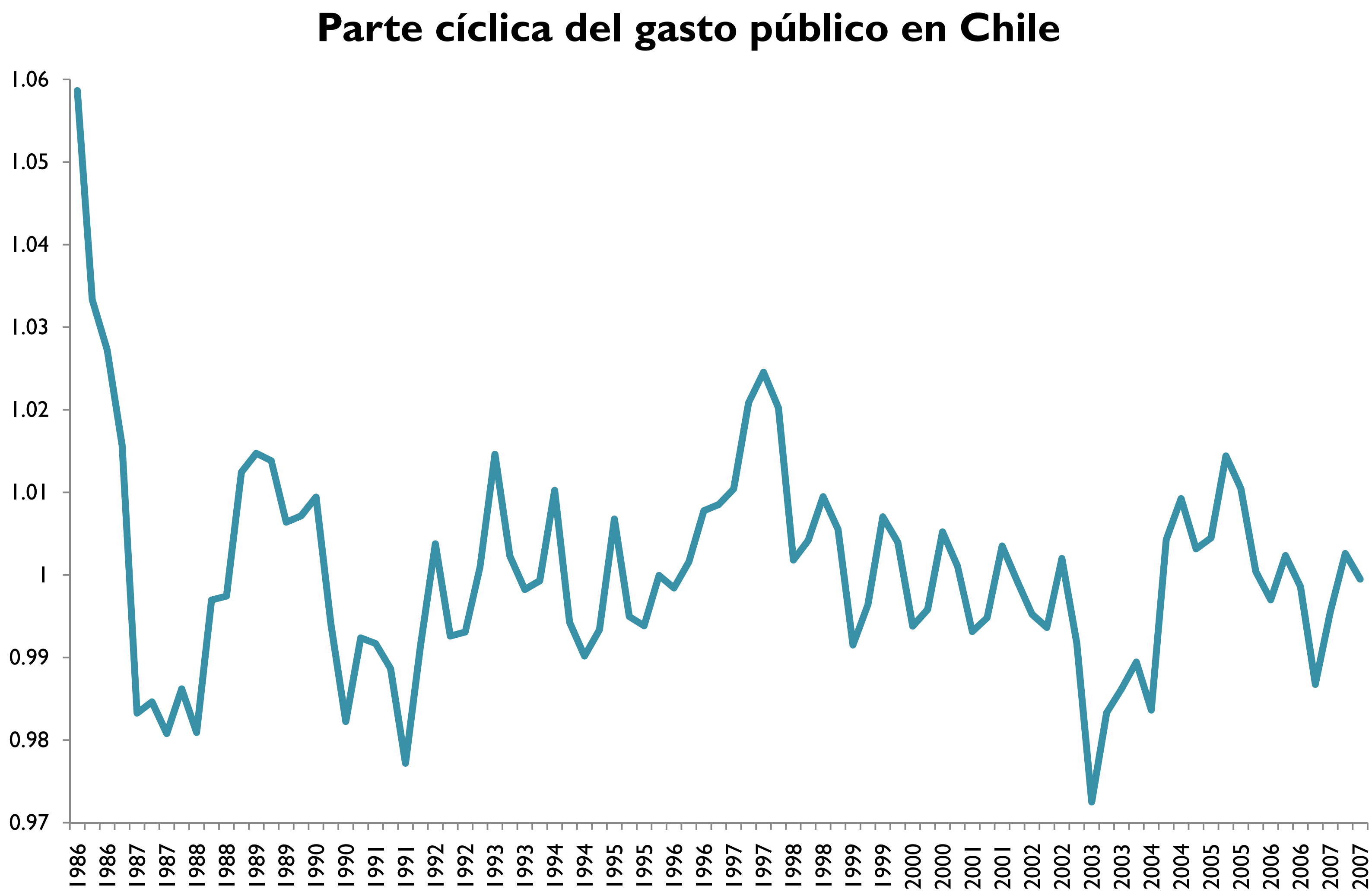
Fuente: Banco Central de Chile

Gasto público (G)



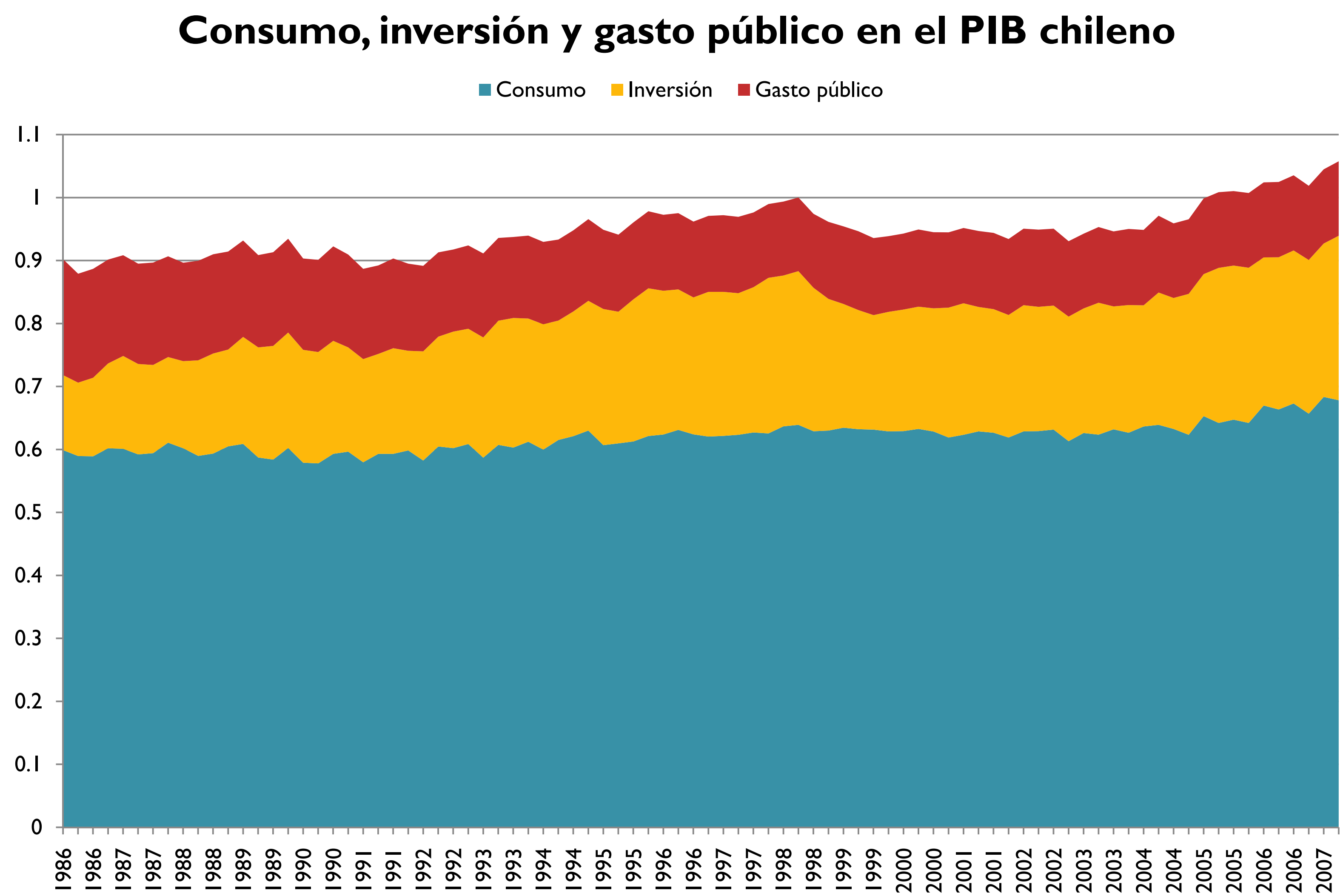
Fuente: Banco Central de Chile

Gasto público (G)



Fuente: Banco Central de Chile

Comparemos los agregados



Fuente: Banco Central de Chile

Los agregados en economía cerrada

- Identidad:

$$Y + \cancel{\Delta}^{-} = C + I + G + \cancel{\Delta}^{+}$$

Los agregados en economía cerrada

- Identidad:

$$Y = C + I + G$$

- Otra identidad:

