

Auxiliar N°7: MA2A2 Cálculo Diferencial e Integral

Profesor: Leonardo Sánchez
Auxiliares: Gonzalo Contador - Germán Ibarra

25 de Septiembre de 2008

Problema 1.- Calcule

$$\int \frac{dx}{x(\ln(x) + \ln^2(x))}$$

Pregunta 2.- (*Sumas de Riemann*) Sea $a_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\ln(n+i) - \ln(n)]$.

- (a) Identifique a_n como una suma de Riemann, determinando la función y la partición involucradas.
- (b) Calcule $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ usando la integral apropiada.

Pregunta 3.- Sea

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{Si } x \text{ es racional} \\ 0 & \text{Si no} \end{cases}$$

- (a) Calcule $S(f, P)$ y $s(f, P)$
- (b) Calcule $\inf_{P \in [a, b]} S(f, P)$

Problema 4.- (*Sumas de Riemann*) Sea $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continua y derivable:

- (a) Se define

$$S_n = \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^n f\left(a + i\left(\frac{b-a}{n}\right)\right) \cdot f'\left(a + i\left(\frac{b-a}{n}\right)\right)$$

Calcule $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$

- (b) Calcule

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\ln \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n \left(1 + \left(\frac{i\pi}{n}\right)^2\right)} \right]$$

Problema 5.- Dada una función continua f , se definen las integrales $A = \int_0^{\pi/2} f(\cos x) dx$, $\int_0^{\pi/2} f(\sin x) dx$

y $C = \int_0^{\pi/2} f(\sin 2x) dx$

- (a) Mediante cambios de variable, demuestre que $A = B = C$
- (b) Se además se sabe que $f(xy) = f(x) + f(y)$, pruebe que $A = \frac{-\pi}{2} f(2)$