

Mecánica

Control 1

Prof: René Rojas C.
Tiempo: 3 horas

Problema 1: Argollas en un anillo

Dos argollas de masa m deslizan sin roce por un anillo de radio R en el plano vertical. Las argollas están unidas entre sí por una cuerda ideal de largo R .

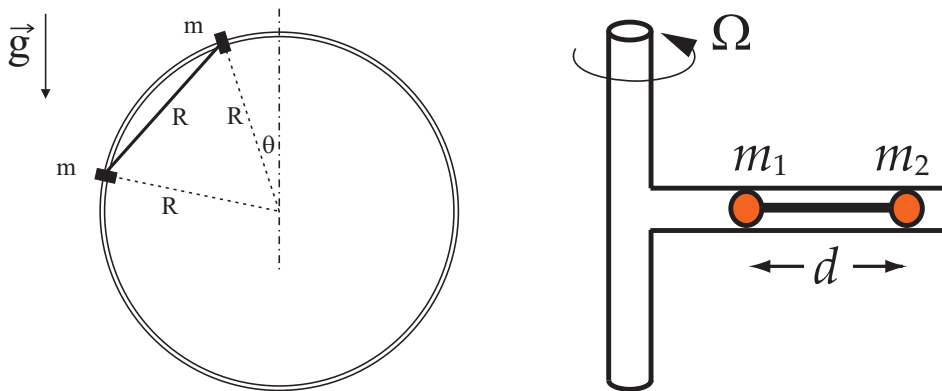


Figure 1: problema 1 y problema 2

- Determine las posiciones del sistema en que las dos argollas pueden permanecer en reposo, indicando la magnitud de la tensión en cada caso.
- Si el sistema es liberado desde el reposo en $\theta = 0$ y con la cuerda estirada, determine el valor de θ para el cual la cuerda pierde su tensión.

Problema 2 : Sistema de dos partículas

Dos partículas de masas m_1 y m_2 , que están unidas por una cuerda de largo d , se mueven sin roce por el interior de un tubo. El tubo está unido de manera perpendicular a un eje que gira con velocidad angular constante Ω .

Inicialmente se suelta al sistema en reposo, con la masa m_1 a una distancia R del eje.

- Escriba las ecuaciones de movimiento y sepárelas en ecuaciones escalares.
- Resuelva estas ecuaciones y encuentre las distancias de las partículas al eje, ρ_1 y ρ_2 , como funciones explícitas del tiempo.
- Calcule el valor de la tensión de la cuerda.

Problema 3 : Partícula en un cono

Una partícula P de masa m desliza sin roce por el interior de una superficie cónica de eje vertical, vértice abajo y apertura caracterizada por un ángulo θ_o (ver figura 2). La condición inicial es $r(0) = r_o$, $\dot{r}(0) = 0$ y $\dot{\phi}(0) = v_o/r_o$.

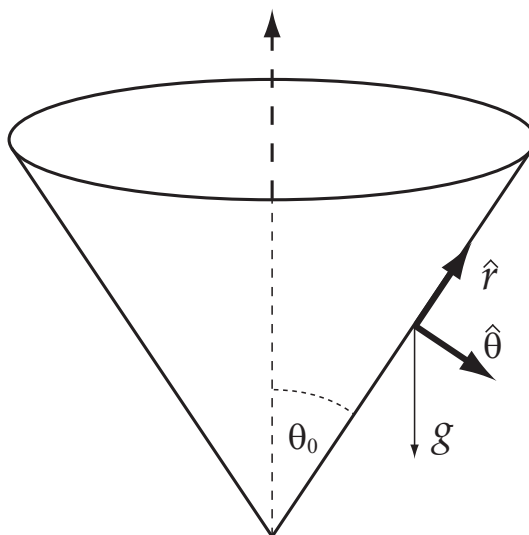


Figure 2: problema 3

- Obtenga la magnitud del momento angular de P en todo instante.
- Escriba las ecuaciones de movimiento escalares.
- Obtenga una ecuación diferencial para $r(t)$ con coeficientes expresados con cantidades dadas.
- Obtenga la condición que debe satisfacer los datos para que la órbita de P sea una circunferencia horizontal.
- Para el caso general, obtenga los valores máximo y mínimo de $r(t)$.¹

¹La velocidad y aceleración en esféricas son:

$$\vec{v} = \dot{r} \hat{r} + r\dot{\theta} \hat{\theta} + r\dot{\phi} \sin \theta \hat{\phi}$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta) \hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\phi}^2 \sin \theta \cos \theta) \hat{\theta} + \frac{d}{dt}(r^2 \dot{\phi} \sin^2 \theta) \hat{\phi}$$