$$Y = C + S + T$$

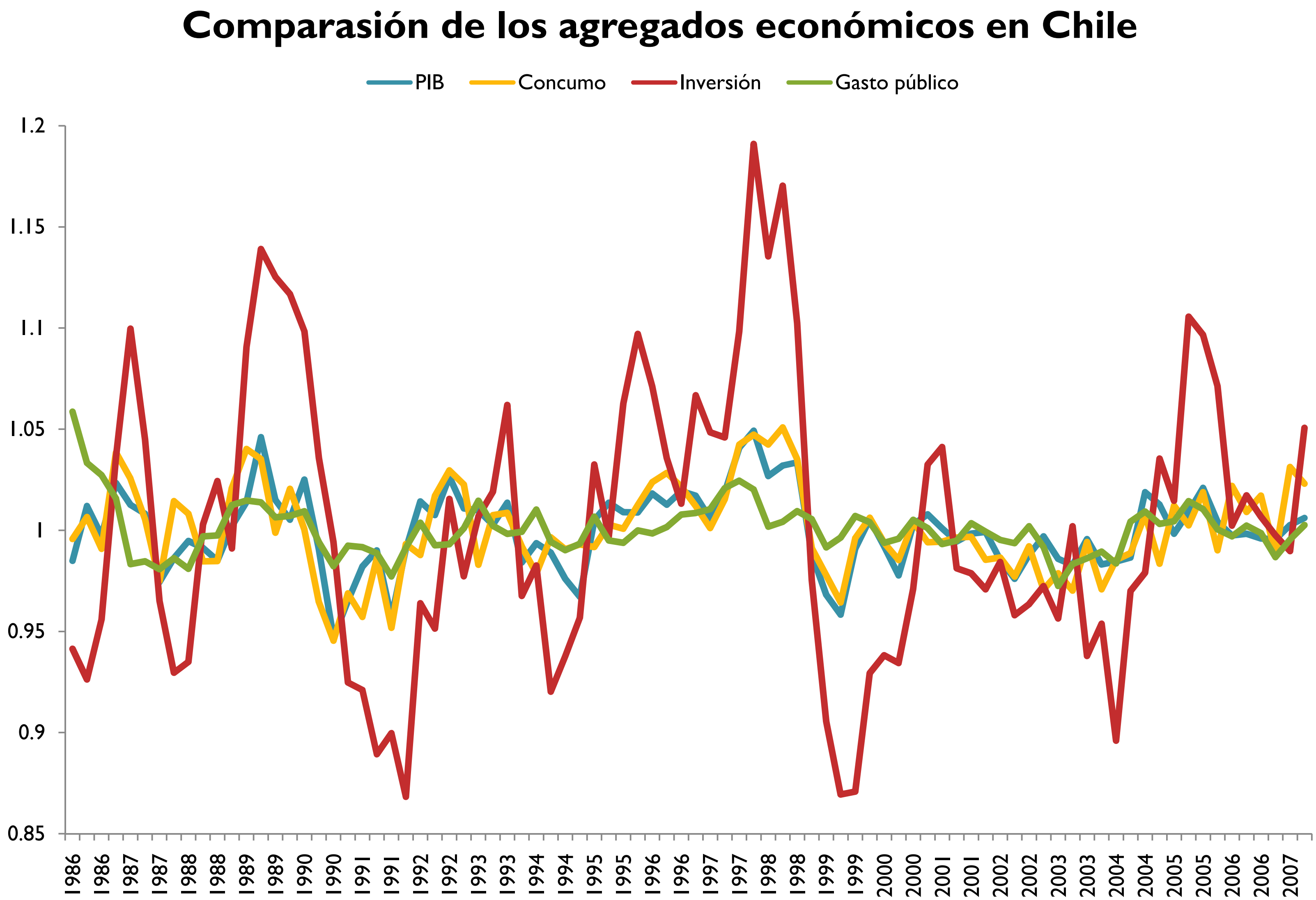
- Implica si $G = T$

$$I = S$$

- O en general,

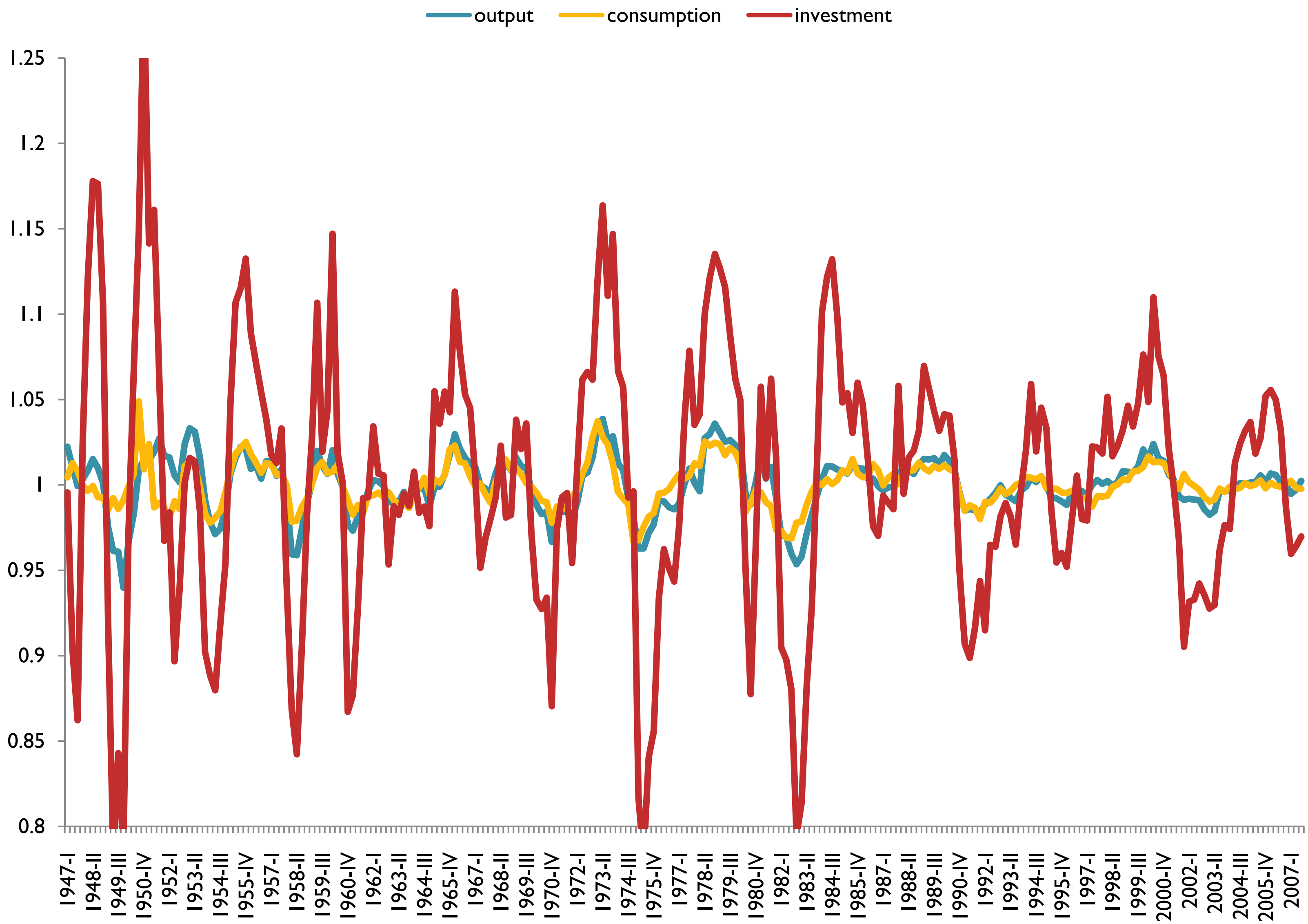
$$I = S + (T - G)$$

Comparemos los agregados



Fuente: Banco Central de Chile

Cyclical components of GDP, consumption and investment in the US



Fuente: Bureau of Economic Analysis

Comparemos los agregados

Coef. corr.	Y	C	I	G
Y	1			
C	0.80	1		
I	0.74	0.61	1	
G	0.48	0.40	0.31	1

Desv. típ.	Y	C	I	G
	1.9%	2.2%	7%	1.3%

	Período	C	I	G
Correlación con el PIB en T	T-2	0.32	0.18	0.30
	T-1	0.65	0.48	0.52
	T	0.80	0.74	0.48
	T+1	0.49	0.72	0.26
	T+2	0.37	0.55	0.21

¿Y en los EEUU?

Coef. corr.	Y	C	I	G
Y	1			
C	0.76	1		
I	0.82	0.66	1	
G	0.18	-0.20	-0.26	1

Coef. var.	Y	C	I	G
	1.6%	1.2%	7.8%	3.6%

	Período	C	I	G
Correlación con el PIB en T	T-2	0.64	0.54	-0.03
	T-1	0.75	0.73	0.05
	T	0.76	0.82	0.18
	T+1	0.57	0.63	0.27
	T+2	0.64	0.54	-0.03

TEORÍAS ECONÓMICAS DEL CONSUMO

Características del consumo

- Consumo es muchisimo menos volatil que la inversión
- Menos volatil que la producción en EEUU
- Como explicar esas características?
  - Persistencia?
  - Diferencia con EEUU y otros paises?

FISHER: UN MODELO EN DOS PERIODOS PARA EL CONSUMO

El modelo de Fisher

- Dos periodos:
  - Hoy y mañana
  - Presente y futuro
- Idea:
  - analizar decisiones intertemporales
  - usando herramientas estáticas tradicionales
- Dos bienes:
  - Consumo hoy
  - Consumo mañana

El modelo de Fisher

- El consumidor maximiza

$$U = u(c_1) + \beta u(c_2)$$

  - Con $u'(c) > 0; u''(c) < 0$
  - $\beta \in (0,1) = 1/(1+\delta)$

- Concavidad de la utilidad:
  - Suavizar el consumo *en el tiempo*

El modelo de Fisher

- El consumidor maximiza

$$U = u(c_1) + \beta u(c_2)$$

- Con $u'(c) > 0; u''(c) < 0$
- Tal que

$$y_1 = c_1 + s$$

$$y_2 + s\left(1 + r\right) = c_2$$

El modelo de Fisher

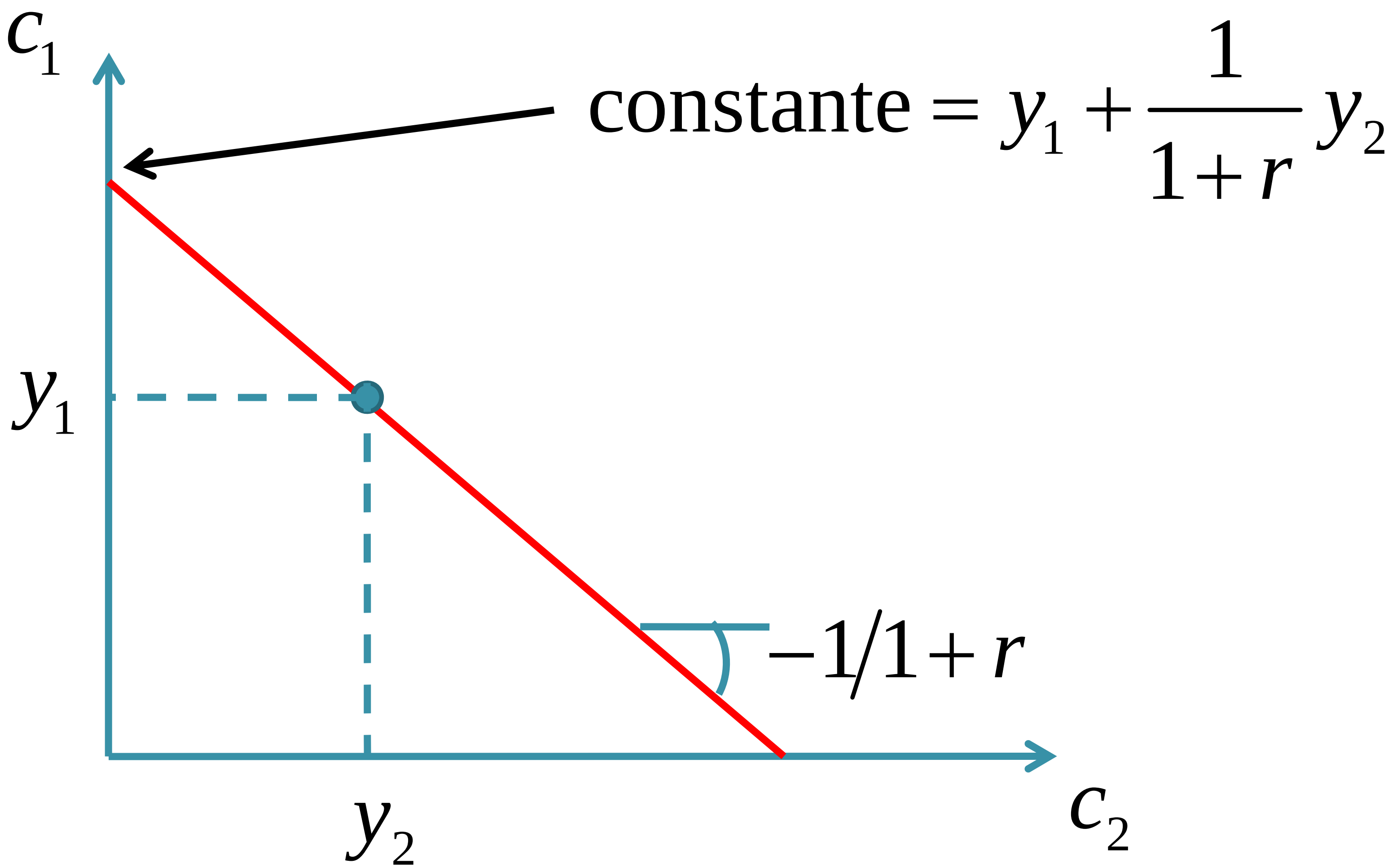
- La restricción presupuestaria intertemporal se reescribe

