FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

PROGRAMA DE CURSO

Código	Nombre
MA2002	Cálculo Avanzado y Aplicaciones
Nombre en Inglés	
Advanced calculus	

SCT	Unidades Docentes	Horas de Cátedra	Horas Docencia Auxiliar	Horas de Trabajo Personal
6	10	3,0	2,0	5,0

Requisitos	Carácter del Curso
MA2601 Ecuaciones Diferenciales Ordinaria MA2001 Cálculo en Varias Variables Requisitos específicos: Cálculo diferencial e integral de funciones de una y varias variables	Obligatorio para todas las especialidades

Resultados de Aprendizaje
Al terminar este curso, el estudiante: • Utiliza e interpreta las variaciones de una función vectorial de variable vectorial, y las aplica para modelar y resolver problemas físicos y geométricos en el sistema de referencia mas conveniente. • Reconoce las ecuaciones en derivadas parciales clásicas y las relaciona con los modelos físicos que las motivan, para ello estará familiarizado con las técnicas clásicas que se utilizan para analizar y resolver esta clase de ecuaciones.

Metodología Docente	Evaluación General
Clases de cátedra expositivas. Clases auxiliares expositivas.	La evaluación consistirá en tres controles y un examen. Para aprobar el curso el alumno debe tener nota de controles superior o igual a cuatro.

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
1	Elementos de Cálculo Vectorial	1.5 semanas

Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
(1/3 semanas) Campos escalares y vectoriales. Representación gráfica: curvas y superficies de nivel, líneas de fuerza o flujo. Campos que derivan de un potencial. Ejemplos: gradiente de temperaturas en un medio conductor de calor, campo de velocidades en un fluido, campo gravitacional. (1/3) Sistemas de coordenadas ortogonales. Triedro de vectores unitarios y factores escalares. Gradiente en coordenadas ortogonales generales, y especialización a coordenadas cilíndricas y esféricas. Potenciales con simetría radial. (1/3) Operadores diferenciales en coordenadas cartesianas: divergencia y rotor de un campo vectorial, Laplaciano de un campo escalar. Identidades que involucran estas operaciones. (1/2) Integración de campos vectoriales: integral de trabajo, o circulación, sobre curvas regulares, e integral de flujo a través de superficies orientables. Definición e interpretación física. Cálculos de circulaciones y flujos por definición.	El estudiante: 1. Reconoce la definición, representación gráfica y ejemplos de campos escalares y vectoriales. 2. Expresa campos vectoriales, y específicamente gradientes, en distintos sistemas de coordenadas. 3. Calcula divergencias, rotores y Laplacianos en coordenadas cartesianas. 4. Utiliza y deduce identidades asociadas a estos operadores. 5. Calcula directamente circulaciones y flujos de campos vectoriales, e interpreta físicamente los resultados.	[4] Capítulo 8. [5] Capítulos 4 y 7.

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
2	Teoremas de Integración de Campos Vectoriales	3 semanas

Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
(1/2) Teorema de la divergencia de Gauss. Demostración para un dominio simétrico. Aplicaciones elementales: cálculo de volúmenes y flujos. (1/2) Teorema de Green en el plano. Teorema de Stokes. Demostraciones en casos simples. Aplicaciones elementales: cálculo de áreas y circulaciones. Teorema de la divergencia en el plano: demostración usando el teorema de Green. (1/2) Caracterizaciones límite e interpretación de la divergencia como densidad volumétrica de flujo y del rotor como densidad superficial de circulación. (1/2) Divergencia y rotor en coordenadas generales. Fórmulas específicas para coordenadas cilíndricas y esféricas. Campos con simetría esférica y cilíndrica. (1/2) Caracterización de campos conservativos. Dominios simplemente conexos y análisis para campos con singularidades. (1/2) Cálculos de circulaciones y flujos aplicando los teoremas de integración. Ley de Gauss. Identidades de Green en el espacio.	El estudiante: 1. Aplica los teoremas e identidades fundamentales de la integración de campos vectoriales. 2. Reconoce la interpretación física de la divergencia y del rotor de campos vectoriales, y saber expresarlos en distintos sistemas de coordenadas. 3. Reconoce el sistema de referencia mas conveniente en una situación dada, de modo tal de explotar particularidades geométricas y emplear ventajosamente los teoremas para el cálculo de circulaciones y flujos. 4. Reconoce campos vectoriales conservativos y sus propiedades. 5. Realiza cálculos asociados a esta clase de campos.	[1] Capítulos 10-12. [4] Capítulo 9. [5] Capítulo 8.

