

Nombre :

Apellidos :

Curso IN41-B

Prof. Alexandre Janiak

Control 1: 29 de agosto del 2008

Por favor apunte ya su nombre en todas las páginas del control.

Parte 1: (15%)

De dos interpretaciones posibles de la q de Tobin que se han visto en clase.

Una primera interpretación de la q es la siguiente: q corresponde al valor marginal de una unidad de capital, es decir es el valor actualizado de todos los beneficios marginales que se anticipan en el futuro para la empresa (que se obtendrán con esa unidad de capital). Por lo tanto si hubiese un mercado en el cual se intercambiasen acciones de esa empresa, cada acción se compraría a un precio q en el equilibrio.

Una segunda interpretación es que q corresponde al ratio del valor de una unidad de capital dentro de la empresa (q) sobre su costo de reemplazamiento (que era 1 en el modelo que vimos en clase), es decir el valor de una unidad de capital fuera de la empresa. Por lo tanto, el valor de q nos define los incentivos para invertir de la empresa: si $q > 1$, la empresa invierte puesto que el valor del capital es mayor dentro de la empresa y si $q < 1$, la empresa vende su capital.

Parte 2: (15%)

Entre los diferentes métodos que un economista puede utilizar para calcular el componente cíclico de una serie, por ejemplo el PIB real, puede simplemente calcular las diferencias de los logaritmos. Este se aproxima a una tasa de crecimiento. De dos críticas a este método, basándose en lo que ha visto en clase.

Una primera crítica es la siguiente: al tomar diferencias, uno va a amplificar las frecuencias altas de una serie de tiempo y así agregar más ruido al ciclo.

Una segunda crítica es que, como las diferencias utilizan datos en t y $t - 1$ y no consideran información en $t + 1$, este filtro es asimétrico, lo cual implica que los ciclos no van a ser sincronizados con otras variables no filtradas.

Parte 3: (25%)

Pregunta 1 (20%)

Recientemente el Banco Central chileno subió su tasa de interés. Eso suele tener como consecuencia que suban también los tipos de interés que se aplicaban en los bancos comerciales. Basándose en la teoría que ha visto en clase, discute como este cambio podría afectar al ahorro. En particular, discute la situación de varios agentes como son los jóvenes (alrededor de 25 años), las personas de "edad

Nombre :

Apellidos :

mediana" (alrededor de 40 años) y los jubilados. Justifique su respuesta. Se ruega referirse a efectos de renta y sustitución en su análisis.

Dos efectos determinan el impacto de un alza de la tasa de interés sobre el ahorro. El primero, el efecto de sustitución, implica que un alza del tipo de interés implica un aumento del ahorro: cuando sube la tasa de interés, el consumo en el segundo periodo se vuelve relativamente menos caro, por lo que sube el ahorro. El segundo efecto, el efecto renta, nos dice que el impacto de un alza de la tasa de interés depende de si el consumidor está ahorrando o está pidiendo un préstamo: si está ahorrando, su ahorro valdrá más en el segundo periodo, por lo tanto no necesita ahorrar tanto para consumir en el segundo periodo, por lo que baja el ahorro y si le están prestando, ocurre lo contrario. La combinación de todos esos efectos determina cual es el efecto final de la tasa de interés sobre el ahorro.

Por ejemplo, en caso de una persona joven que anticipa ingresos más altos en el futuro, esa persona suele ser una a la cual se presta dinero. En este caso, el efecto sustitución y el efecto renta van en la misma dirección: sube su ahorro cuando sube la tasa de interés.

Para una persona de edad mediana, su ahorro suele ser nulo, por lo que solo tenemos un efecto de sustitución: sube su ahorro cuando sube la tasa de interés.

En el caso de los jubilados, están desahorrando, por lo tanto el efecto es indeterminado puesto que los efectos de renta y sustitución van en sentidos contrarios.

Pregunta 2 (5%)

Explique ahora cómo el alza de la tasa de interés afectaría la inversión, basándose en la teoría que ha visto en clase. Justifique su respuesta.

Una tasa de interés mayor implica un costo de oportunidad del capital mayor. En efecto, si una empresa se gasta un peso en activos financieros, obtiene un ingreso igual a uno más la tasa de interés. Por lo tanto, al aumentar la tasa de interés aumentan los ingresos que obtendría en el mercado financiero. Puesto que los ingresos que obtendría invirtiendo no dependen de la tasa de interés, el beneficio relativo de comprar activos financieros aumenta cuando sube el tipo de interés. Eso implica un mayor costo de oportunidad del capital. Como consecuencia, una mayor tasa de interés implica una menor inversión puesto que los incentivos para invertir son menores.