$$(1+r)\,y_1 + y_2 = (1+r)\,c_1 + c_2$$

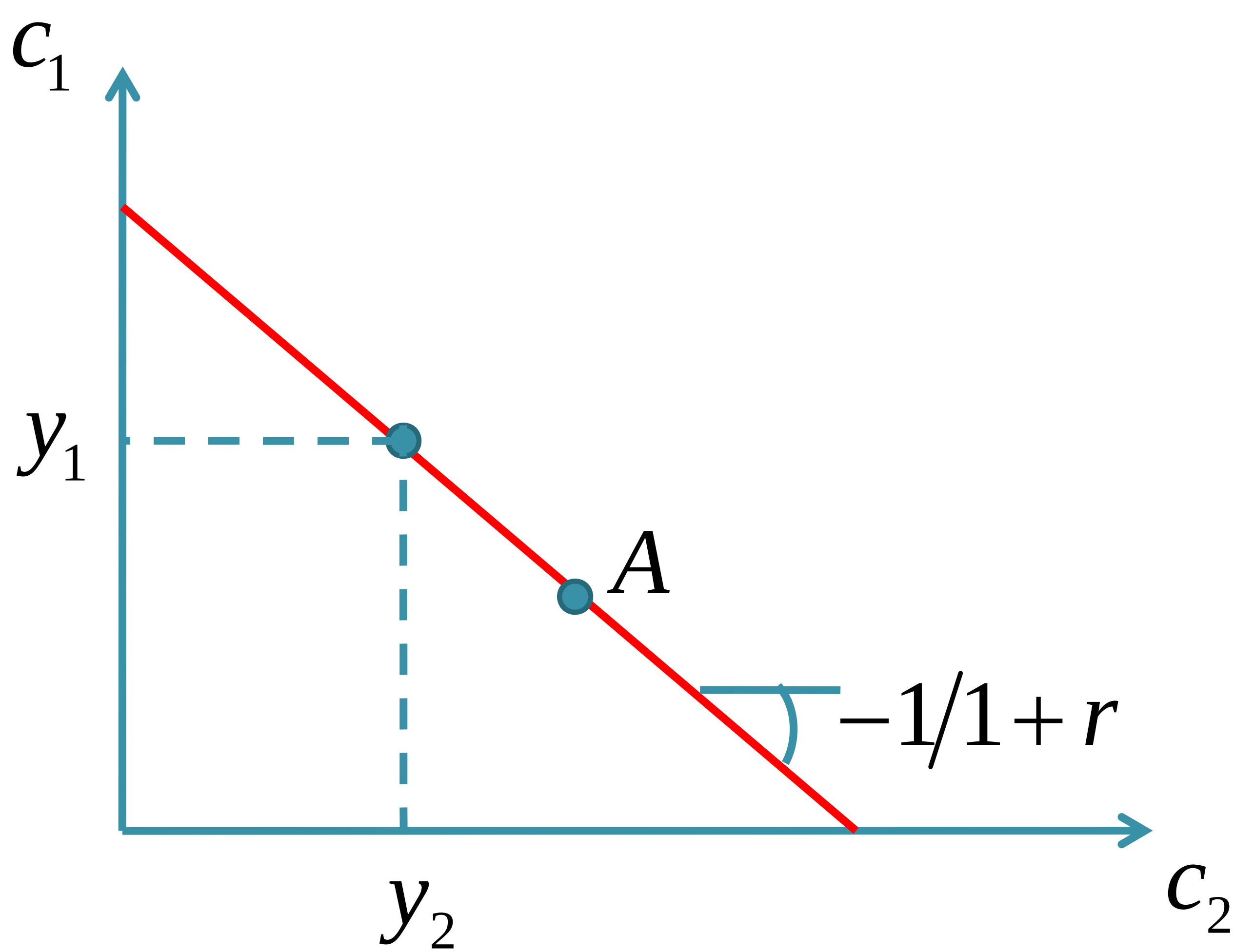
- O de manera equivalente,

$$y_1 + \frac{1}{1+r}\,y_2 = c_1 + \frac{1}{1+r}\,c_2$$

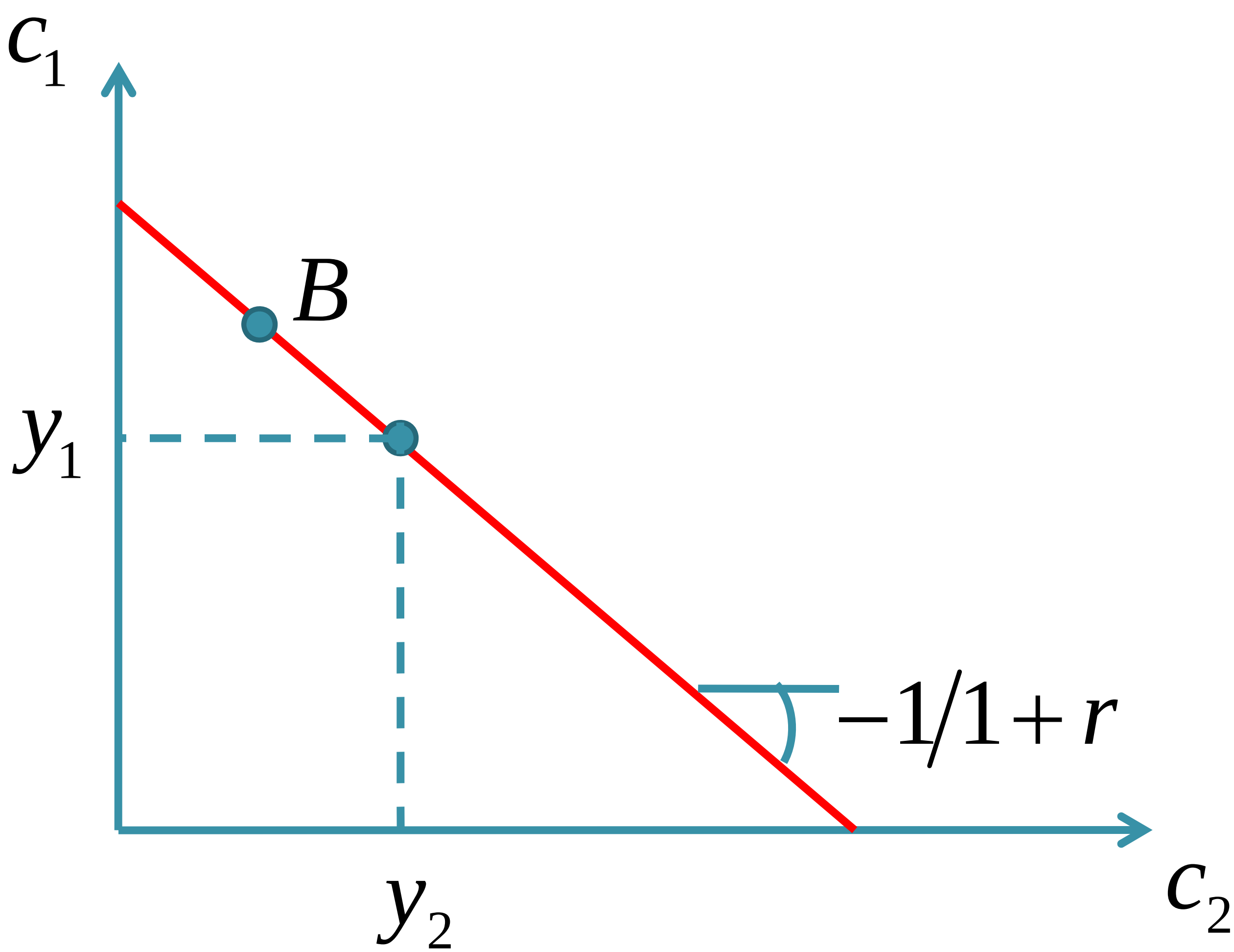
Restricción presupuestaria intertemporal



Se endeuda si consume la canasta A



Ahorra si consume la canasta B



El modelo de Fisher

- El lagrangiano:

$$L = u(c_1) + \beta u(c_2)$$
$$+\lambda\left(y_1 + \frac{1}{1+r}y_2 - c_1 - \frac{1}{1+r}c_2\right)$$