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
3	Funciones de Variable Compleja	3.0 semanas

Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
(1/3) Estructura algebraica y métrica del plano complejo. Lımite y continuidad de funciones complejas. (1/3) Derivada compleja: condiciones de Cauchy-Riemann. Propiedades básicas de la derivada compleja (1/3) Funciones en serie de potencias. Definiciones y propiedades básicas. Ejemplos de funciones en serie de potencias: exponencial, hiperbólicas, trigonométricas, logaritmo y otras. (1/2) Integral en el plano complejo. Definición, propiedades y ejemplos. El teorema de Cauchy-Goursat. (1/2) Fórmula de Cauchy y consecuencias. Desarrollos en serie de Taylor. (1/2) Puntos singulares, polos y residuos. El teorema de los residuos de Cauchy. Series de Laurent. (1/2) Evaluación de integrales via residuos. Integrales de funciones trigonométricas. Integrales impropias sobre dominios no acotados	El estudiante: 1. Reconoce funciones analíticas. 2. Calcula desarrollos de Taylor de funciones analıticas en un disco. 3. Calcula desarrollos de Laurent de funciones analıticas en una corona. 4. Determina polos y singularidades esenciales de una función compleja. 5. Calcula residuos. 6. Calcula integrales de funciones complejas directamente o aplicando el teorema de los residuos de Cauchy. 7. Calcula integrales reales usando variable compleja: integrales definidas de funciones trigonométricas e integrales impropias en intervalos no acotados.	[2] [4] Capítulos 12-16. [9] [11]

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
4	Series y Transformada de Fourier	2 semanas

Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
(1/3) Funciones periódicas en la recta real y seriestrigonométricas. (1/3) Series de Fourier: forma real y compleja. Fórmulas y ejemplos para funciones pares e impares. Expresión para funciones sobre un intervalo arbitrario [*a; b*]. (1/3) Aproximación y teoremas de convergencia; enunciados sin demostración. (1/3) Transformada y antitransformada de Fourier. Teorema de inversión; enunciado sin demostración e interpretación como límite de una serie de Fourier. (1/3) Propiedades fundamentales de la Transformada de Fourier: linealidad, transformada de una derivada y teorema de convolucion. (1/3) -Transformada de funciones pares e impares; transformadas coseno y seno de Fourier. Cálculos de transformadas por definición y usando variable compleja. Tabla de transformadas básicas.	El estudiante: 1. Representa funciones periódicas mediante series de Fourier. 2. Determina los coeficientes de la serie de Fourier de una función, en forma real y compleja. 3. Conoce las propiedades de la convergencia de las series de Fourier. 4. Calcula transformadas de Fourier. 5. Utiliza las propiedades fundamentales de la transformada de Fourier.	[4] Capıtulo 9. [6]

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
5	Ecuaciones en Derivadas Parciales Lineales	1 semana

Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
(1/3) Ecuaciones parabólicas y fenómenos de difusión. Deducción de la ecuación del calor. Expansión de un gas en un medio isótropo. (1/3) Ecuaciones hiperbólicas y fenómenos oscilatorios. Oscilaciones de cuerdas y membranas. Vibraciones longitudinales de una barra. (1/3) Ecuaciones elıpticas y fenómenos estacionarios. Membrana en reposo. Potencial de campo eléctrico. Condiciones iniciales y de borde. Condiciones de Dirichlet, Neumann y mixtas. El principio de superposicion.	El estudiante: 1. Identifica las ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden a derivadas parciales según las categorıas de parabólica, hiperbólica y elıptica. 2. Reconoce las distintas categorıas de ecuaciones en derivadas parciales en diversos modelos de la física. 3. Distingue diversas condiciones de borde e iniciales. 4. Reconoce el principio de superposición para ecuaciones lineales.	[4] Capıtulo 10. [10] Capıtulos 1 y 2.