Parte 4: (45%)

Un consumidor vive dos periodos y su función de utilidad es

$$U = u(c_1) + \beta Eu(c_2)$$

donde c_1 y c_2 son los niveles de consumo de los períodos 1 y 2 respectivamente, $\beta \in (0,1)$ traduce la preferencia por el consumo presente y tenemos también

$$u'(\cdot) > 0 ; u''(\cdot) < 0.$$

Nombre :

Apellidos :

El ingreso del consumidor es y_1 en el primer periodo y y_2 en el segundo. Se conoce y_1 con certeza, mientras que y_2 es estocástico. En particular, y_2 sigue una distribución normal con media \bar{y} y varianza σ^2 .

Los mercados financieros son perfectos y por lo tanto el consumidor puede transferir recursos a través del tiempo ahorrando o pidiendo un préstamo. La tasa de interés que se aplica en ambos casos es r . Utilizaremos la notación S para hablar del ahorro del consumidor en el primer periodo.

Pregunta 1 (5%)

Muestre que la restricción intertemporal del consumidor se puede escribir como

$$y_1 + \frac{1}{1+r}y_2 \geq c_1 + \frac{1}{1+r}c_2$$

Explique esta ecuación.

Para obtener esta restricción, nos basamos en las dos ecuaciones siguientes:

$$y_1 = S + c_1$$

$$y_2 + (1+r)S \geq c_2$$

La primera ecuación nos dice que el ingreso del primer periodo es igual ahorro más el consumo en el primer periodo (el ahorro puede ser negativo, en tal caso se consumiría más de lo que se gana). La segunda ecuación nos dice que la riqueza en el segundo periodo tiene que ser mayor o igual que el consumo en este periodo. Esa riqueza es la suma del ingreso en el segundo periodo más lo que se ha ahorrado en el primer periodo con los intereses que le corresponde (suponemos que el consumidor no puede morir endeudado).

La primera ecuación implica que $S = y_1 - c_1$, por lo cual tenemos si reemplazamos en la segunda ecuación:

$$y_2 + (1+r)(y_1 - c_1) \geq c_2$$

Reordenando los términos de esta ecuación uno obtiene la restricción intertemporal del consumidor:

$$y_1 + \frac{1}{1+r}y_2 \geq c_1 + \frac{1}{1+r}c_2$$

En esta ecuación, el término de la izquierda corresponde al *valor actualizado* de los ingresos del consumidor, mientras que el término de la derecha se refiere al valor actualizado de los consumo. Por “valor actualizado” nos referimos a un indicador sintético que resuma toda la información en términos de ingreso (o consumo) que el consumidor obtiene a lo largo de su vida, el cual incluye también un factor de descuento (aquí el término $\frac{1}{1+r}$) que permite comparar el ingreso (o consumo) de ambos periodos. Este factor de descuento corresponde al precio relativo del consumo en el segundo periodo con respecto al primer periodo.

Nombre :

Apellidos :

Pregunta 2 (10%)

Plantee el problema del consumidor, escribe el lagrangiano correspondiente y muestre que la condición de primer orden se puede escribir como

$$\frac{u'(c_1)}{\beta E\{u'(c_2)\}} = 1 + r$$

Interprete esta ecuación. ¿Cómo se llama el término de la izquierda? ¿Por qué el término de derecha es un precio relativo?

El consumidor maximiza la utilidad siguiente

$$U = u(c_1) + \beta E u(c_2)$$

bajo la restricción

$$y_1 + \frac{1}{1+r} y_2 \geq c_1 + \frac{1}{1+r} c_2$$

donde y_2 sigue una distribución normal con media \bar{y} y varianza σ^2 . Para resolver este problema, escribimos el lagrangiano siguiente:

$$L = u(c_1) + \beta E u(c_2) + \int \lambda_y \left\{ y_1 + \frac{1}{1+r} y - c_1 - \frac{1}{1+r} c_2 \right\} dy$$

Las condiciones de primer orden son

$$u'(c_1) - \int \lambda_y dy = 0$$

$$\beta E u'(c_2) - \int \frac{\lambda_y}{1+r} dy = 0$$

Combinando esas dos ecuaciones uno obtiene

$$\frac{u'(c_1)}{\beta E\{u'(c_2)\}} = 1 + r$$

El término de la izquierda es la *tasa marginal de sustitución intertemporal* mientras que el término de la derecha es el precio relativo del consumo en el primer periodo con respecto al consumo en el segundo periodo. Se trata de un precio relativo porque, con una unidad de dinero en el primer periodo, uno puede comprar una unidad de bien de consumo en el primer periodo o ahorrarla para conseguir $1+r$ unidades de dinero en el segundo periodo y así consumir $1+r$ unidades de bien de consumo en el segundo periodo. Por lo tanto cada unidad de bien en el primer periodo es comparable con $1+r$ unidades en el segundo periodo.

Pregunta 3 (5%)

Nombre :

Apellidos :

Supongamos que la función de utilidad del consumo en cada periodo se escribe

$$u(c) = c - \frac{a}{2}c^2$$

Calcule los coeficientes (absolutos) de aversión al riesgo y de prudencia. Interprete el valor de cada uno y deduzca el tipo de comportamiento que tiene el consumidor en términos de aversión al riesgo y de prudencia.