El modelo de Fisher

- Condiciones de primer orden

$$u'(c_1) - \lambda = 0$$

$$\beta u'(c_2) - \frac{\lambda}{1+r} = 0$$

El modelo de Fisher

- Equilibrio: ecuación de Euler

$$\frac{u'(c_1)}{\beta u'(c_2)} = (1+r)$$

- Tasa marginal de sustitución intertemporal igual precio relativo

Equilibrio

- Aumentar el ahorro de 1 reduce la utilidad de

$$u'(c_1)$$

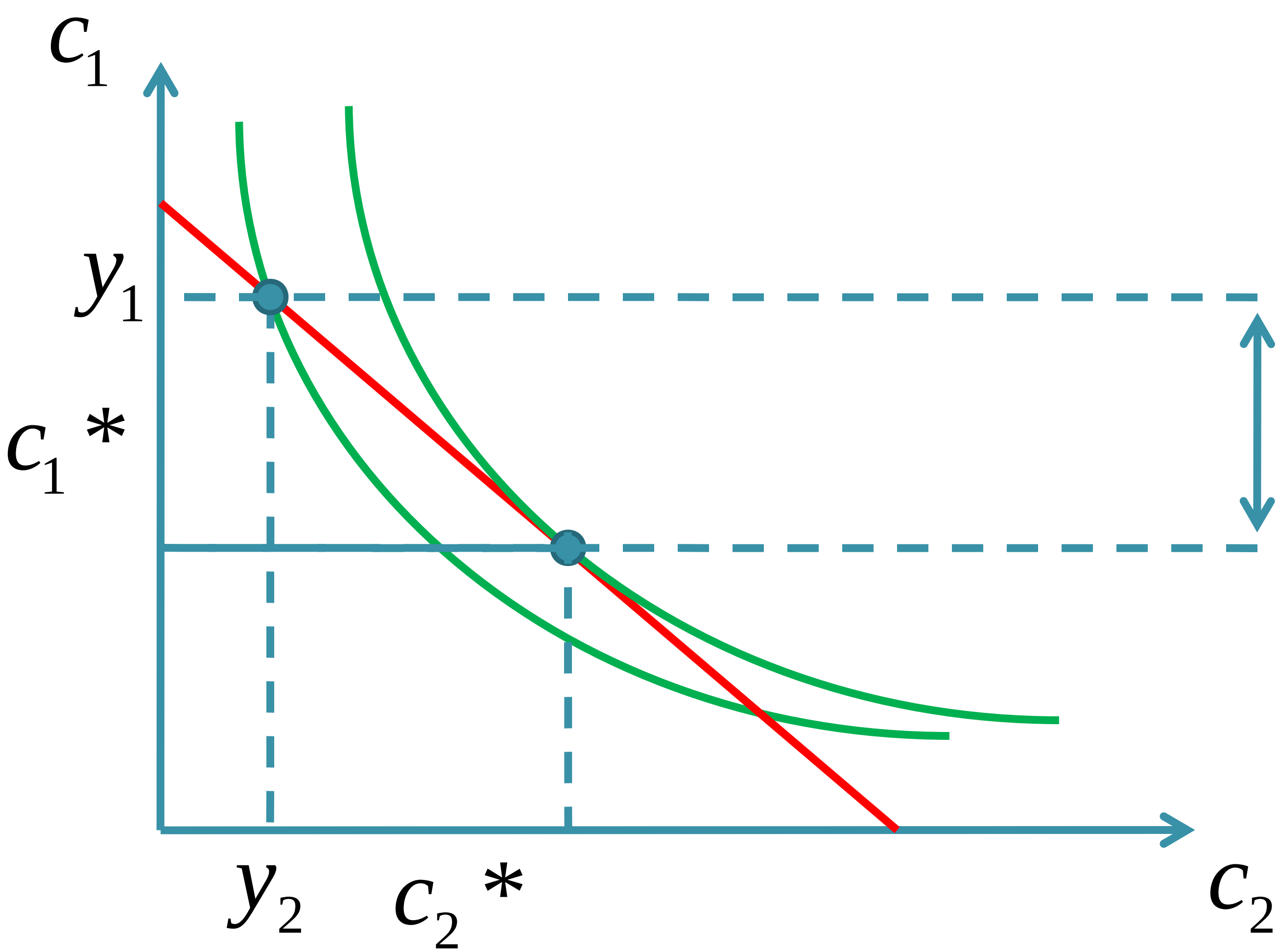
- Pero genera (1+r) unidades en t = 2
- Es decir una utilidad marginal en t = 2

$$\left(1+r\right)u'(c_2)$$

- Desde la perspectiva de t = 1

$$\left(1+r\right)\beta u'(c_2)$$

El modelo de Fisher



Destaca

- y_1 y y_2 no importan realmente
- Lo importante es el *valor actualizado de los ingresos:*

$$Y = y_1 + \frac{1}{1+r} y_2$$

- Da la constante en la restricción presupuestaria
- Consecuencia del supuesto de perfección de los mercados financieros

Perfil de consumo óptimo

- Ecuación de Euler se reescribe

$$\frac{u'(c_1)}{u'(c_2)} = \beta\left(1+r\right) = \frac{1+r}{1+\delta}$$

- Como u''<0, consumo crece si $r > \delta$
- Si r aumenta, crecimiento consumo ↗
- Pero cuanto más concava u, menor es el efecto (suavizamiento en el tiempo)

Ejemplo: « power utility function »

- Consideremos la función de utilidad:

$$u(c)=\frac{c^{1-\rho}}{1-\rho}$$

- Elasticidad de sustitución intertemporal?

Tipo de interés

- Efecto sustitución:
  - cuando r aumenta
  - Aumenta el ahorro
  - Por cnsumo presente más caro
- Efecto renta:
  - El que presta más rico
  - Baja el ahorro del que presta
  - El que pide prestamo más pobre
  - Aumenta el ahorro del que pide prestamo

Tipo de interés sobre ahorro

- El que presta
  - Sustitución > 0
  - Renta < 0
  - Total ?
- El que no hace nada:
  - Sustitución > 0
  - Renta: ningun efecto
  - Total > 0
- El que pide prestamo
  - Sustitución > 0
  - Renta > 0
  - Total >0

Conclusión sobre Fisher

- Fisher:
  - Concavidad de la utilidad permite explicar persistencia del consumo
  - Agente suaviza el consumo en el tiempo
- Serie de conceptos:
  - Tasa marginal de sustitución intertemporal
  - Elasticidad de sustitución intertemporal
  - Valor actualizado

Conclusión sobre Fisher

- Pasos siguientes:
- ¿ Cómo se comporta un agente a lo largo de su vida?
  - N periodos/tiempo continuo
- Situcaciones de riesgo

TEORÍAS DE LA RENTA PERMANENTE Y DEL CICLO DE VIDA

Renta permanente y ciclo de vida

- Renta permanente:
  - Milton Friedman, premio Nobel 1976
  - Perfil de consumo con agentes imortales
- Ciclo de vida
  - Franco Modigliani, premio Nobel 1985
  - Perfil consumo/ahorro a lo largo de la vida
    - Los jovenes piden un prestamo
    - Edad media: reembolsa y acumula activos
    - Viejos consuman lo que han ahorrado

Teoría de la renta permanente

- Agente vive T+1 periodos
- Con 2 periodos, el valor actualizado de la renta era

$$Y = y_0 + \frac{1}{1+r} y_1$$

- De la misma manera, tenemos

$$Y_0 = y_0 + \frac{1}{1+r} Y_1$$

Teoría de la renta permanente

- Si además,

$$Y_1 = y_1 + \frac{1}{1+r} Y_2$$

- tenemos

$$Y_0 = y_0 + \frac{1}{1+r} y_1 + \frac{1}{(1+r)^2} Y_2$$

Teoría de la renta permanente

- Con T+1 periodos el valor actualizado es

$$Y_0 = y_0 + \frac{1}{1+r} y_1 + \ldots + \frac{1}{(1+r)^T} y_T$$

- O de manera equivalente,

$$Y_0 = \sum_{i=0}^{T} \frac{1}{(1+r)^i} y_i$$

Teoría de la renta permanente

- Restricción presupuestaria:

$$y_0 + \frac{1}{1+r} y_1 + \ldots + \frac{1}{(1+r)^T} y_T$$

$$\geq c_0 + \frac{1}{1+r} c_1 + \ldots + \frac{1}{(1+r)^T} c_T$$

Teoría de la renta permanente

- Función de utilidad:

$$U_0 = u(c_0) + \beta u(c_1) + \beta^2 u(c_2) + \ldots + \beta^T u(c_T)$$

- De manera equivalente,

$$U_0 = \sum_{i=0}^{T} \beta^i u(c_i)$$

Teoría de la renta permanente

- Si llamo

$$U_1 = u(c_1) + \beta u(c_2) + \beta^2 u(c_3) + \ldots + \beta^{T-1} u(c_T)$$

- Entonces

$$U_0 = u(c_0) + \beta U_1$$

Teoría de la renta permanente

- Agente maximiza

$$U_0 = \sum_{i=0}^{T} \beta^i u(c_i)$$

- Bajo la restricción

$$\sum_{i=0}^{T} \frac{1}{(1+r)^i} y_i \geq \sum_{i=0}^{T} \frac{1}{(1+r)^i} c_i$$

Teoría de la renta permanente

- Lagrangiano:

$$L = \sum_{i=0}^{T} \beta^i u(c_i)$$

$$+ \lambda \left(\sum_{i=0}^{T} \frac{1}{(1+r)^i} y_i - \sum_{i=0}^{T} \frac{1}{(1+r)^i} c_i \right)$$

Teoría de la renta permanente

- Condición de primer orden

$$\beta^i u'(c_i) - \lambda \frac{1}{(1+r)^i} = 0$$

- TMS intertemporal igual al interés:

$$\frac{u'(c_t)}{\beta u'(c_{t+1})} = 1 + r$$

LA TEORÍA DE LA RENTA PERMANENTE EN TIEMPO CONTINUO

Teoría de la renta permanente

- En tiempo discreto teníamos

$$Y_0 = y_0 + \frac{y_1}{1+r} + \frac{y_2}{(1+r)^2} + \ldots + \frac{y_T}{(1+r)^T}$$

- En tiempo continuo?