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
6	Métodos de Resolución de EDPs	2 semanas

Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
(2/3) Separación de variables y series de Fourier. Aplicar la transformada a la resolución de la ecuación del calor en una barra finita: condiciones de borde de tipo Dirichlet, Neumann y mixtas. Ecuación de Laplace en banda semi-infinita y en un rectángulo. Ecuación de ondas para un cuerda finita. Oscilaciones de una membrana rectangular y circular. Oscilaciones forzadas. (2/3) Aplicar la transformada de Fourier a la resolución de EDPs. Ecuación del calor en una barra infinita. Ecuación del calor en una barra semi-infinita.: condiciones en el extremo de tipo Dirichlet y Neumann. Problema de Dirichlet en un semiplano. Funciones de Green y delta de Dirac. (2/3) Aplicar la transformada de Laplace a la resolución de EDPs parabólicas. Problemas de valor inicial para la ecuación del calor unidimensional.	El estudiante: 1. Aplica el método de separación de variables y series de Fourier múltiples a la resolución de las ecuaciones del calor, de ondas y de Laplace. 2. Utiliza la transformada de Fourier para resolver EDPs en dominios no acotados. 3. Utiliza la transformada de Laplace para la resolución de ecuaciones parabólicas en el tiempo.	[4] Capıtulo 11. [6] [10] Capıtulos 4,6,10 y 11

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
7	Tópicos Adicionales de EDPs	1.5 semanas

Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
(1/2) Funciones armónicas conjugadas de dos variables reales. Propiedad de la media y fórmula integral de Poisson. Propiedad de la media para funciones armónicas de varias variables. (1/2) Principio del máximo para funciones armónicas y para la ecuación del calor. Comparación y unicidad para la ecuación de Laplace y el calor. (1/2) Introducción a las leyes de conservación. El problema de Cauchy y la ecuación de transporte lineal. Propagación de singularidades: la ecuación de Burgers y la del tráfico.	El estudiante: 1. Reconoce las propiedades fundamentales de las funciones armónicas en dos y más variables: propiedad de la media y principio del máximo. 2. Utiliza teoremas de comparación para deducir la unicidad de soluciones de EDPs. 3. Deduce leyes de conservación en algunos modelos. 4. Aplica el método de las características para ciertas leyes de conservación.	[7] [10] Capıtulo 3

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
8	Introducción al Cálculo de Variaciones	1 semana

Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
(1/2) Problemas clásicos del cálculo de variaciones en una variable: la braquistocrona y la catenaria. (1/2) Condición necesaria de primer orden: deducción formal de las ecuaciones de Euler-Lagrange. Resolución de problemas geométricos. (1/2) Métodos del cálculo de variaciones en varias variables. Formulación variacional de la ecuación de Laplace y el problema de Dirichlet. Formulación variacional para las ecuaciones del calor y ondas.	El estudiante: 1. Reconoce los problemas clásicos del cálculo de variaciones en una y varias variables. 2. Utiliza las ecuaciones de Euler-Lagrange para resolver algunos problemas geométricos. 3. Formula variacionalmente algunas EDPs clásicas de la f´ısica.	[3] [8]

FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Bibliografía General
(1) T. Apostol, “Calculus”, Reverté, Barcelona, 1973. (2) J.W. Brown y R.V. Churchill, “Variable Compleja y Aplicaciones”, McGraw-Hill, Madrid, 1992. (3) G.M. Ewing, “Cálculo de Variaciones con Aplicaciones”, Dover, 1985. (4) E. Kreyszig, “Matemáticas Avanzadas para Ingenieraıa”, Wiley, México, 2000. Capıtulo 8. (5) J. E. Marsden y A. J. Tromba, “Cálculo Vectorial”, Prentice-Hall Hispanoamericana, México, 1995. (6) P.V. O’Neil, “Matemáticas Avanzadas para Ingenierıa”, Vol. 2, Compañía Editorial Continental, México D.F., 1994. (7) I. Peral, “Primer Curso de EDPs”, Addison-Wesley, UAM, 1995. (8) G.F. Simmons, “Ecuaciones diferenciales: con aplicaciones y notas históricas”, McGraw-Hill, Madrid, 1993. (9) M.R. Spiegel, “Variable Compleja”, Serie de compendios Schaum, McGraw-Hill, M´exico, 1991. (10) H.Weinberger, “Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales : con m´etodos de variable compleja y de transformaciones integrales”, Reverté, Barcelona, 1992. (11) A.D. Wunsch, “Variable Compleja con Aplicaciones”, Addison-Wesley Iberoamericana, Buenos Aires, 1997.

Vigencia desde:	Primavera 2006
Elaborado por:	Felipe Alvarez
Revisado por:	Axel Osses 2009 Área de Desarrollo Docente