El coeficiente de aversión al riesgo se calcula de la manera siguiente:

$$-\frac{u''(c)}{u'(c)} = -\frac{-a}{1-ac} = \frac{a}{1-ac} > 0$$

En la expresión arriba, suponemos que $ac < 1$. El coeficiente nos indica que el consumidor es adverso al riesgo y cuando el consumo aumenta de una unidad su utilidad marginal disminuye del $\frac{a}{1-ac}\%$.

El coeficiente de prudencia se calcula de la manera siguiente:

$$-\frac{u'''(c)}{u''(c)} = -\frac{0}{-a} = 0$$

El coeficiente nos indica que el consumidor no es prudente puesto que la segunda derivada de utilidad no varía cuando varía su consumo.

Pregunta 4 (10%)

Calcule el ahorro del consumidor en caso de que $\beta = \frac{1}{1+r}$. ¿Cuál es el efecto de un aumento de α y de σ sobre el ahorro? Explique el resultado. Se puede basar en su respuesta a la pregunta 3 para contestar a esa pregunta.

Dada la condición de Euler de la pregunta 2 y el supuesto bajo el cual $\beta = \frac{1}{1+r}$, podemos escribir:

$$\frac{1 - ac_1}{E\{1 - ac_2\}} = 1$$

Por lo tanto, tenemos

$$c_1 = E\{c_2\}$$

Reemplazando por el ahorro:

$$y_1 - S = E\{y_2 + (1+r)S\}$$

Por lo tanto,

$$S = \frac{y_1 - \bar{y}}{2+r}$$

Nombre :

Apellidos :

El ahorro no depende ni de a y tampoco de σ porque el consumidor no es prudente. Por lo tanto, no tiene comportamiento de precaución, es decir, aunque el consumidor es adverso al riesgo, mayor riesgo (reflejado con un mayor σ) y mayor aversión al riesgo (reflejado con un mayor a) no afecta el ahorro.

Pregunta 5 (5%)

Supongamos ahora que la función de utilidad del consumo en cada periodo se escribe

$$u(c) = -\frac{e^{-ac}}{a}$$

Calcule los coeficientes (absolutos) de aversión al riesgo y de prudencia. ¿En qué se diferencia de lo anterior el comportamiento del consumidor en términos de aversión al riesgo y de prudencia?

El coeficiente de aversión al riesgo se calcula de la manera siguiente:

$$-\frac{u''(c)}{u'(c)} = -\frac{-ae^{-ac}}{e^{-ac}} = a > 0$$

El coeficiente nos indica que el consumidor es adverso al riesgo y cuando el consumo aumenta de una unidad su utilidad marginal disminuye del $a\%$.

El coeficiente de prudencia se calcula de la manera siguiente:

$$-\frac{u'''(c)}{u''(c)} = -\frac{a^2e^{-ac}}{-ae^{-ac}} = a$$

El coeficiente nos indica que el consumidor es prudente y cuando el consumo aumenta de una unidad la segunda derivada de su utilidad aumenta del $a\%$.

Se diferencia el comportamiento del consumidor con respecto a lo anterior por el hecho de que se trata de un consumidor prudente, por lo cual (parte de) su ahorro se puede explicar por un comportamiento de precaución.

Pregunta 6 (10%)

Si X es una variable aleatoria que sigue una distribución normal con media \bar{x} y varianza σ^2 , entonces la esperanza de e^{-aX} es $e^{-a\bar{x} + \frac{a^2}{2}\sigma^2}$. Aplicando esta fórmula y suponiendo que $\beta = \frac{1}{1+r}$, calcule el ahorro del consumidor como función de los otros parámetros. ¿Cuál es el efecto de un aumento de a y de σ sobre el ahorro? Explique el resultado. Se puede basar en su respuesta a la pregunta 5 para contestar a esa pregunta.

Dada la condición de Euler de la pregunta 2 y el supuesto bajo el cual $\beta = \frac{1}{1+r}$, podemos escribir:

$$-ae^{-ac_1} = E\{-ae^{-ac_2}\}$$

Nombre :

Apellidos :

Por lo tanto, tenemos

$$e^{-ac_1} = E\{e^{-ac_2}\}$$

Reemplazando por el ahorro:

$$e^{-a(y_1 - S)} = E\{e^{-a(y_2 + (1+r)S)}\}$$

Por lo tanto, utilizando la fórmula según la cual $E\{e^{-ay_2}\} = e^{-a\bar{y} + \frac{a^2}{2}\sigma^2}$, tenemos

$$e^{-a(y_1 - S)} = e^{-a(1+r)S} e^{-a\bar{y} + \frac{a^2}{2}\sigma^2}$$

Por lo tanto,

$$S = \frac{y_1 - \bar{y} + \frac{a}{2}\sigma^2}{2 + r}$$

Un aumento de a implica un aumento de la prudencia, por lo cual aumenta el ahorro. Mayor riesgo (reflejado por un aumento de σ) implica mayor ahorro porque el consumidor no es prudente.