Teoría de la renta permanente

- Tiempo continuo

$$Y_0 = y_0 dt + \frac{y_{dt} dt}{1 + rdt} + \frac{y_{2dt} dt}{(1 + rdt)^2} + \ldots + \frac{y_{Tdt} dt}{(1 + rdt)^T}$$

- Y supongamos que T tiende a infinito

Teoría de la renta permanente

- Reescribimos esta relación:

$$Y_t = y_t dt + \frac{Y_{t+dt} dt}{1 + rdt}$$

- Con

$$Y_{t+dt} = y_{t+dt} dt + \frac{y_{t+2dt} dt}{1 + rdt} + \frac{y_{t+3dt} dt}{(1 + rdt)^2} + \ldots$$

Teoría de la renta permanente

- Se reescribe

$$\left(1+rdt\right)Y_t=\left(1+rdt\right)y_t dt+Y_{t+dt}$$

$$rdtY_t=\left(1+rdt\right)y_t dt+Y_{t+dt}-Y_t$$

$$rY_t=\left(1+rdt\right)y_t+\frac{Y_{t+dt}-Y_t}{dt}$$

$$rY_t=y_t+\dot{Y}_t$$

Teoría de la renta permanente

- En tiempo continuo

$$Y_t = \int_t^N e^{-r(s-t)} y_s ds$$

- Destaca: con N infinito y y constante

$$Y_t = \int_t^\infty e^{-r(s-t)} y ds$$

$$Y_t = \frac{y}{r}$$

Teoría de la renta permanente

- El consumidor maximiza

$$U_0 = \int_0^N e^{-\rho t} u(c_t)\,dt$$

- Tal que

$$\int_0^N e^{-rt} c_t\,dt \le \underbrace{\int_0^N e^{-rt} y_t\,dt}_{Y_0}$$

- Para simplificar, supondremos r = ρ

Teoría del ingreso permanente

- Lagrangiano

$$\ell = \int_0^N e^{-\rho t} u(c_t)dt$$
$$+\lambda\left[\int_0^N e^{-rt} y_t dt - \int_0^N e^{-rt} c_t dt\right]$$

Teoría del ingreso permanente

- Derivando

$$e^{-\rho t}u'(c_t) = e^{-rt}\lambda$$

- Esto implica

$$\frac{u'(c_t)}{e^{-\rho(s-t)}u'(c_s)} = e^{-r(t-s)}$$

$$\boxed{\Rightarrow \forall t, c_t = c \text{ si } r = \rho}$$

Teoría de la renta permanente

- Solución para el consumo:

$$c_t = \frac{r}{1-e^{-rN}} Y_0 = y_p$$

- *Yp* se llama ingreso permanente

$$\lim_{r\to 0} y_p = \lim_{r\to 0} \frac{r}{1-e^{-rN}} Y_0$$

$$= \lim_{r\to 0} \frac{r}{1-1+rN} Y_0 = \frac{Y_0}{N}$$

Renta permanente vs renta transitoria

- Renta transitoria $y_t^T = y_t - y_p$
- Efecto sobre el consumo
  - Renta permanente

$$\frac{dc_t}{dy^p} = 1$$

  - Renta transitoria

$$\frac{dc_t}{dy_t^T} = \frac{r}{1 - e^{-r(\tau - t)}} \frac{dY}{dy_t^T} = 0$$

Ahorro

- Ahorro

$$s_t = y_t - c_t$$

$$s_t = y_t - y^p$$

$$s_t = y^p + y_t^T - y^p = y_t^T$$

$$\frac{ds_t}{dy^p} = 0 \text{ y } \frac{ds_t}{dy_t^T} = 1$$

Teoría de la renta permanente: resumen

- Concavidad de la utilidad: agentes suavizan el consumo en el tiempo
- Importancia del supuesto de mercados financieros perfectos
- Renta permanente:
  - Afecta consumo
  - No afecta ahorro
- Renta transitoria:
  - No afecta consumo
  - Afecta ahorro

CONSUMO EN SITUACIONES DE RIESGO

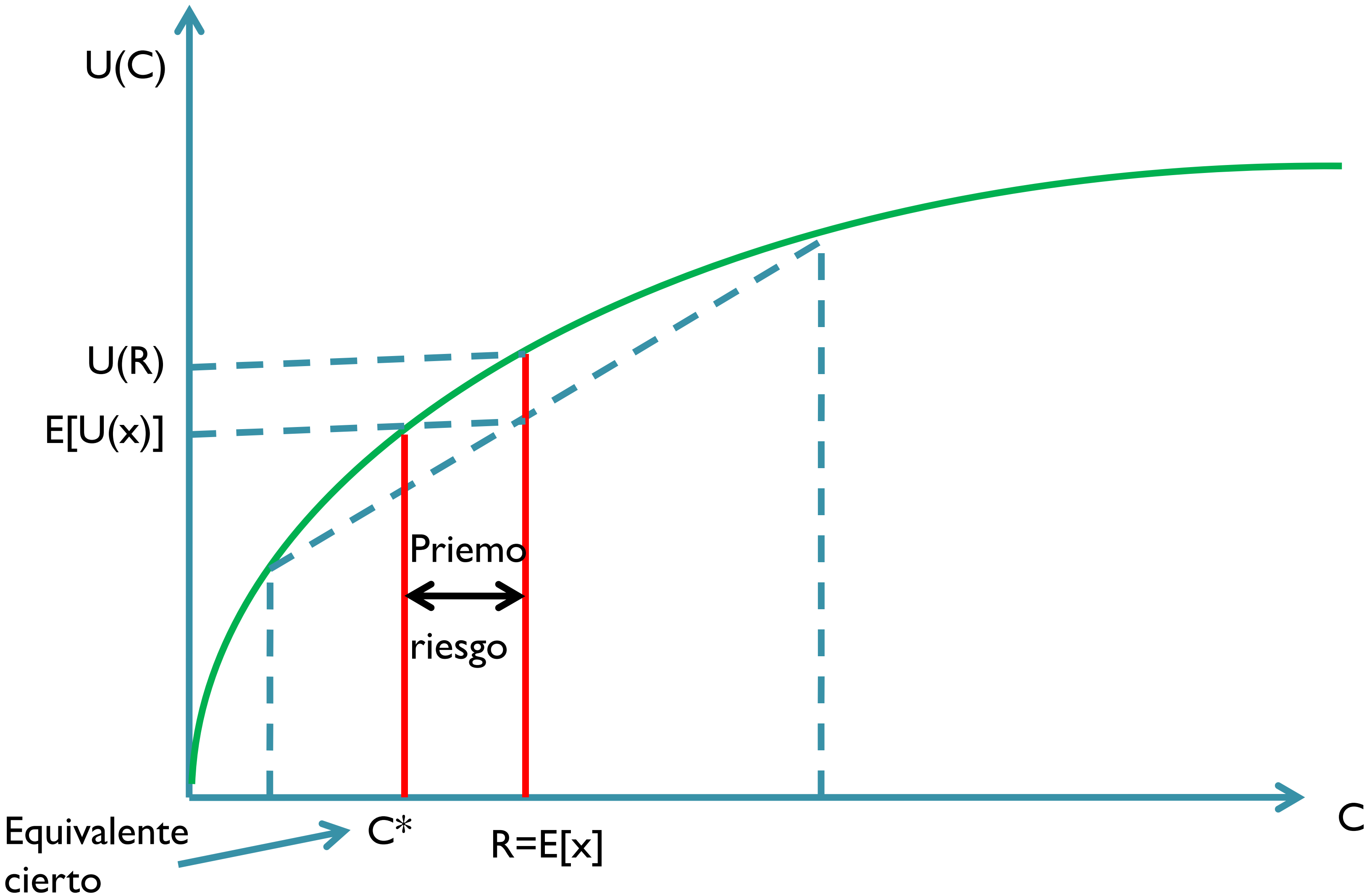
Riesgo vs. incertidumbre

- Riesgo:
  - Variable *estocástica*, e.g. ingreso
  - Se conoce la distribución asociada
- Incertidumbre:
  - Variable *estocástica*, e.g. ingreso
  - Pero NO se conoce la distribución asociada
- Vamos a suponer el primero
- Se suele confundir ambos conceptos

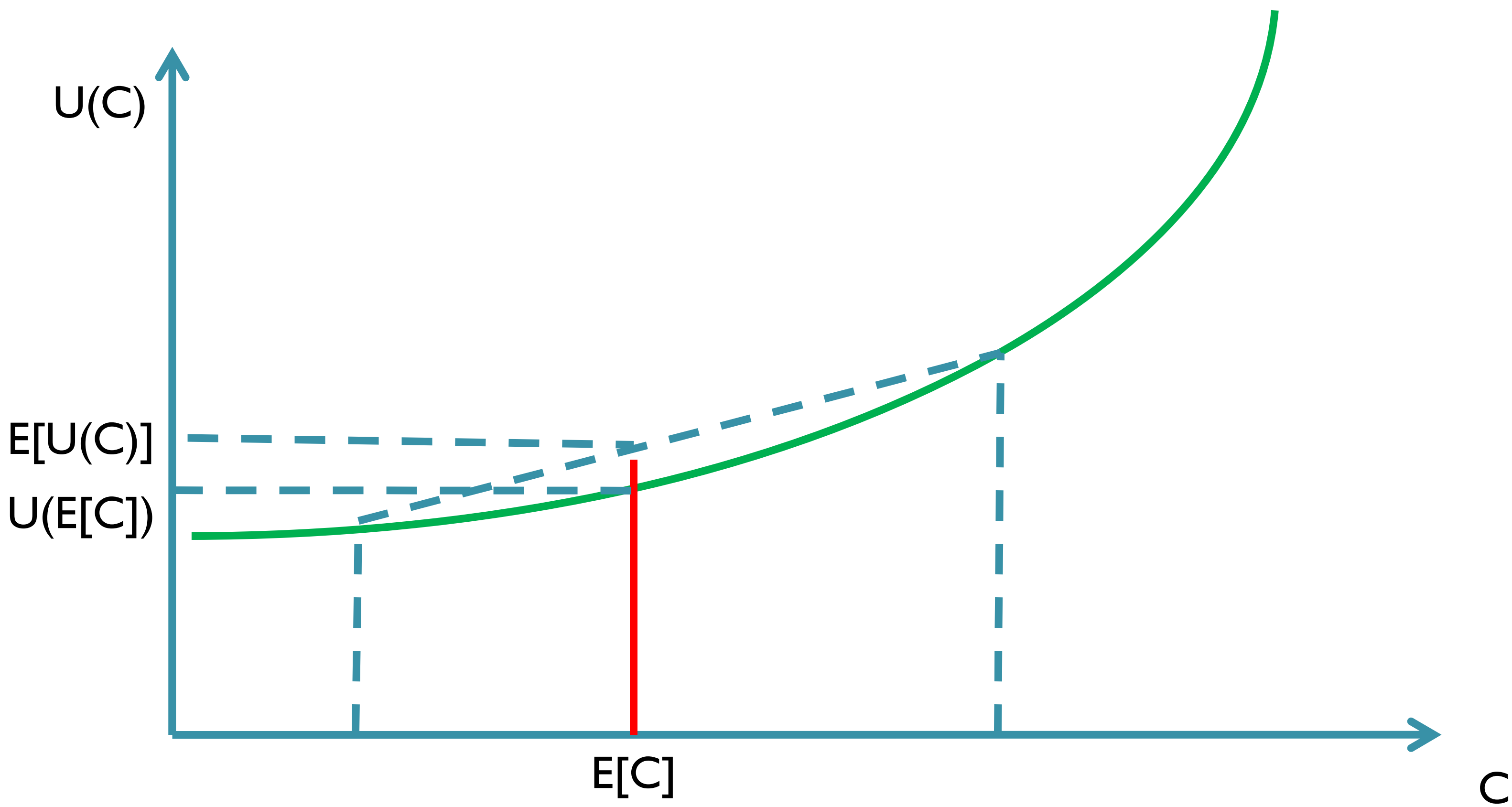
Aversión al riesgo

- Dos opciones
- Me quedo con R, seguro
- O lotería en la cual gano x
    - Proba P: tengo $x = R+A$
    - Proba (1-P): tengo $x = R-B$
    - $R = E[x] = P(R+A)+(1-P)(R-B)$
- Consumo todo lo que gano
- ¿Qué elijo?
- Comparo $U(R)$ con $E[U(x)]$

Aversión al riesgo: utilidad concava



Amante del riesgo: utilidad convexa



Concavidad de la utilidad

- Es una medida de aversión al riesgo
- Se puede mostrar
  - que cuanto más concava la utilidad
  - Mayor es la premia de riesgo
  - y menor el equivalente cierto
- ¿ Se puede medir la concavidad?

