

CLASE AUXILIAR 3: CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

PROFESOR: RAÚL URIBE
AUXILIAR: EMILIO VILCHES
23 DE DICIEMBRE DE 2008

P1. Si $h(x) = x^3 - x^2 + x$ demuestre que $\exists x_0 \in \mathbb{R}$ tal que $h(x_0) = 10$.

P2. Usando TVM muestre que

$$\frac{x}{1+x} \leq \ln(1+x) \leq x \quad \forall x \geq 0.$$

P3. Usando el TVM, demuestre que:

$$1 + \ln x < (x+1) \ln(x+1) - x \ln x < 1 + \ln(x+1), \quad \forall x > 0$$

Deduzca que:

$$n \ln n - (n-1) \leq \ln 1 + \ln 2 + \dots + \ln n < (n+1) \ln(n+1) - n, \quad \forall n \geq 1$$

P4. Usando TVMG muestre que

$$1 < \frac{\operatorname{arctanh} x}{\frac{\pi}{2} - \arccos x} < \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad \forall x \in (0, 1).$$

P5. Estudie completamente la siguiente función $f(x) = e^{-x^2}$.
para ello

- Estudie el dominio, paridad, periodicidad y ceros de f .
- Estudie recorrido y la existencia de asíntotas.
- Calcule f' , estudie el crecimiento de f y analice la existencia de mínimos y máximos.
- Calcule f'' , estudie la convexidad de f y los puntos de inflexión.
- Bosqueje f .

P6. Estudie completamente la siguiente función:

$$f(x) = e^{\frac{1}{\ln x}}$$

P7. Determine el mayor volumen de un cilindro de radio r y altura h , donde $P = (h, r)$ recorre la ecuación: $L: ay + bx = ab, a, b > 0$.

P8. Sean $a_1, a_2, \dots, a_N \in \mathbb{R}$ tales que $a_i > 0, \forall i$. Suponga además que:

$$f(x) = a_1^x + a_2^x + \dots + a_N^x \geq N, \forall x \in \mathbb{R}$$

Demuestre que f tiene un mínimo global, y pruebe que:

$$a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_N = 1$$