DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
UNIVERSIDAD DE CHILE

Profesor: Fernando Ordóñez P.
Semestre: Primavera 2008
Fecha: 17 de Octubre de 2008

IN47B Ingeniería de Operaciones
Control N^{o}2 - GUIA

Problema 1 (50 %)

1. (10 %) Considere una cadena de suministros.
   a) Describa brevemente 3 factores que influencian la variabilidad en la cadena de suministros
   Sol: La variabilidad es influenciada por: ordenes en grupo (bulk), precios o ofertas que aumenten la demanda, falta de suministro o quiebre de stock.
   b) Explique que ocurre con la variabilidad en una cadena de suministros
   Sol: La variabilidad aumenta a medida que uno sube en la cadena. Es decir a medida que uno se aleja de la demanda exogena. Esto aumenta por que las decisiones intermedias en la cadena no se fijan en el costo globar para el sistema.
   c) Explique las siguientes desigualdades:

$$\frac{\mathrm{Var}(Q^k)}{\mathrm{Var}(D)} \geq 1+2\frac{\sum_{i=1}^k L_i}{P}+2\frac{\left(\sum_{i=1}^k L_i\right)^2}{P^2} \quad \text{y} \quad \frac{\mathrm{Var}(Q^k)}{\mathrm{Var}(D)} \geq \Pi_{i=1}^k \left(1+2\frac{L_i}{P}+2\frac{L_i^2}{P^2}\right)$$

   Sol: La expresion de la izquierda corresponde con la situacion en que la cadena es operada coordinadamente. El caso $k=1$ se refiere a un solo paso en la cadena donde L_1 es el tiempo de reposicion y P es el largo del periodo. Si esta la cadena coordinada entonces el tiempo de reposicion en el paso k es $\sum_{i=1}^k L_i$ y el numero de periodos es P. La equacion de la derecha se refiere al caso en que la cadena esta descentralizada. El caso centralizado es claramente menor.
2. (6 %) Describa como se relacionan la red logística y la cadena de suministros
   Sol: Una parte de una cadena de suministros puede ser la red logística. En la cadena de suministros tambien se consideran actores de producción, distribución y de ventas. La parte de distribución se puede representar como una red logistica.
3. (7 %) Explique la diferencia entre la administración de la cadena de suministros y el revenue management.

Sol: en la administracion de la cadena se desea reducir los costos. Mientras que en la gestion de ingresos se busca aumentar los ingresos. Hay slogans: cadena de suministros: entregar el producto correcto en el momento correcto al lugar correcto al menor costo. Mientras que para revenue management: entregar el producto correcto en el momento correcto al lugar correcto y al precio correcto de forma de maximar los ingresos.

4. (10 %) Explique por que en una cadena de suministros los productores estan en conflicto con los distribudores y bodegas. Indique cuales son los objetivos de los distintos agentes y por que se afectan.
   Sol: Ambos agentes en la cadena de suministros desean reducir costos. Esto significa que el productor desea recibir ordenes de los distintos productos que sean grandes y predecibles, por lo que desearia que aguas abajo alguien almacene producto y pida cuando tiene que restock el inventario. La bodega y distribucion prefiere un sistema sin inventario donde las ordenes viajan por los caminos minimos de productor a demanda.
5. (7 %) ¿Cuando combiene resolver un problema de minimización lineal con generación de columnas? Justifique su respuesta.
   Sol: Cuando el numero de variables es muy grande y es posible encontrar la variable no basica que tiene el menor costo reducido eficientemente.
6. (10 %) Explique como ocuparia relajación Lagrangeana para abordar la siguiente formulación de un problema de programación binario:
   $$\min c^T x \mid Ax = b,\ 0 \leq x \leq 1,\ x_i^2 - x_i = 0 \text{ para todo } i\ .$$
   Describa las ventajas y desventajas del camino tomado.
   Sol: Podemos relajar las restricciones no lineales ocupando un multiplicador no acotado en signo. Obtenemos el siguiente problema de relajacion Lagrangeana:
   $$\begin{array}{ll} \min & c^T x + \sum_i \lambda_i (x_i^2 - x_i) \\ \text{s.t.} & Ax = b \\ & 0 \leq x \leq 1 \end{array}$$
   Este es un problema con objetivo quadratico, que puede ser convexo o concavo o indefinido, dependiendo del signo de de los multiplicadores λ. Asi que puede ser complicado resolverlo. Como la relajacion es un problema lineal, entonces la cota entregada por el Lagrangeano no puede ser mejor que la relajacion lineal al problema.

Problema 2 (50 %)

Queremos encontrar la mejor ubicación para abrir D centros de distribución de productos cada uno con capacidad K. Estos centros de distribución son seleccionados entre un total de n ubicaciones posibles. Una vez abiertos los D centros, estos abasteceran una demanda distribuida en m puntos distintos, cada punto tiene una demanda Q_j que puede ser satisfecha desde mas de un centro de distribución. Suponemos ademas que d_{ij} es la distancia entre el centro de distribución i y el punto de demanda j (donde $i \in \{1, \ldots, n\}$ y $j \in \{1, \ldots, m\}$).