Coeficiente (absoluto) de aversión al riesgo

- Arrow (Nobel, 1972) y Prat
- ¿ Cuál es la tasa de crecimiento de la utilidad marginal al aumentar el consumo de la cantidad uno?
- Coeficiente de aversión al riesgo

$$\rho_A(c) = -\frac{d \ln u'(c)}{dc} = -\frac{u''(c)}{u'(c)}$$

Coeficiente relativo de aversión al riesgo

- ¿ Cuál es la tasa de crecimiento de la utilidad marginal al aumentar el consumo de un porciento?
- Coeficiente relativo de aversión al riesgo:

$$\rho_R(c) = -\frac{d \ln u'(c)}{d \ln c} = -c\frac{u''(c)}{u'(c)}$$

Ejemplo: « power utility function »

- Consideremos la función de utilidad:

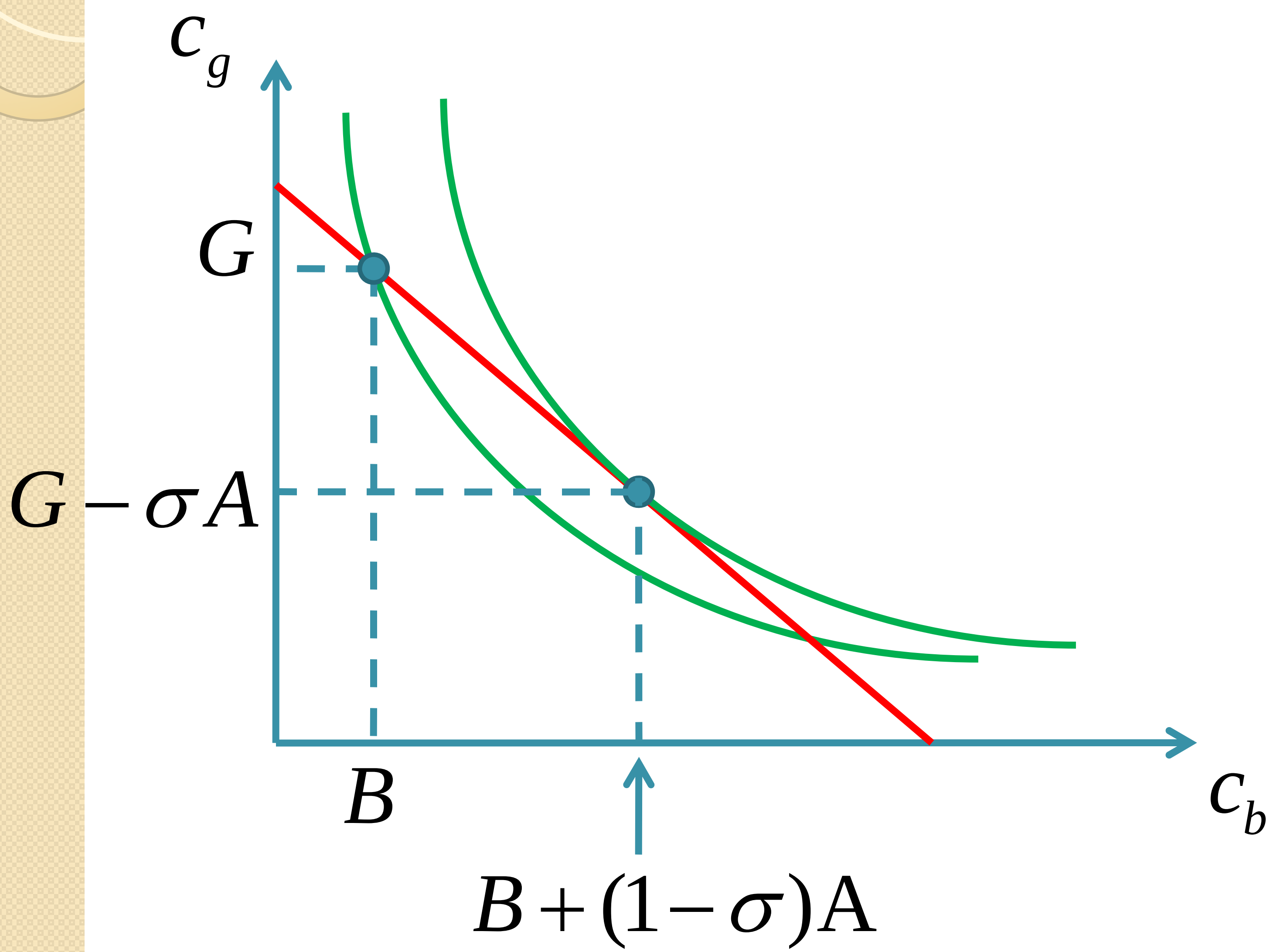
$$u(c) = \frac{c^{1-\rho}}{1-\rho}$$

Aplicación: teoría del seguro

- Un periodo, dos posibilidades (aleatorias)
- Proba ½: « good state », tengo u(G)
- Proba ½: « bad state », tengo u(B)
- Puedo pagar σA para conseguir A en el estado malo
- Elijo A para Maximizar

$$\frac{1}{2}u(G-\sigma A)+\frac{1}{2}u(B-\sigma A+A)$$

Aplicación: teoría del seguro



Aplicación: teoría del seguro

- Condición de equilibrio:

$$\frac{u'(G-\sigma A)}{u'(B+(1-\sigma)A)} = \frac{1-\sigma}{\sigma}$$

- O de manera equivalente:

$$\frac{u'(c_g)}{u'(c_b)} = \frac{1-\sigma}{\sigma}$$

Conclusión sobre teoría del seguro

- Vimos que la concavidad implicaba que el agente suaviza el consumo *en el tiempo*
- Implica también que el agente suaviza el consumo *entre estados de la naturaleza*

Otra aplicación: la prima de las acciones

- Dos activos:
  - Uno da un interés r <u>seguro</u>
  - El otro da un interés R aleatorio
- El arbitraje implica

$$U(r) = EU(R)$$

$$r = U^{-1}\left[EU(R)\right]$$

Otra aplicación: la prima de las acciones

- Por lo tanto la premia de riesgo es

$$\pi = E[R] - r = E[R] - U^{-1}\left[EU(R)\right]$$

- La premia es positiva si utilidad concava

Enigma de la premia de las acciones

- Prescott (Nodel, 2004) y Merha
- Se puede explicar la premia de las acciones solo con una aversión al riesgo demasiada alta (25)
- Implica:
  - Prefiero bajar mi consumo un 17% (seguro)
  - Que arriesgarme a un 20% con proba 50%
- Enigma: tema de investigación actual

EL CONSUMO: UNA ¿MARTINGALA?

Riesgo con 2 periodos

- Modelo de Fisher con 2 periodos
- Diferencia:
  - El ingreso en el segundo periodo es estocástico
  - Sea *F* la distribución de este ingreso
- Consumidor maximiza utilidad esperada

Riesgo con 2 periodos

- El consumidor maximiza

$$U = u(c_0) + E_0\left\{\beta u(c_1)\right\}$$

- Bajo la restricción

$$y_0 + \frac{1}{1+r} y_1 \geq c_0 + \frac{1}{1+r} c_1$$

$$y_1 \text{ es estocástico}$$

Riesgo con 2 periodos

- El lagrangiano:

$$L = u(c_0) + \beta E_0 u(c_1)$$
$$+\int \lambda\left(y_1\right)\left(y_0 + \frac{1}{1+r}y_1 - c_0 - \frac{1}{1+r}c_1\right)dy_1$$

Riesgo con 2 periodos

- Condiciones de primer orden:

$$u'(c_0) - \int \lambda\left(y_1\right)dy_1 = 0$$

$$\beta E_0\left[u'(c_1)\right] - \int \frac{\lambda\left(y_1\right)}{1+r}dy_1 = 0$$

- Por lo tanto,

$$\boxed{u'(c_0) = \left(1+r\right)\beta E_0\left[u'(c_1)\right]}$$

Riesgo con T+1 periodos

- Con más 2 periodos tenemos:

$$u'(c_t) = (1+r)\beta E_t[u'(c_{t+1})]$$

- Ejemplo: utilidad cuadrática y $1+r = 1/\beta$

$$u(c_t) = c_t - \frac{a}{2}c_t^2$$

Martingala

- Con utilidad cuadrática y $1+r = 1/\beta$:

$$1 - ac_t = E_t\left[1 - ac_{t+1}\right]$$

- De manera equivalente,

$$c_t = E_t\left[c_{t+1}\right]$$

- Resultado se debe a Hall (1978)

Martingala

- Agente suaviza el consumo basándose en sus anticipaciones
- Para ello explota toda la información que tiene
- Si no lo hiciese, no estaría optimizando
- Test de Hall (1978): información pasada no explica consumo futuro
- Controversia: no vuelve el consumo a un valor « normal »

EL AHORRO DE PRECAUCIÓN

Críticas sobre la teoría de Hall

- El riesgo no juega mucho papel con utilidad cuadrática
- Con utilidad cuadrática:

$$u'(c_t) = (1+r)\beta E_t\left[u'(c_{t+1})\right]$$
$$\Rightarrow c_t = E_t\left[c_{t+1}\right]$$

