Mecánica

Control 3

Prof: René Rojas C.
Tiempo: 3 horas

Problema 1: Roce Viscoso

Una partícula de masa m está en el extremo de un hilo de largo l cuyo otro extremo está atado a un punto fijo P. Adicionalmente, corre un viento con velocidad v_o hacia la derecha debido al cual la partícula sufre una fuerza de roce viscoso proporcional a la velocidad relativa de la partícula con el viento: $-\gamma\,(\vec{v} - \vec{v_o})$.

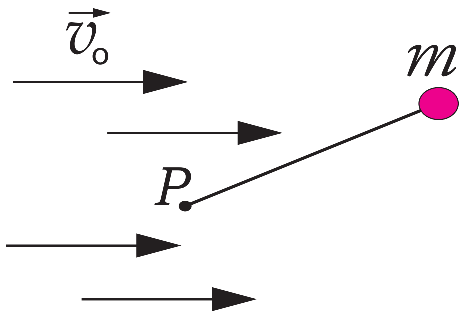

Figure 1: problema 1

a) Determine las ecuaciones de movimiento para la partícula.
b) Considere que inicialmente la partícula está en reposo, formando un ángulo muy pequeño ϕ_o con la dirección del viento ($\phi_o \ll 1$). Encuentre la condición para que el movimiento sea subarmónico (oscilante). Escriba la solución $\phi(t)$ en la aproximación en que ϕ_o es muy chico. [1]

[1]Suponga que el movimiento ocurre en dos dimensiones y la gravedad es despreciable.

Problema 2 : Fuerzas Centrales

Una masa puntual m, que yace sobre un plano, está conectada a un punto fijo en el plano O a traves de un resorte de constante elástica k y largo natural cero.

Figure 2: problemas 2

a)Usando coordenadas polares [2], encuentre las ecuaciones de movimiento.
b)Obtenga el potencial efectivo y grafíquelo.
c)Obtenga los puntos de equilibrio del potencial efectivo y estudie las pequeñas oscilaciones en torno a estos puntos, dando las frecuencias propias de oscilación. Dibuje la órbita que hace la partícula en el plano.

Problema 3 : Oscilaciones Acopladas

Una cuerda de largo $3a$ y de masa despreciable, tiene adosada dos masas iguales m, una en la posición a y la otra en $2a$ (ver figura 3). [3]

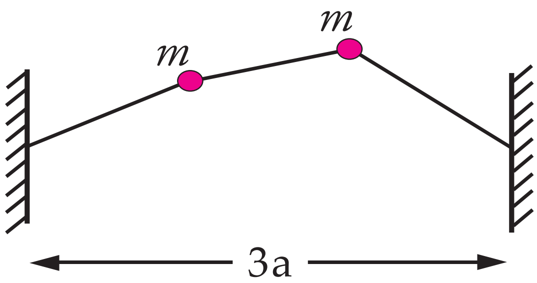

Figure 3: problema 3

a) Escriba las ecuaciones de movimiento para las dos masas.
b) Calcule las frecuencias propias del sistema.
c) Determine los modos normales y descríbalos cualitativamente.

---

[2]La velocidad y aceleración en coordenadas cilíndricas son:

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \dot{r}\,\hat{r} + r\dot{\phi}\,\hat{\phi} + \dot{z}\,\hat{k} \\ \vec{a} &= (\ddot{r} - r\dot{\phi}^2)\,\hat{r} + (r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi})\,\hat{\phi} + \ddot{z}\,\hat{k}\end{aligned}$$

[3]Suponga que la componente horizontal de la tensión de la cuerda τ es constante y que sólo hay desplazamientos transversales, es decir, sólo hay movimiento en el eje vertical y las posiciones horizontales de las masas permanecen constantes.