1. (10 %) Escriba un problema de optimización mixto para encontrar la ubicación de D centros de distribución que minimiza el tiempo total viajado para satisfacer toda la demanda.
   Sol:

$$\begin{array}{ll} \text{mín} & \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} d_{ij}y_{ij} \\ \text{s.t.} & \sum_{i\in n} x_i = D \\ & \sum_{i=1}^{n} f_{ij} \geq Q_j \\ & \sum_{j=1}^{m} f_{ij} \leq K \\ & f_{ij} \leq Ky_{ij} \\ & y_{ij} \leq x_i \\ & x_i, y_{ij} \in \{0,1\} \\ & f_{ij} \geq 0 \end{array}$$

2. (10 %) Escriba un problema de relajación Lagrangeana que desvincule las variables enteras y las continuas. ¿Como resuelve los subproblemas?
   Sol Para todo $\mu \in \mathfrak{R}^m$ podemos escribir:

$$\begin{array}{ll} \text{mín} & \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} d_{ij}y_{ij} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} \mu_{ij}(f_{ij} - Ky_{ij}) \\ \text{s.t.} & \sum_{i\in n} x_i = D \\ & \sum_{i=1}^{n} f_{ij} \geq Q_j \\ & \sum_{j=1}^{m} f_{ij} \leq K \\ & y_{ij} \leq x_i \\ & x_i, y_{ij} \in \{0,1\} \\ & f_{ij} \geq 0 \end{array}$$

   Para cada μ este es un problema en que las variables continuas f y las variables discretas x, y ya no estan relacionadas. Podemos escojer los D x_i de la siguiente manera, para cada i calculamos $v_i = \sum_{j\in S_i} d_{ij} - K\mu_{ij}$, donde $S_i = \{j \mid d_{ij} - K\mu_{ij} < 0\}$. Hacemos $x_i = 1$ para los D menores v_i y $y_{ij} = 1$ para todos los $j \in S_i$. Para encontrar los f se tiene que resolver el siguiente problema lineal

$$\begin{array}{ll} \text{mín} & \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} \mu_{ij} f_{ij} \\ \text{s.t.} & \sum_{i=1}^{n} f_{ij} \geq Q_j \\ & \sum_{j=1}^{m} f_{ij} \leq K \end{array}$$

3. (10 %) Escriba el problema y su relajación Lagrangeana cuando $m = 3$, $n = 3$, $D = 2$, $K = 50$, $Q_1 = 30$, $Q_2 = 20$, $Q_3 = 25$. Ademas $d_{11} = 10$, $d_{12} = 8$, $d_{13} = 10$, $d_{21} = 8$, $d_{22} = 9$, $d_{23} = 12$, $d_{31} = 12$, $d_{32} = 10$, y $d_{33} = 15$.

Sol:

$$\begin{array}{ll} \text{mín} & (10-50\mu_{15})y_{15}+(8-50\mu_{14})y_{14}+(10-50\mu_{13})y_{13}+ \\ & (12-50\mu_{25})y_{25}+(9-50\mu_{24})y_{24}+(8-50\mu_{23})y_{23}+ \\ & (12-50\mu_{35})y_{35}+(10-50\mu_{34})y_{34}+(15-50\mu_{33})y_{33}+\sum_{ij}\mu_{ij}f_{ij} \\ \text{s.t.} & \sum_{i=1}^{3}x_i=2 \\ & f_{13}+f_{14}+f_{15}\leq 50 \\ & f_{23}+f_{24}+f_{25}\leq 50 \\ & f_{33}+f_{34}+f_{35}\leq 50 \\ & f_{15}+f_{25}+f_{35}\geq 25 \\ & f_{14}+f_{24}+f_{34}\geq 20 \\ & f_{13}+f_{23}+f_{33}\geq 30 \\ & y_{ij}\leq x_i \\ & x_i,y_{ij}\in\{0,1\},\ f_{ij}\geq 0 \end{array}$$

4. (10 %) Haga una iteración del método del subgradiente para resolver el dual Lagrangeano para el problema encontrado en (c). Para esto, resuelva el problema de relajación Lagrangeana cuando el multiplicador de Lagrange es $\mu=0$. Luego actualize el vector de multiplicadores ocupando el método de optimización subgradiente con un largo de paso $\theta_1=1/2$.
Sol: La solucion con $\mu=0$ es $x_1=x_2=1$, y $x_3=0$ con $y_{ij}=0$ para todo ij ya que todos los coeficientes son positivos. Para la parte del problema con f, cualquier valor de f es optimo ya que la funcion objetivo es 0. Por ejemplo $f_{13}=30$, $f_{14}=20$, e $f_{25}=25$ con el resto =0 es factible por ende optima.
Para actualizar los multiplicadores se debe ocupar:

$$\mu'_{ij}=\mu_{ij}+\theta(f_{ij}-Ky_{ij})$$

Que en este caso corresponde a:

$$(\mu')^T=1/2(30,20,0,0,0,25,0,0,0)$$

5. (10 %) ¿Como puede encontrar cotas superiores e inferiores para la funcion objetivo del problema original?
Sol: el valor optimo del problema en la parte 3. es una cota inferior al problema total. Si ocupamos la solucion optima encontrada en la parte 4. tenemos que una solucion optima (cuando $\mu=0$ vale 0). Una solución factible al problema real nos entrega una cota superior. Por ejemplo, si seteamos $y_{13}=y_{14}=y_{25}=1$ para que $f_{ij}\leq Ky_{ij}$ sea factible, entonces podemos setear $x_1=x=2=1$ y dejar $x_3=0$. La solucion f,y,x asi definida es factible y tiene un valor en la funcion objetivo original = 30, que es una cota superior.