- Querríamos que más riesgo implique más ahorro

Ahorro de precaución

- Para que aumente el ahorro, necesitamos que más riesgo implique

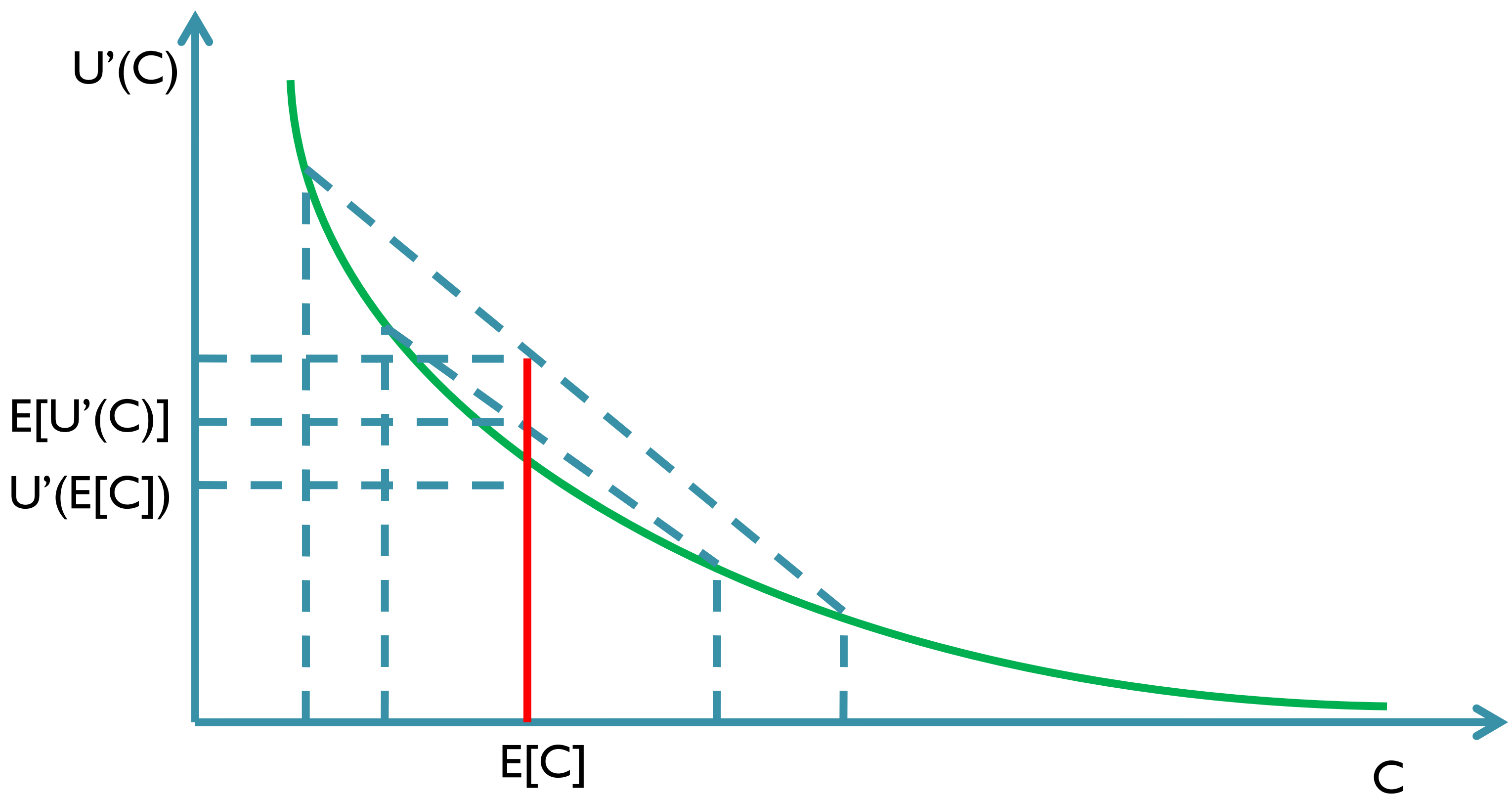
$$E_t\left[u'(c_{t+1})\right]\nearrow \Rightarrow u'(c_t)\nearrow \Rightarrow c_t \searrow$$

- En efecto, recuerden

$$u'(c_t) = (1+r)\,\beta E_t\left[u'(c_{t+1})\right]$$

Ahorro de precaución

- Utilidad marginal convexa:



Ahorro de precaución

- Se dice que un consumidor es prudente si

$$u'''(c) > 0!!!$$

- Medidas similares a la aversión al riesgo:
  - Coeficiente absoluto de prudencia
  - Coeficiente relativo de prudencia

