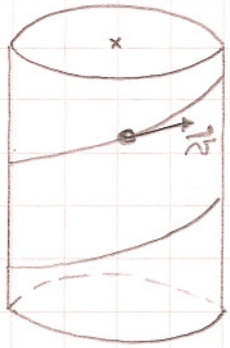
GABRIEL CUBIAS
AUX. FI21A



CLARAMENTE ESTE PROBLEMA TIENE SIMETRÍA CILÍNDRICA, POR LO TANTO ESE SISTEMA ES EL QUE MÁS CONVIENE PARA APLICAR:

$$\vec{r} = \rho\hat{\rho} + z\hat{z}$$
$$\vec{v} = \dot{\rho}\hat{\rho} + \rho\dot{\theta}\hat{\theta} + \dot{z}\hat{z}$$
$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\hat{\rho} + (\rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta})\hat{\theta} + \ddot{z}\hat{z}$$

COMO SABEMOS QUE LA PARTÍCULA SE MUEVE EN EL MANTO, SE TIENE QUE:

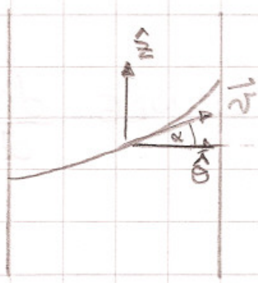
$$\rho = R \Rightarrow \dot{\rho} = \ddot{\rho} = 0$$

$\Rightarrow$ (1) $\vec{r} = R\hat{\rho} + z\hat{z}$

(2) $\vec{v} = R\dot{\theta}\hat{\theta} + \dot{z}\hat{z}$

(3) $\vec{a} = -R\dot{\theta}^2\hat{\rho} + R\ddot{\theta}\hat{\theta} + \ddot{z}\hat{z}$

ADEMÁS, SI MIRAMOS ESTE PROBLEMA SEGÚN UN PLANO FRONTAL A LA PARTÍCULA, NOS DAMOS CUENTA QUE:



PODEMOS NOTAR QUE LA PARTÍCULA POSEE UNA VELOCIDAD QUE FORMA UN ÁNGULO α CON RESPECTO A LA HORIZONTAL Y A SU VEZ ES SIMPLE DARSE CUENTA QUE:

$$\vec{v} = v_\theta\hat{\theta} + v_z\hat{z}$$

DONDE:

$$v_\theta = |\vec{v}|\cos\alpha$$
$$v_z = |\vec{v}|\sin\alpha$$

PERO ADEMAS SABEMOS POR ENUNCIADO QUE:

$$|\vec{v}| = v(t)$$

POR LO TANTO

(1) $R\dot{\theta} = v(t)\cos\alpha$

(2) $\dot{z} = v(t)\sin\alpha$

ASÍ DESPEJANDO $\dot{\theta}$ y $\dot{z}$:

$$\boxed{\dot{\theta} = \frac{v(t)\cos\alpha}{R}}$$

$$\boxed{\dot{z} = v(t)\sin\alpha}$$

POR LO TANTO:

$$\boxed{\vec{v} = v(t)\left[\cos\alpha\,\hat{\theta} + \sin\alpha\,\hat{z}\right]}$$

ADEMAS PODEMOS NOTAR QUE $\vec{v} = |\vec{v}|\,\hat{t}$:

$$\Rightarrow \hat{t} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

PARA ESTE CASO:

$$\boxed{\hat{t} = \cos\alpha\,\hat{\theta} + \sin\alpha\,\hat{z}}$$

DERIVANDO $\dot{\theta}$ y $\dot{z}$ PODEMOS OBTENER:

$$\boxed{\ddot{\theta} = \frac{\dot{v}(t)\cos\alpha}{R}}$$

$$\boxed{\ddot{z} = \dot{v}(t)\sin\alpha} \qquad \text{DONDE } \frac{dv(t)}{dt} = \dot{v}(t)$$

$\Rightarrow$

$$\vec{a} = -R\left(\frac{v(t)\cos\alpha}{R}\right)^2\hat{\rho} + \frac{R\,\dot{v}(t)\cos\alpha}{R}\,\hat{\theta} + \dot{v}(t)\sin\alpha\,\hat{z}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = -\frac{(v(t)\cos\alpha)^2}{R}\,\hat{\rho} + \dot{v}(t)\left[\cos\alpha\,\hat{\theta} + \sin\alpha\,\hat{z}\right]$$

DE LA ÚLTIMA ECUACIÓN PODEMOS DEDUCIR QUE

$$a_t = \dot{v}(t)$$

$$a_n = \frac{(v(t)\cos\alpha)^2}{R}$$

DONDE

$$\hat{t} = \cos\alpha\,\hat{\theta} + \sin\alpha\,\hat{z}$$

$$\hat{n} = -\hat{\rho}$$

EL RADIO DE CURVATURA ESTÁ DEFINIDO COMO:

$$\rho_{curv} = \frac{|\vec{v}|^3}{|\vec{a} \times \vec{v}|} \quad , \text{ PARA CUALQUIER MOVIMIENTO}$$

EN ESTE CASO:

$$|\vec{v}| = v(t)$$

$$\vec{a} \times \vec{v} = \left[-\frac{(v(t)\cos\alpha)^2}{R}\hat{\rho} + \dot{v}(t)\left[\cos\alpha\,\hat{\theta} + \sin\alpha\,\hat{z}\right]\right] \times v(t)\left[\cos\alpha\,\hat{\theta} + \sin\alpha\,\hat{z}\right]$$

$$= \left[-\frac{(v(t)\cos\alpha)^2}{R} v(t)\cos\alpha\,\hat{z} + \frac{(v(t)\cos\alpha)^2}{R} v(t)\sin\alpha\,\hat{\theta}\right]$$

$$\Rightarrow |\vec{a} \times \vec{v}| = \frac{v(t)^3\cos^2\alpha}{R}$$

REEMPLAZANDO

$$\Rightarrow \rho_{curv} = \frac{v(t)^3}{\frac{v(t)^3\cos^2\alpha}{R}}$$

$$\boxed{\rho_{curv} = \frac{R}{\cos^2\alpha}}$$

GABRIEL CUEVAS
AUXILIAR FI21A