$$-\frac{u'''(c)}{u''(c)} \text{ y } -\frac{u'''(c)}{u''(c)}c$$

RESTRICCIÓN DE CRÉDITO

El modelo de Fisher con restricción de crédito

- El consumidor maximiza

$$U = u(c_1) + \beta u(c_2)$$

- Tal que

$$y_1 = c_1 + s$$

$$y_2 + s\left(1 + r\right) = c_2$$

- Para simplificar, no hay riesgo

Restricción de crédito

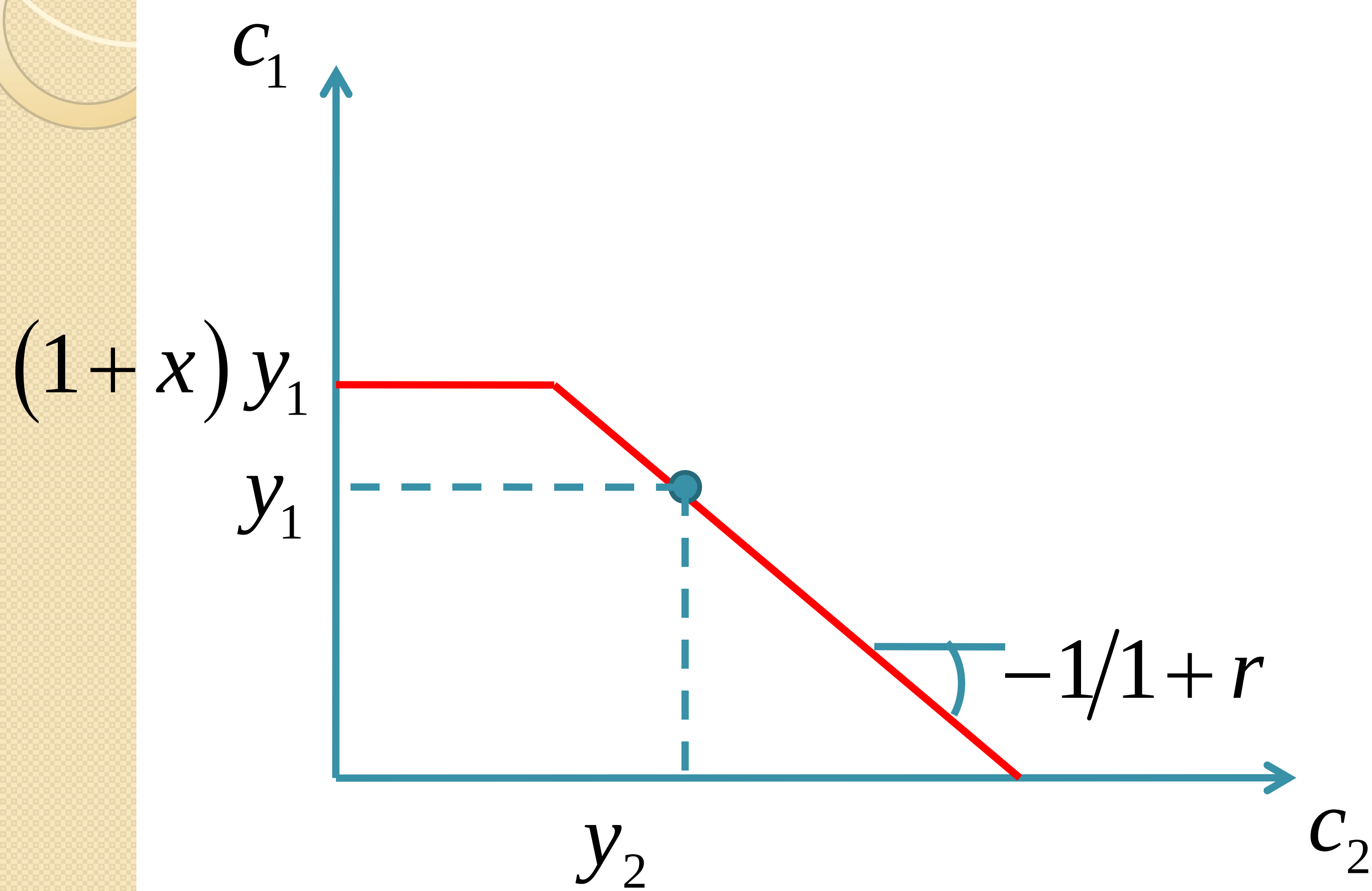
- Pero imponemos además

$$s \geq -xy_1,\; x \in (0,1)$$

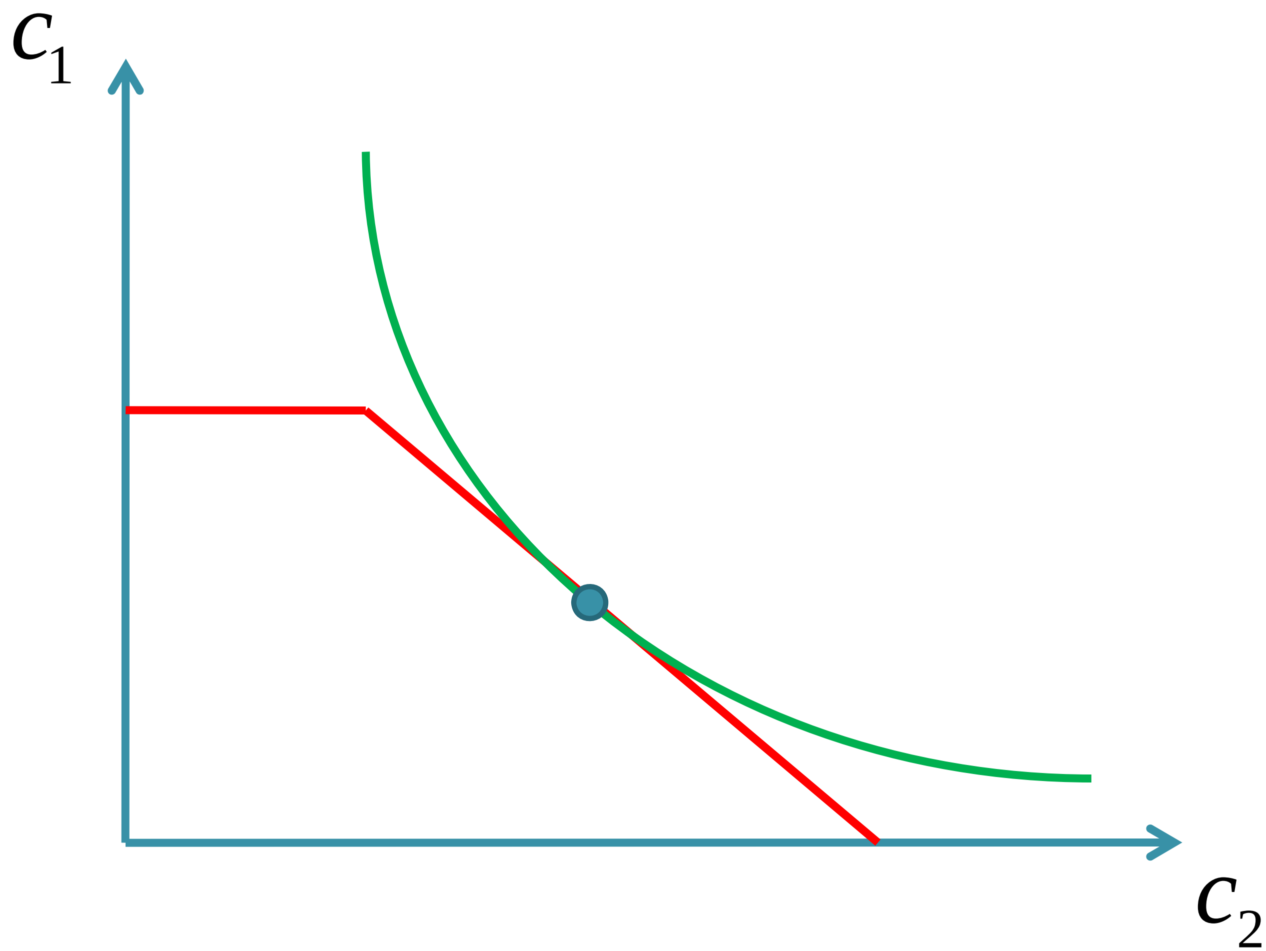
- Esto equivale a

$$c_1 \leq \left(1 + x\right) y_1$$

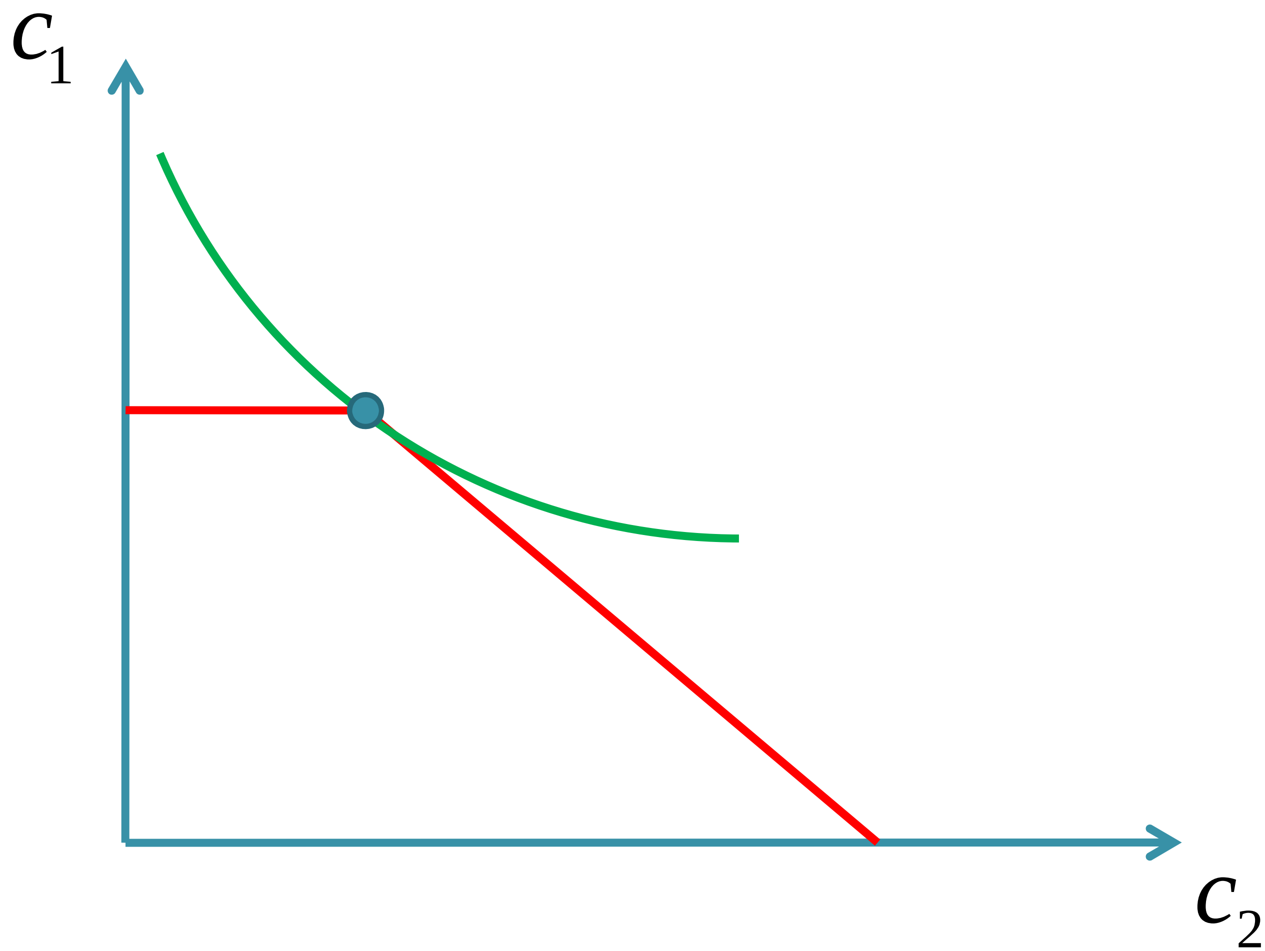
Restricción presupuestaria



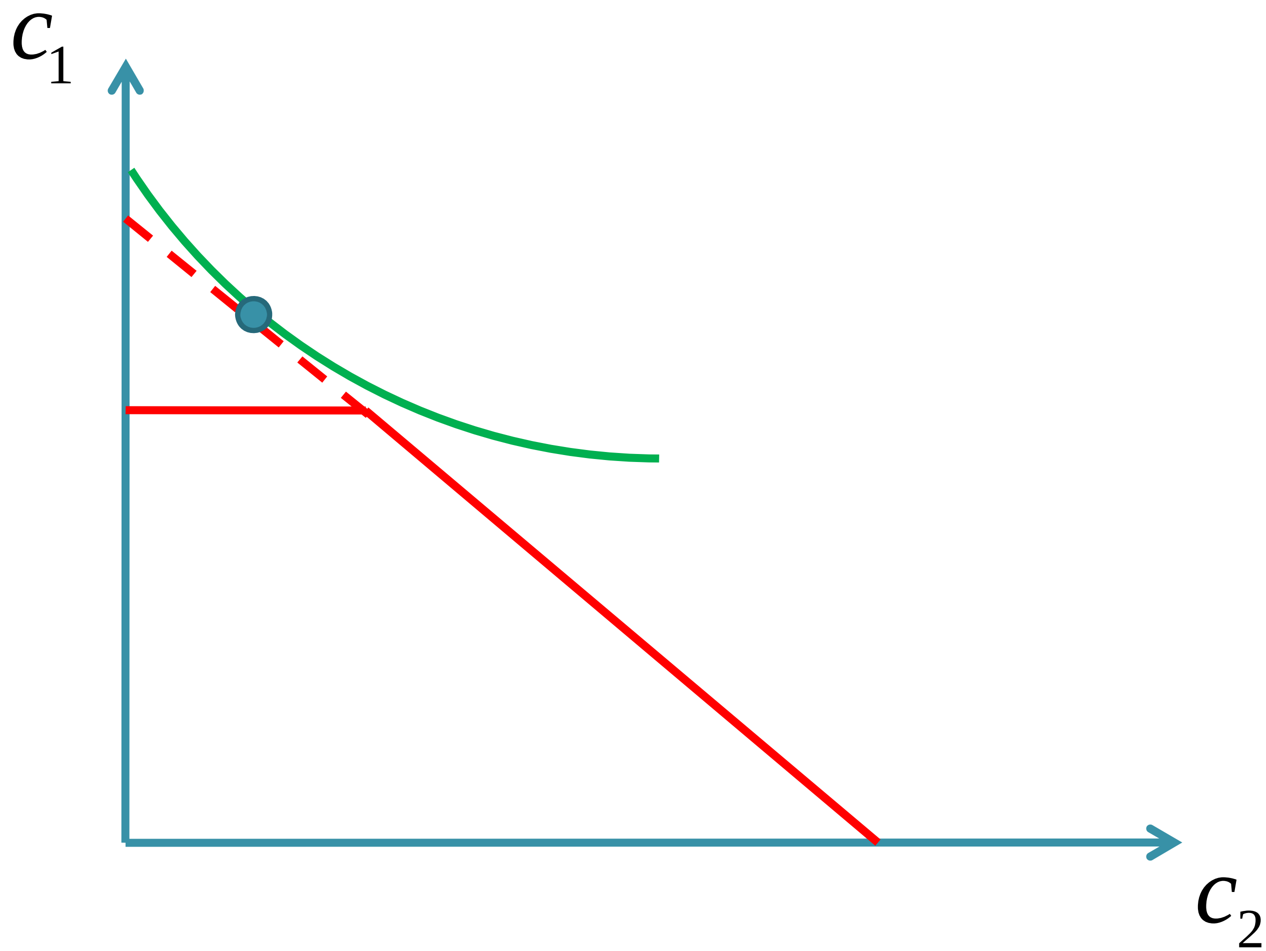
Restricción presupuestaria



Restricción presupuestaria



Restricción presupuestaria



Restricción de crédito

- Supongamos $1+r = 1/\beta$
- Sin restricción, tendríamos

$$\frac{u'(c_1)}{\beta u'(c_2)} = 1 + r \Rightarrow c_1 = c_2$$

- Sin embargo, puede que

$$c_1 = (1+x)\,y_1 < c_2$$

Conclusión

- Restricción de crédito pueden explicar vollatilidad alta del consumo
- Importancia de las recesiones
- Contradice el resultado de Hall (1978)